

# MOwNiT - rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych

Paweł Podedworny

17.05.2024

## 1 Opis ćwiczenia

Stosując metodę Newtona oraz metodę siecznych wyznaczyć pierwiastki równania  $f(x) = 0$  w przedziale  $[-1, 0.8]$  dla  $f(x) = (x-1)e^{-mx} + x^n$  gdzie  $n = 15$  oraz  $m = 10$ . Dla metody Newtona wybrać punkty startowe rozpoczynając od wartości końców przedziału, zmniejszając je o 0.1 w kolejnych eksperymentach numerycznych. Odpowiednio dla metody siecznej jeden z końców przedziału stanowić powinna wartość punktu startowego dla metody Newtona, a drugi - początek, a następnie koniec przedziału  $[-1, 0.8]$ .

Porównać liczbę iteracji dla obu tych metod (dla różnej dokładności  $\rho$ ), stosując kryterium stopu:

- $|x^{(i+1)} - x^{(i)}| < \rho$
- $|f(x^i)| < \rho$

## 2 Dane techniczne

Komputer z systemem Windows 10 x64

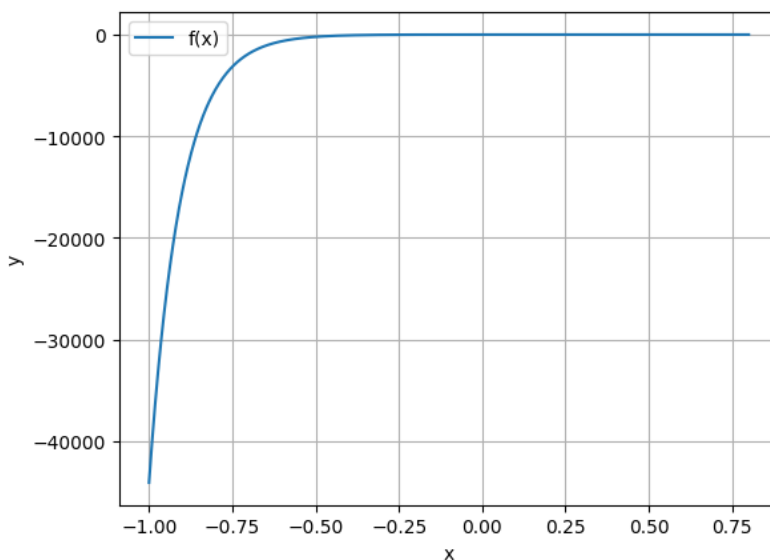
Procesor: AMD Ryzen 5 3600 3.60GHz

Pamięć RAM: 16GB 3200MHz

Środowisko: DataSpell 2023.3.4

Język: Python 3.11

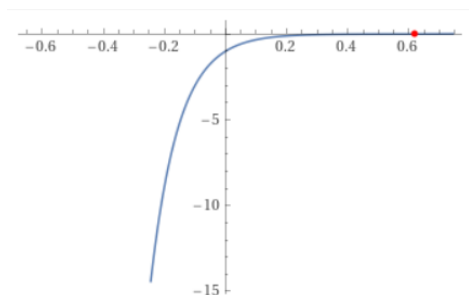
## 3 Wykres funkcji



Rys. 1: Wykres funkcji  $f(x)$  dla  $x \in [-1, 0.8]$ ,  $m = 10$ ,  $n = 15$

## 4 Miejsce zerowe

Do obliczenia poprawnego miejsca zerowego zadanej funkcji  $f(x)$  skorzystałem z programu WolframAlpha. Znaleziony punkt ma wartość  $x = 0.62008019228409201024$ .



Rys. 2: Wykres funkcji  $f(x)$  z zaznaczonym miejscem zerowym

## 5 Rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych

### 5.1 Metoda Newtona-Raphsona

Do obliczania miejsc zerowych funkcji nieliniowych metodą Newtona-Raphsona przyjąłem, że:

$$f(x) = 0, \alpha - \text{prosty pierwiastek}$$

$$x_{i-1} - \text{przybliżenie } \alpha$$

$$\text{niech } \alpha = x_{i-1} + h$$

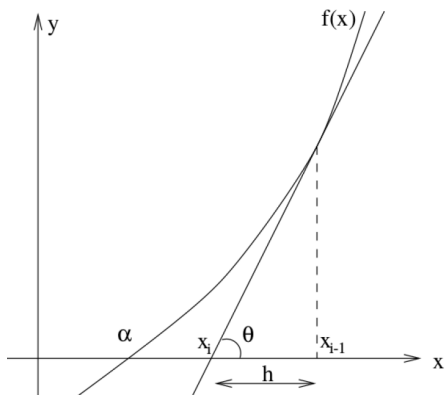
$$f(\alpha) = 0 = f(x_{i-1} + h) = f(x_{i-1}) + h \cdot f'(x_{i-1}) + \dots$$

$$h = -\frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

Pochodna potrzebna do obliczeń została wyliczona i ma następujący wzór:

$$f'(x) = e^{-10x}(15e^{10x}x^{14} - 10x + 11)$$

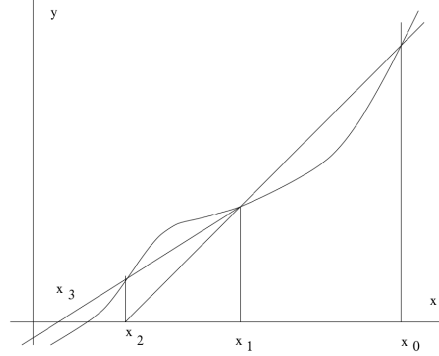


Rys. 3: Przykład użycia metody Newtona-Raphsona

## 5.2 Metoda siecznych

Do wyliczenia miejsca zerowego metodą siecznych przyjmujemy, że startujemy z  $(x_0, x_1)$  oraz posługujemy się wzorem:

