

MOwNiT - arytmetyka komputerowa

Paweł Podedworny

06.03.2024

1 Opis ćwiczenia

Dana jest zależność rekurencyjna $3x_{k-1} - 10x_k + 3x_{k+1} = 0$. Wartości początkowe $x_0 = 1$, $x_1 = \frac{1}{3}$. Wyznaczyć wartości x_k , x_{k+1} dla $k = 45$. Następnie, korzystając z wyznaczonych wartości x_k i x_{k+1} , obliczyć x_1 i x_0 , wykonując rekurencję w tył. Porównać wyznaczone wartości x_1 i x_0 z dokładnymi wartościami początkowymi 1 i $\frac{1}{3}$. Wykonać obliczenia dla różnej precyzji zmiennych (float, double, long double). Skomentować różnice. Co będzie, jeśli wszędzie liczbę 3 zastąpimy przez liczbę 2 lub 20, lub 30?

2 Dane techniczne

Komputer z systemem Windows 10 x64
Procesor: AMD Ryzen 5 3600 3.60GHz
Pamięć RAM: 16GB 3200MHz
Środowisko: CLion 2023.3.4 / PyCharm 2023.1
Język: C++17 / Python 3.10 z biblioteką mpmath

3 Przekształcenia

Z racji późniejszego zastąpienia liczby 3 innymi, podstawiam pod nią liczbę c

$$c \cdot x_{k-1} - 10 \cdot x_k + c \cdot x_{k+1} = 0$$

Do obliczenia wartości x_k , x_{k+1} dla $k = 45$

$$x_k = \frac{10}{c} \cdot x_{k-1} - x_{k-2}$$

Analogicznie do ponownego obliczenia wartości x_0 , x_1

$$x_k = \frac{10}{c} \cdot x_{k+1} - x_{k+2}$$

4 Porównanie typów

Float	Double	Long Double
4 bajty	8 bajtów	16 bajtów
Znak: 1 bit	Znak: 1 bit	Znak: 1 bit
Mantysa: 23 bity	Mantysa: 52 bity	Mantysa: 65 bity
Wykładnik: 8 bitów	Wykładnik: 11 bitów	Wykładnik: 62 bity
Dokładność: 6-7 cyfr znaczących	Dokładność: 15-16 cyfr znaczących	Dokładność 19-20 cyfr znaczących

Tabela 1: Porównanie specyfikacji typów float, double i long double w C++

5 Wyniki obliczeń

5.1 Liczba $c = 3$

	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	-1258581798329908673481015296.000
x_1	0.3333333433	-419527253812140175353970688.000
x_2	0.1111111417	-139842414862922712833064960.000
x_3	0.0370371304	-46614138287640904277688320.000
x_4	0.0123459594	-15538045327265965021331456.000
x_5	0.0041160677	-5179348250268404239302656.000
x_6	0.0013742661	-1726449368717738721148928.000
x_7	0.0004648194	-575483110896313900728320.000
x_8	0.0001751318	-191827709636904136736768.000
x_9	0.0001189533	-63942571380167921369088.000
x_{10}	0.0002213791	-21314190460055973789696.000
x_{11}	0.0006189770	-7104730153351991263232.000
x_{12}	0.0018418776	-2368243478275655991296.000
x_{13}	0.0055206148	-789414516214800056320.000
x_{14}	0.0165601708	-263138166207538003968.000
x_{15}	0.0496799536	-87712722069179334656.000
x_{16}	0.1490396708	-29237573290052026368.000
x_{17}	0.4471189380	-9745857763350675456.000
x_{18}	1.3413567543	-3248619254450225152.000
x_{19}	4.0240702629	-1082873130629726208.000
x_{20}	12.0722103119	-360957710209908736.000
x_{21}	36.2166290283	-120319239599947776.000
x_{22}	108.6498870850	-40106413199982592.000
x_{23}	325.9496459961	-13368804042080256.000
x_{24}	977.8489379883	-4456268014026752.000
x_{25}	2933.5468750	-1485422626603008.000
x_{26}	8800.6406250	-495140875534336.000
x_{27}	26401.9218750	-165046952919040.000
x_{28}	79205.7656250	-55015649574912.000
x_{29}	237617.2968750	-18338549858304.000
x_{30}	712851.8750	-6112849428480.000
x_{31}	2138555.500	-2037614510080.000
x_{32}	6415666.500	-679199113216.000
x_{33}	19247000.000	-226382594048.000
x_{34}	57741000.000	-75409539072.000
x_{35}	173223008.000	-24982538240.000
x_{36}	519669024.000	-7865584640.000
x_{37}	1559007104.000	-1236077696.000
x_{38}	4677021184.000	3745325824.000
x_{39}	14031063040.000	13720497152.000
x_{40}	42093187072.000	41989664768.000
x_{41}	126279557120.000	126245052416.000
x_{42}	378838679552.000	378827177984.000
x_{43}	1136516005888.000	1136512204800.000
x_{44}	3409547886592.000	3409546838016.000
x_{45}	10228643921920.000	10228643921920.000
x_{46}	30685932814336.000	30685932814336.000

