# 1장 : Information Theory

## ※ Information Theory

- 2가지 질문 (최소 표현, 최대 clean 전송)에 대해 대답.
  - Ultimate data compression : H
  - Ultimate transmission rate of channel : C

## ※ Entropy

- Uncertainty. Information quantity.
- R.V가 갖는 정보량. R.V 표현에 필요한 최소 bits.
- Probabilistic distribution에 따라 다른데, uniform이면 최대값.
  - 32 outcome uniform : $H(X) = -32 \cdot \frac{1}{32} \log_2 \frac{1}{32} = 5$ (bits)

## ※ Data Compression (= Source coding)

- Not uniform distributed R.V → 높은 확률 발생에 짧은, 낮은 확률 발생에 긴 코드워드 할당.
  - 하면 ~ 평균 codeword 길이가 작아짐.
- Entropy rate
  - Stochastic process에서 correlation 반영.
- 결국 최대 압축 boundary : $H(X)$
  - 이것보다 길게 필요.
- Lossy data compression
  - 복원 데이터에 대해 특정 distortion 허용.
  - Rate distortion : $R(D)$

## ※ Data Transmission

- Channel with probabilistic relationship between input $X$, output $Y$ ⇒ $p(y|x)$ 채널 표현 $= p(Y|X)$
  - 이 channel로, error 없이 최대 얼마나 전송 가능한가?
  - Shannon : channel capacity 이하 data rate이면 error 없이 통신 가능하다.

## ✳ Channel capacity

- Noiseless binary : 1 bit
- Noisy : error 없이 모든 정보 전송 불가.

## ✳ Mutual Information

- 두 RV 간의 dependence 측정.
  - $I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) = \sum_{x,y} p(x,y) \log \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}$
  - Relationship entropy between $p(x,y)$ and $p(x)p(y)$ $\Rightarrow D(p(x,y) \,||\, p(x)p(y))$
    KL divergence
      - $D(p||q) = \sum_{x} p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)}$
  - X의 자유도 - Y와 상관 없는 자유도

## ✳ Channel Capacity

- Error 없이 최대 전송 가능 rate
- Maximum mutual information X and Y
- $C = \sup_{p(x)} I(X;Y)$ X는 변동 O / Y는 변동 X
- Hamming code, random code 등 있음.
- Gaussian channel : gaussian noise 가정.