$$x_{i+2} = x_{i+1} - \frac{x_{i+1} - x_i}{f_{i+1} - f_i} \cdot f_{i+1}$$



Rys. 4: Przykład użycia metody siecznych

## 6 Wyniki

### 6.1 Metoda Newtona

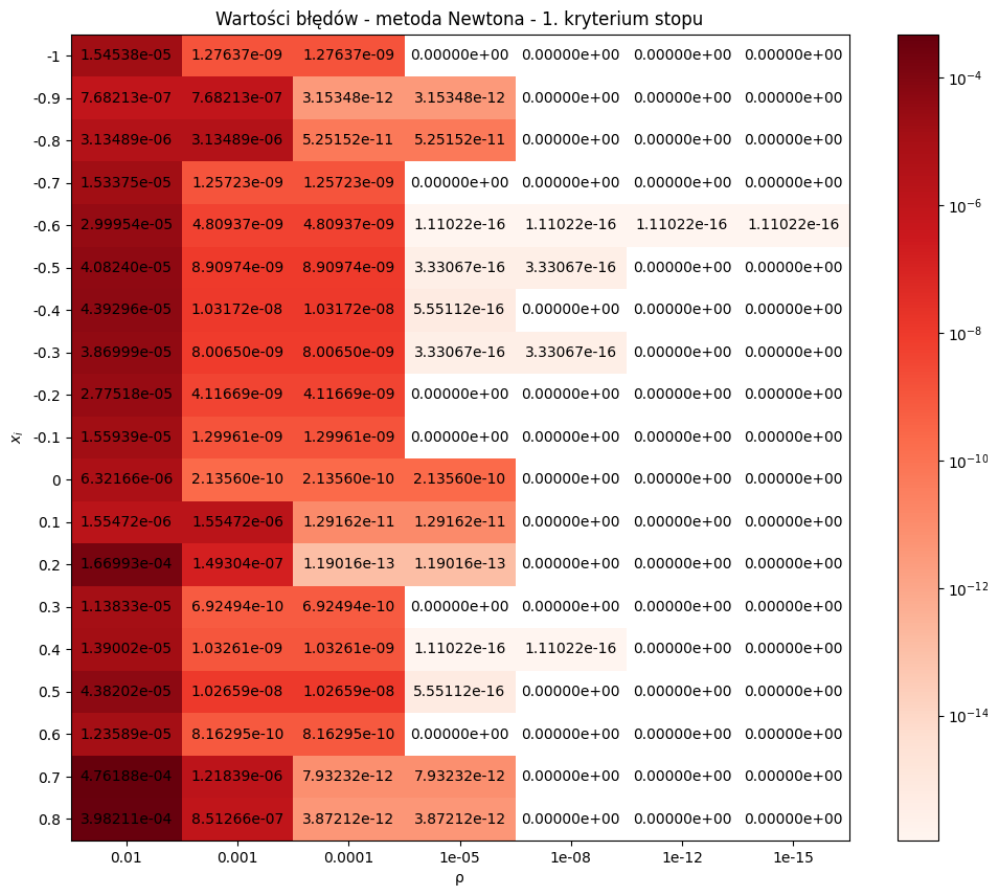
#### 6.1.1 1. kryterium stopu

$x_i$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
-1.0	0.6200956461	0.6200801936	0.6200801936	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.9	0.6200809605	0.6200809605	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.8	0.6200833272	0.6200833272	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.7	0.6200955298	0.6200801935	0.6200801935	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.6	0.6201101877	0.6200801971	0.6200801971	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.5	0.6201210163	0.6200802012	0.6200802012	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.4	0.6201241219	0.6200802026	0.6200802026	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.3	0.6201188922	0.6200802003	0.6200802003	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.2	0.6201079440	0.6200801964	0.6200801964	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.1	0.6200957862	0.6200801936	0.6200801936	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.0	0.6200865139	0.6200801925	0.6200801925	0.6200801925	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.1	0.6200817470	0.6200817470	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.2	0.6202471855	0.6200803416	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.3	0.6200915755	0.6200801930	0.6200801930	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.4	0.6200940925	0.6200801933	0.6200801933	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.5	0.6201240125	0.6200802025	0.6200802025	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.6	0.6200925512	0.6200801931	0.6200801931	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.7	0.6205563803	0.6200814107	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.8	0.6204784031	0.6200810435	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 1: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody Newtona przy 1. kryterium stopu

$x_i$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
-1,0	19	20	20	21	21	22	22
-0,9	18	18	19	19	20	21	21
-0,8	17	17	18	18	19	20	20
-0,7	16	17	17	18	18	19	19
-0,6	15	16	16	17	17	18	18
-0,5	14	15	15	16	16	17	17
-0,4	13	14	14	15	16	16	16
-0,3	12	13	13	14	14	15	15
-0,2	11	12	12	13	13	14	14
-0,1	10	11	11	12	12	13	13
0,0	9	10	10	10	11	12	12
0,1	8	8	9	9	10	11	11
0,2	6	7	8	8	9	9	10
0,3	5	6	6	7	7	8	8
0,4	4	5	5	6	6	7	7
0,5	3	4	4	5	6	6	6
0,6	2	3	3	4	4	5	5
0,7	3	4	5	5	6	7	7
0,8	5	6	7	7	8	9	9

Rys. 5: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody Netwona przy 1. kryterium stopu



Rys. 6: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody Newtona przy 1. kryterium stopu

Jak możemy zobaczyć z tabeli 1. uzyskaliśmy efekt, którego mogliśmy się spodziewać. Wraz z coraz mniejszym  $\rho$  dokładność kolejnych wyliczanych miejsc zerowych wzrasta. Kiedy porównamy ją z rysunkiem 5. widzimy, że dla zadanej funkcji  $f(x)$  oraz przedziału im bliższy punkt końca przedziału tym liczba iteracji jest coraz mniejsza. Możemy też jednak spostrzec, że dla niskiego  $\rho$  związane jest to z większym błędem obliczenia. Wynika to z faktu, że faktycznie miejsce zerowe jest bliżej końca przedziału.