Tabela 2: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu float przy $c = 3$

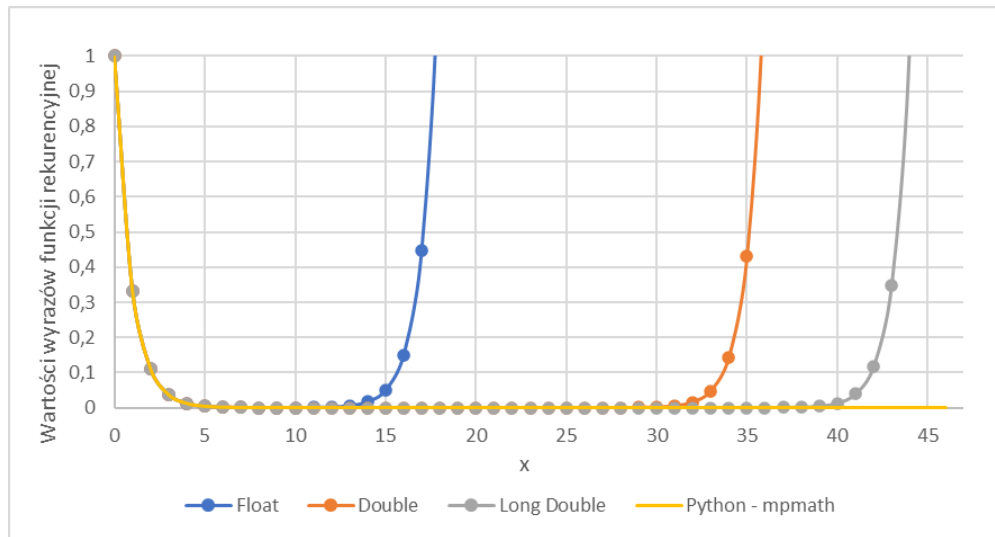
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	-8798768793.5659847260
x_1	0.3333333333	-2932922931.1886615753
x_2	0.1111111111	-977640977.0628871918
x_3	0.0370370370	-325880325.6876290441
x_4	0.0123456790	-108626775.2292096764
x_5	0.0041152263	-36208925.0764032230
x_6	0.0013717421	-12069641.6921344083
x_7	0.0004572474	-4023213.8973781359
x_8	0.0001524158	-1341071.2991260453
x_9	0.0000508053	-447023.7663753484
x_{10}	0.0000169351	-149007.9221251161
x_{11}	0.0000056450	-49669.3073750387
x_{12}	0.0000018817	-16556.4357916796
x_{13}	0.0000006272	-5518.8119305598
x_{14}	0.0000002091	-1839.6039768532
x_{15}	0.0000000698	-613.2013256176
x_{16}	0.0000000236	-204.4004418722
x_{17}	0.0000000089	-68.1334806231
x_{18}	0.0000000059	-22.7111602047
x_{19}	0.0000000109	-7.5703867260
x_{20}	0.0000000303	-2.5234622153
x_{21}	0.0000000902	-0.8411539917
x_{22}	0.0000002702	-0.2803844237
x_{23}	0.0000008106	-0.0934607540
x_{24}	0.0000024318	-0.0311514231
x_{25}	0.0000072954	-0.0103773229
x_{26}	0.0000218862	-0.0034396532
x_{27}	0.0000656586	-0.0010881879
x_{28}	0.0001969758	-0.0001876397
x_{29}	0.0005909273	0.0004627221
x_{30}	0.0017727819	0.0017300468
x_{31}	0.0053183457	0.0053041007
x_{32}	0.0159550371	0.0159502887
x_{33}	0.0478651112	0.0478635284
x_{34}	0.1435953335	0.1435948059
x_{35}	0.4307860006	0.4307858247
x_{36}	1.2923580017	1.2923579431
x_{37}	3.8770740051	3.8770739856
x_{38}	11.6312220154	11.6312220089
x_{39}	34.8936660463	34.8936660441
x_{40}	104.6809981389	104.6809981381
x_{41}	314.0429944166	314.0429944164
x_{42}	942.1289832498	942.1289832497
x_{43}	2826.3869497494	2826.3869497494
x_{44}	8479.1608492482	8479.1608492482
x_{45}	25437.4825477447	25437.4825477447
x_{46}	76312.4476432342	76312.4476432342