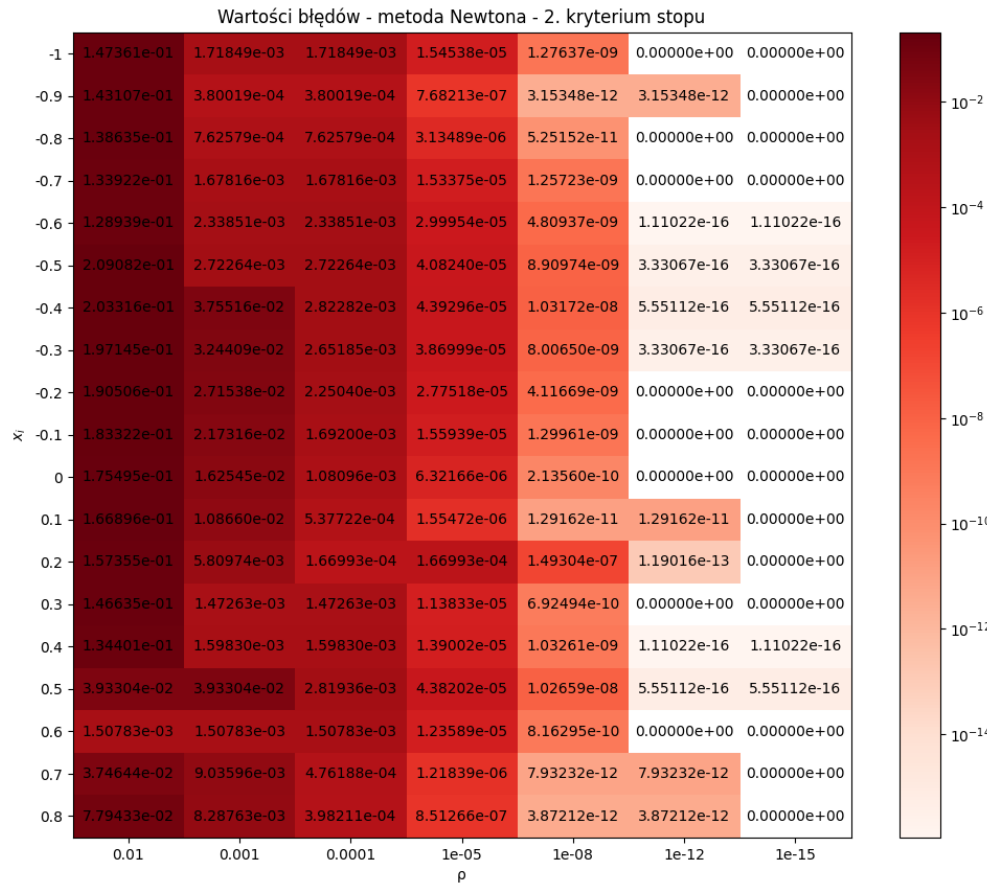
### 6.1.2 2. kryterium stopu

$x_i$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
-1.0	0.4727189502	0.6183616980	0.6183616980	0.6200956461	0.6200801936	0.6200801923	0.6200801923
-0.9	0.4769728898	0.6197001735	0.6197001735	0.6200809605	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.8	0.4814447995	0.6208427716	0.6208427716	0.6200833272	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
-0.7	0.4861582612	0.6217583565	0.6217583565	0.6200955298	0.6200801935	0.6200801923	0.6200801923
-0.6	0.4911409742	0.6224186994	0.6224186994	0.6201101877	0.6200801971	0.6200801923	0.6200801923
-0.5	0.4109981662	0.6228028320	0.6228028320	0.6201210163	0.6200802012	0.6200801923	0.6200801923
-0.4	0.4167639594	0.5825285570	0.6229030171	0.6201241219	0.6200802026	0.6200801923	0.6200801923
-0.3	0.4229352260	0.5876392808	0.6227320373	0.6201188922	0.6200802003	0.6200801923	0.6200801923
-0.2	0.4295739797	0.5929264185	0.6223305941	0.6201079440	0.6200801964	0.6200801923	0.6200801923
-0.1	0.4367576995	0.5983486004	0.6217721964	0.6200957862	0.6200801936	0.6200801923	0.6200801923
0.0	0.4445849790	0.6038257376	0.6211611496	0.6200865139	0.6200801925	0.6200801923	0.6200801923
0.1	0.4531839948	0.6092142128	0.6206179147	0.6200817470	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.2	0.4627256897	0.6142704546	0.6202471855	0.6202471855	0.6200803416	0.6200801923	0.6200801923
0.3	0.4734452080	0.6186075629	0.6186075629	0.6200915755	0.6200801930	0.6200801923	0.6200801923
0.4	0.4856790026	0.6216784880	0.6216784880	0.6200940925	0.6200801933	0.6200801923	0.6200801923
0.5	0.5807498009	0.5807498009	0.6228995515	0.6201240125	0.6200802025	0.6200801923	0.6200801923
0.6	0.6215880224	0.6215880224	0.6215880224	0.6200925512	0.6200801931	0.6200801923	0.6200801923
0.7	0.6575445536	0.6291161524	0.6205563803	0.6200814107	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
0.8	0.6980235378	0.6283678227	0.6204784031	0.6200810435	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 2: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody Netwona przy 2. kryterium stopu

$x_i$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
-1,0	16	18	18	19	20	21	21
-0,9	15	17	17	18	19	19	20
-0,8	14	16	16	17	18	19	19
-0,7	13	15	15	16	17	18	18
-0,6	12	14	14	15	16	17	17
-0,5	10	13	13	14	15	16	16
-0,4	9	11	12	13	14	15	15
-0,3	8	10	11	12	13	14	14
-0,2	7	9	10	11	12	13	13
-0,1	6	8	9	10	11	12	12
0,0	5	7	8	9	10	11	11
0,1	4	6	7	8	9	9	10
0,2	3	5	6	6	7	8	9
0,3	2	4	4	5	6	7	7
0,4	1	3	3	4	5	6	6
0,5	1	1	2	3	4	5	5
0,6	1	1	1	2	3	4	4
0,7	1	2	3	4	5	5	6
0,8	2	4	5	6	7	7	8

Rys. 7: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody Netwona przy 2. kryterium stopu



Rys. 8: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody Newtona przy 2. kryterium stopu

Jak możemy odczytać z tabeli 2 oraz rysunków 7 i 8 widzimy, że dla niektórych kombinacji  $\rho$  oraz  $x_i$  dostajemy wyniki nawet po 1 iteracji. Jednakże kiedy spojrzymy na wyliczone miejsca zerowe oraz błędy dla dużego  $\rho$ , wartości różnią się o ok. 0.2. Wynika to z faktu, że przy drugim kryterium stopu patrzymy na wartości  $f(x)$  od wyliczonego  $x$ . Z racji, że w okolicy miejsca zerowego zadana funkcja wypłaszcza się, kryterium wyłapuje większą liczbę rozwiązań mieszczących się w granicach błędu.

## 6.2 Metoda siecznych

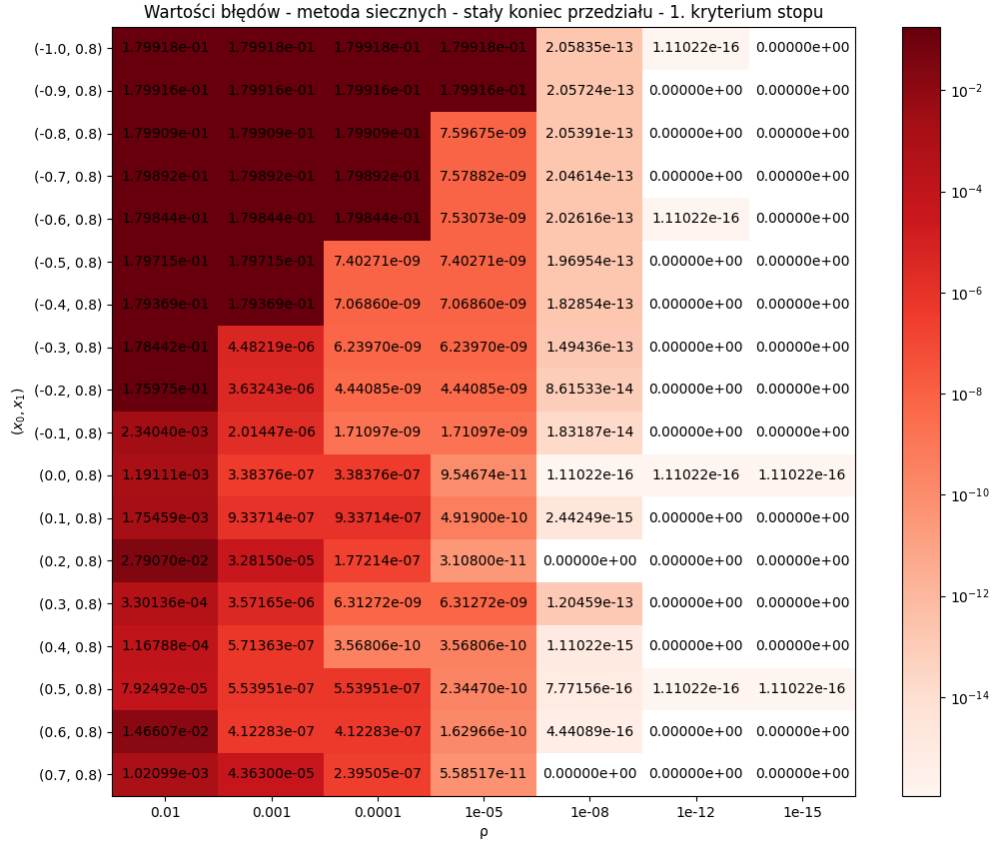
### 6.2.1 1. kryterium stopu

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
(-1.0, 0.8)	0.7999985651	0.7999985651	0.7999985651	0.7999985651	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.9, 0.8)	0.7999961224	0.7999961224	0.7999961224	0.7999961224	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.8, 0.8)	0.7999895286	0.7999895286	0.7999895286	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.7, 0.8)	0.7999717452	0.7999717452	0.7999717452	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.6, 0.8)	0.7999238380	0.7999238380	0.7999238380	0.6200801998	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.5, 0.8)	0.7997949631	0.7997949631	0.6200801997	0.6200801997	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.4, 0.8)	0.7994489428	0.7994489428	0.6200801994	0.6200801994	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.3, 0.8)	0.7985225831	0.6200846745	0.6200801985	0.6200801985	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.2, 0.8)	0.7960551179	0.6200838247	0.6200801967	0.6200801967	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-0.1, 0.8)	0.6224205934	0.6200822068	0.6200801940	0.6200801940	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.0, 0.8)	0.6212713010	0.6200805307	0.6200805307	0.6200801924	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.1, 0.8)	0.6218347804	0.6200811260	0.6200811260	0.6200801928	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.2, 0.8)	0.6479872180	0.6201130073	0.6200803695	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.3, 0.8)	0.6204103284	0.6200766206	0.6200801860	0.6200801860	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.4, 0.8)	0.6201969807	0.6200796209	0.6200801919	0.6200801919	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.5, 0.8)	0.6200009431	0.6200796383	0.6200796383	0.6200801925	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.6, 0.8)	0.6054195091	0.6200797800	0.6200797800	0.6200801924	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(0.7, 0.8)	0.6211011805	0.6201238223	0.6200804318	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 3: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
(-1.0, 0.8)	1	1	1	1	11	12	13
(-0.9, 0.8)	1	1	1	1	11	12	13
(-0.8, 0.8)	1	1	1	10	11	12	13
(-0.7, 0.8)	1	1	1	10	11	12	13
(-0.6, 0.8)	1	1	1	10	11	12	13
(-0.5, 0.8)	1	1	10	10	11	12	13
(-0.4, 0.8)	1	1	10	10	11	12	13
(-0.3, 0.8)	1	9	10	10	11	12	13
(-0.2, 0.8)	1	9	10	10	11	12	13
(-0.1, 0.8)	7	9	10	10	11	12	13
(0.0, 0.8)	7	9	9	10	11	12	12
(0.1, 0.8)	6	8	8	9	10	11	12
(0.2, 0.8)	2	5	6	7	8	9	9
(0.3, 0.8)	4	5	6	6	7	8	9
(0.4, 0.8)	5	6	7	7	8	9	10
(0.5, 0.8)	5	6	6	7	8	9	9
(0.6, 0.8)	2	5	5	6	7	8	8
(0.7, 0.8)	5	6	7	8	9	10	10

Rys. 9: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału



Rys. 10: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału

Dla stałego końca przedziału możemy zauważyć, że pojawia nam się sporo błędów. Głównie występują dla najszerszych przedziałów i niskich wartości  $\rho$ . Wpływ na to ma fakt, iż na początku przedziału funkcja bardzo szybko zbiega do  $-\infty$ , przez co kolejne wyliczane sieczne przecinają się z osią X bardzo blisko siebie. Przekłada się to na załapnięcie się w kryterium stopu oraz granicy błędu. Z tego też powodu dostajemy wysokie błędy przy jednej iteracji programu.

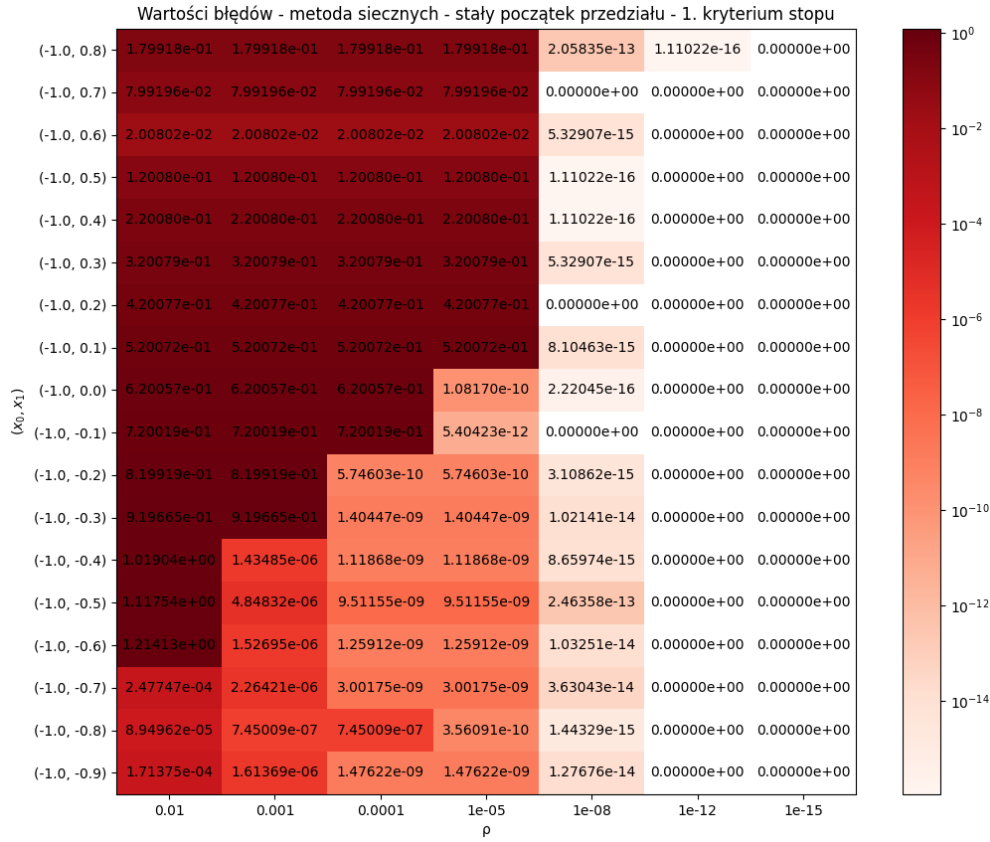


$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
(-1.0, 0.8)	0.7999985651	0.7999985651	0.7999985651	0.7999985651	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.7)	0.6999998274	0.6999998274	0.6999998274	0.6999998274	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.6)	0.6000000189	0.6000000189	0.6000000189	0.6000000189	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.5)	0.5000001137	0.5000001137	0.5000001137	0.5000001137	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.4)	0.4000003492	0.4000003492	0.4000003492	0.4000003492	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.3)	0.3000010284	0.3000010284	0.3000010284	0.3000010284	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.2)	0.2000029492	0.2000029492	0.2000029492	0.2000029492	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.1)	0.1000082672	0.1000082672	0.1000082672	0.1000082672	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.0)	0.0000227000	0.0000227000	0.0000227000	0.6200801924	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.1)	-0.0999389094	-0.0999389094	-0.0999389094	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.2)	-0.1998389492	-0.1998389492	0.6200801929	0.6200801929	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.3)	-0.2995848571	-0.2995848571	0.6200801909	0.6200801909	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.4)	-0.3989571382	0.6200787574	0.6200801934	0.6200801934	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.5)	-0.4974604939	0.6200753440	0.6200801828	0.6200801828	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.6)	-0.5940519727	0.6200786653	0.6200801935	0.6200801935	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.7)	0.6203279391	0.6200779281	0.6200801893	0.6200801893	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.8)	0.6199906961	0.6200794473	0.6200794473	0.6200801926	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.9)	0.6199088169	0.6200785786	0.6200801938	0.6200801938	0.6200801923	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 4: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
(-1.0, 0.8)	1	1	1	1	11	12	13
(-1.0, 0.7)	1	1	1	1	9	10	10
(-1.0, 0.6)	1	1	1	1	6	7	8
(-1.0, 0.5)	1	1	1	1	8	9	9
(-1.0, 0.4)	1	1	1	1	9	10	10
(-1.0, 0.3)	1	1	1	1	11	12	13
(-1.0, 0.2)	1	1	1	1	13	14	14
(-1.0, 0.1)	1	1	1	1	14	15	16
(-1.0, 0.0)	1	1	1	15	16	17	17
(-1.0, -0.1)	1	1	1	16	17	18	18
(-1.0, -0.2)	1	1	18	18	19	20	21
(-1.0, -0.3)	1	1	19	19	20	21	22
(-1.0, -0.4)	1	20	21	21	22	23	24
(-1.0, -0.5)	1	21	22	22	23	24	25
(-1.0, -0.6)	1	23	24	24	25	26	27
(-1.0, -0.7)	23	24	25	25	26	27	28
(-1.0, -0.8)	25	26	26	27	28	29	30
(-1.0, -0.9)	26	27	28	28	29	30	31

Rys. 11: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału



Rys. 12: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody siecznych przy 1. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału

Dla stałej wartości początkowej przedziału, dostajemy również dużą liczbę wysokich błędów. Ponownie pojawiają się one przy wysokiej wartości  $\rho$ , dodatkowo powiązane jest to z pojedynczą liczbą iteracji. Tak jak poprzednio błąd wynika z tego, że operując na końcach przedziału, dla których wartości funkcji różnią się znacznie, próba wyprowadzenia kolejnych siecznych kończy się przeprowadzeniem prawie identycznych obok siebie. Co przejawia się wystąpieniem dużego błędu przy pojedynczej iteracji.

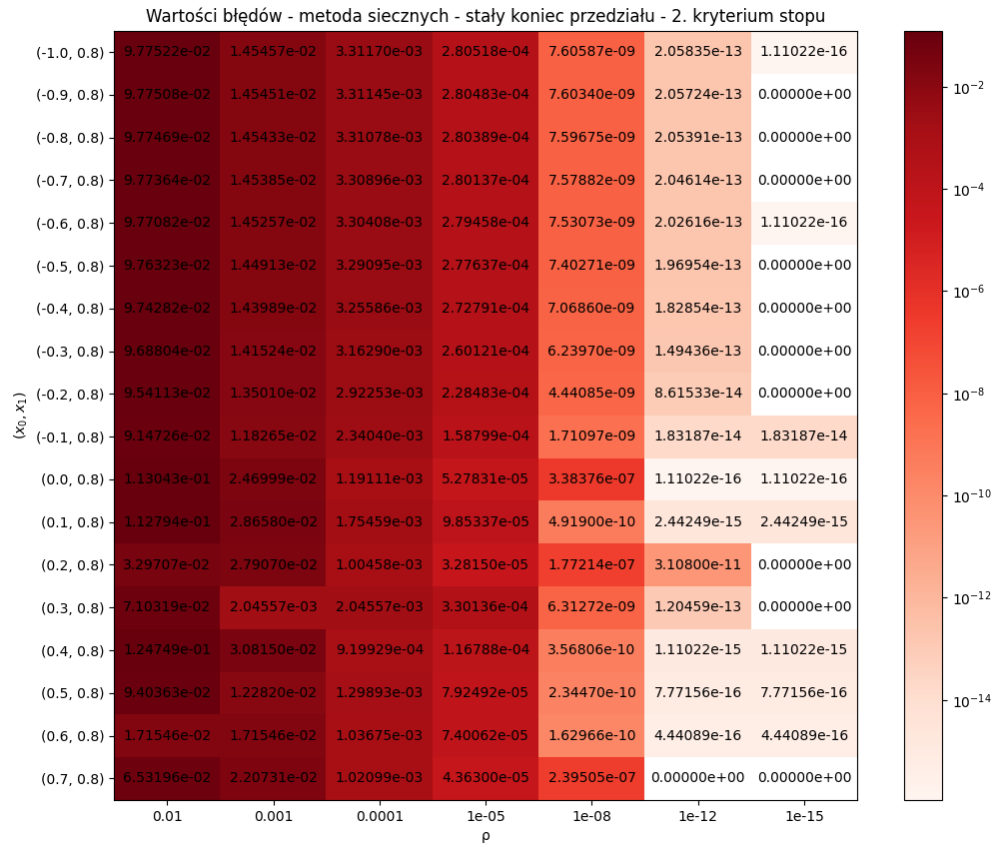
## 6.2.2 2. kryterium stopu

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
(-1.0, 0.8)	0.7178324361	0.6346259031	0.6233918921	0.6203607098	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923
(-0.9, 0.8)	0.7178309974	0.6346252501	0.6233916428	0.6203606751	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923
(-0.8, 0.8)	0.7178271139	0.6346234873	0.6233909698	0.6203605815	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923
(-0.7, 0.8)	0.7178166396	0.6346187333	0.6233891552	0.6203603291	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923
(-0.6, 0.8)	0.7177884188	0.6346059281	0.6233842694	0.6203596500	0.6200801998	0.6200801923	0.6200801923
(-0.5, 0.8)	0.7177124750	0.6345714943	0.6233711455	0.6203578292	0.6200801997	0.6200801923	0.6200801923
(-0.4, 0.8)	0.7175083752	0.6344791376	0.6233360486	0.6203529833	0.6200801994	0.6200801923	0.6200801923
(-0.3, 0.8)	0.7169605618	0.6342325844	0.6232430950	0.6203403137	0.6200801985	0.6200801923	0.6200801923
(-0.2, 0.8)	0.7154915192	0.6335811463	0.6230027256	0.6203086752	0.6200801967	0.6200801923	0.6200801923
(-0.1, 0.8)	0.7115528340	0.6319066850	0.6224205934	0.6202389910	0.6200801940	0.6200801923	0.6200801923
(0.0, 0.8)	0.7331230948	0.6447801231	0.6212713010	0.6201329754	0.6200805307	0.6200801923	0.6200801923
(0.1, 0.8)	0.7328740946	0.6487381801	0.6218347804	0.6201787260	0.6200801928	0.6200801923	0.6200801923
(0.2, 0.8)	0.6530509233	0.6479872180	0.6210847764	0.6201130073	0.6200803695	0.6200801923	0.6200801923
(0.3, 0.8)	0.5490483319	0.6180346191	0.6180346191	0.6204103284	0.6200801860	0.6200801923	0.6200801923
(0.4, 0.8)	0.4953316923	0.5892651763	0.6191602634	0.6201969807	0.6200801919	0.6200801923	0.6200801923
(0.5, 0.8)	0.5260438856	0.6077981557	0.6213791182	0.6200009431	0.6200801925	0.6200801923	0.6200801923
(0.6, 0.8)	0.6029255692	0.6029255692	0.6211169432	0.6200061861	0.6200801924	0.6200801923	0.6200801923
(0.7, 0.8)	0.6853997466	0.6421532822	0.6211011805	0.6201238223	0.6200804318	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 5: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
(-1.0, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.9, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.8, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.7, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.6, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.5, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.4, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.3, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.2, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-0.1, 0.8)	3	6	7	8	10	11	11
(0.0, 0.8)	2	5	7	8	9	11	11
(0.1, 0.8)	1	4	6	7	9	10	10
(0.2, 0.8)	1	2	4	5	6	7	8
(0.3, 0.8)	1	3	3	4	6	7	8
(0.4, 0.8)	1	3	4	5	7	8	8
(0.5, 0.8)	1	3	4	5	7	8	8
(0.6, 0.8)	1	1	3	4	6	7	7
(0.7, 0.8)	1	3	5	6	7	9	9

Rys. 13: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału



Rys. 14: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym końcu przedziału

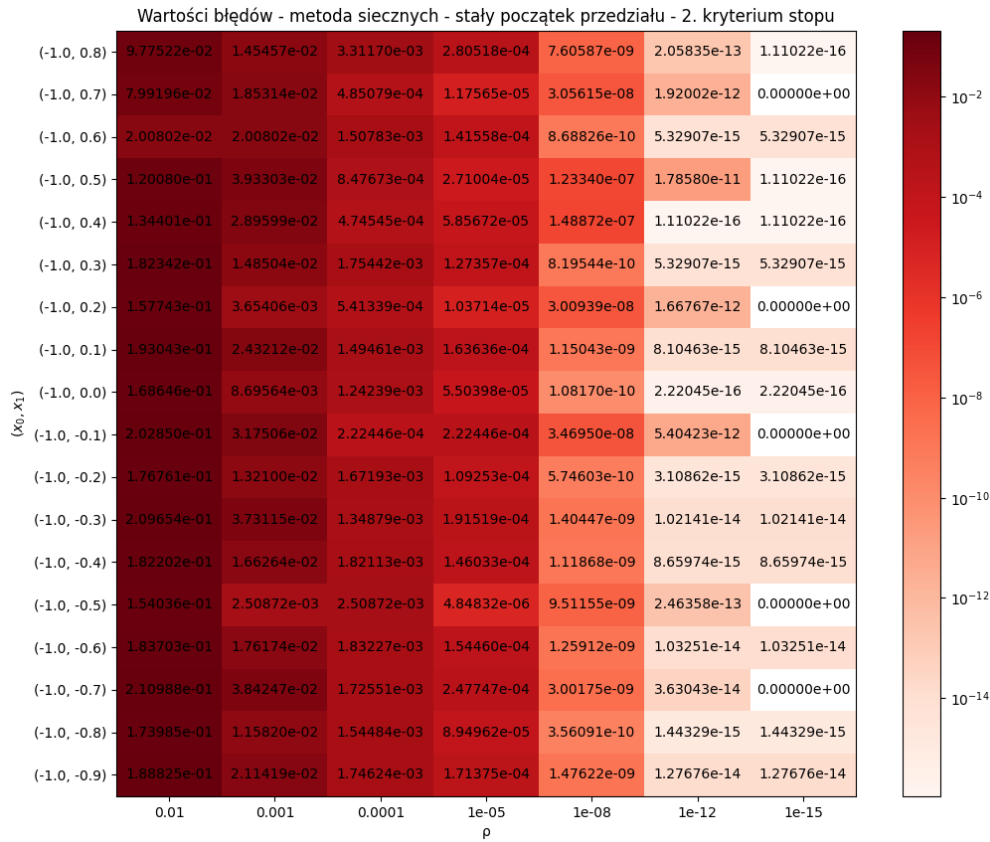
Dla drugiego kryterium stopu oraz końcowej stałej wartości przedziału możemy spostrzec, że dla największej badanej wartości  $\rho$  prawie wszystkie obliczenia odbiegają od poprawnego miejsca zerowego. Podobnie jak w metodzie Newtona to kryterium patrzy na wartości  $f(x)$ , a przez wygląd funkcji wysokie  $\rho$  tutaj się nie sprawdzi. Co warto zauważyć to fakt, że w przeciwieństwie do poprzednich wyliczeń, tutaj otrzymywaliśmy błędy, które ukazywały się nawet dla najmniejszego badanego  $\rho$

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0.01	0.001	0.0001	1e-05	1e-08	1e-12	1e-15
(-1.0, 0.8)	0.7178324361	0.6346259031	0.6233918921	0.6203607098	0.6200801999	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.7)	0.6999998274	0.6386115578	0.6205652717	0.6200919488	0.6200802228	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.6)	0.6000000189	0.6000000189	0.6215880213	0.6199386347	0.6200801932	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.5)	0.5000001137	0.5807498504	0.6209278650	0.6200530918	0.6200800689	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.4)	0.4856791733	0.5911203418	0.6205547374	0.6200216251	0.6200800434	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.3)	0.4377383988	0.6052297586	0.6218346073	0.6199528351	0.6200801931	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.2)	0.4623367757	0.6164261308	0.6206215315	0.6200698209	0.6200801622	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.1)	0.4270368282	0.5957589799	0.6215748046	0.6199165558	0.6200801934	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, 0.0)	0.4514345039	0.6113845513	0.6213225796	0.6200251525	0.6200801924	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.1)	0.4172299754	0.5883295905	0.6203026379	0.6203026379	0.6200801576	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.2)	0.4433193865	0.6068701461	0.6217521252	0.6199709392	0.6200801929	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.3)	0.4104261506	0.5827687004	0.6187313980	0.6202717116	0.6200801909	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.4)	0.4378785984	0.6034538213	0.6219013215	0.6199341591	0.6200801934	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.5)	0.4660437607	0.6175714747	0.6175714747	0.6200753440	0.6200801828	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.6)	0.4363769687	0.6024627606	0.6219124631	0.6199257327	0.6200801935	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.7)	0.4090919286	0.5816555321	0.6183546808	0.6203279391	0.6200801893	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.8)	0.4460948855	0.6084981572	0.6216250287	0.6199906961	0.6200801926	0.6200801923	0.6200801923
(-1.0, -0.9)	0.4312554363	0.5989383107	0.6218264286	0.6199088169	0.6200801938	0.6200801923	0.6200801923

Tabela 6: Obliczone miejsca zerowe w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału

$(x_0, x_1)$	$\rho$						
	0,01	0,001	0,0001	1,00E-05	1,00E-08	1,00E-12	1,00E-15
(-1.0, 0.8)	3	6	7	8	10	11	12
(-1.0, 0.7)	1	3	5	6	7	8	9
(-1.0, 0.6)	1	1	2	3	5	6	6
(-1.0, 0.5)	1	2	4	5	6	7	8
(-1.0, 0.4)	2	4	5	6	7	9	9
(-1.0, 0.3)	3	6	7	8	10	11	11
(-1.0, 0.2)	5	8	9	10	11	12	13
(-1.0, 0.1)	6	9	10	11	13	14	14
(-1.0, 0.0)	8	11	12	13	15	16	16
(-1.0, -0.1)	9	12	13	13	15	16	17
(-1.0, -0.2)	11	14	15	16	18	19	19
(-1.0, -0.3)	12	15	16	17	19	20	20
(-1.0, -0.4)	14	17	18	19	21	22	22
(-1.0, -0.5)	16	19	19	21	22	23	24
(-1.0, -0.6)	17	20	21	22	24	25	25
(-1.0, -0.7)	18	21	22	23	25	26	27
(-1.0, -0.8)	20	23	24	25	27	28	28
(-1.0, -0.9)	21	24	25	26	28	29	29

Rys. 15: Porównanie liczby iteracji w zależności od wartości  $x_i$  oraz  $\rho$  dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału



Rys. 16: Mapa ciepła błędów bezwzględnych dla metody siecznych przy 2. kryterium stopu oraz stałym początku przedziału

Podobnie jak dla metody Newtona, możemy zobaczyć, że przy kryterium stopu, w którym patrzymy tylko na wartość funkcji od wyliczonego  $x$ , uzyskaliśmy wyniki odbiegające od poprawnych o ok 0.2. Da się jednak zauważyć, że algorytm musiał wykonać trochę iteracji i tylko w pojedynczych przypadkach udało mu się trafić za pierwszym razem w granice podanego błędu.

## 7 Wnioski

Po przeprowadzonych testach na metodach Newtona-Raphsona i siecznych możemy dojść do wniosku, że wybór metody zależy od dobranego przedziału oraz samej funkcji. Musimy mieć na uwadze, że jeżeli badany wzór ma miejsca przegięć lub kiedy pochodna zmienia znak, może dochodzić do złych wyliczeń.

Dla metody Newtona oraz pierwszego kryterium stopu dostaliśmy bardzo dobre wyniki nawet dla wysokich wartości  $\rho$ . Można jednak spostrzec, że liczba iteracji malała wraz z doбором punktu  $x_i$ , który znajdował się blisko realnego miejsca zerowego.

Dla drugiego kryterium wyniki nie były już takie dobre. Ma na to wpływ kształt funkcji i dość szeroki zakres, w którym przyjmuje wartości bliskie zero w granicach  $\rho$ .

Dla metody siecznych w stosunku do pierwszej dostaliśmy wyniki o wiele gorsze. W dużej ilości przypadków liczba iteracji kończyła się na pierwszej zwracając wartość niepoprawną. Jeżeli mówimy o przypadku stałego końca przedziału mamy doczynienia z sieczną o prawie takim samym nachyleniu, więc kolejne obliczane  $x_i$  różnią się o tylko kilka miejsc po przecinku.

W przypadku stałego początku przedziału mamy do czynienia wręcz z pionowym wyglądem funkcji, przez co ponownie dostajemy złe wyniki obliczeń.

Po przeprowadzonych testach dla badanej funkcji  $f(x)$  najlepsze wyniki otrzymywaliśmy dla metody Newtona oraz 1. kryterium stopu.