Tabela 3: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu double przy $c = 3$

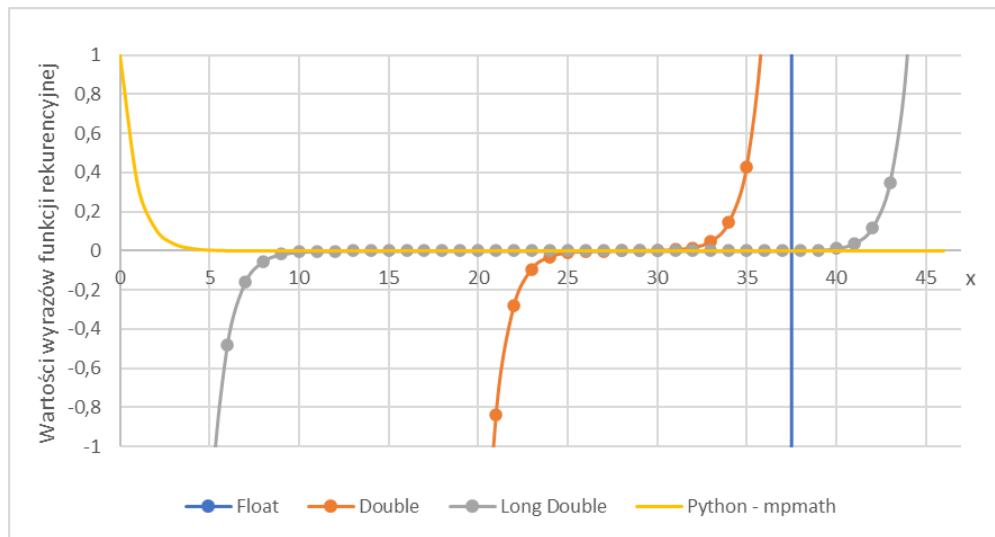
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	-351.5101364134
x_1	0.3333333333	-117.1700454711
x_2	0.1111111111	-39.0566818237
x_3	0.0370370370	-13.0188939412
x_4	0.0123456790	-4.3396313137
x_5	0.0041152263	-1.4465437712
x_6	0.0013717421	-0.4821812571
x_7	0.0004572474	-0.1607270857
x_8	0.0001524158	-0.0535756952
x_9	0.0000508053	-0.0178585651
x_{10}	0.0000169351	-0.0059528550
x_{11}	0.0000056450	-0.0019842850
x_{12}	0.0000018817	-0.0006614283
x_{13}	0.0000006272	-0.0002204761
x_{14}	0.0000002091	-0.0000734920
x_{15}	0.0000000697	-0.0000244973
x_{16}	0.0000000232	-0.0000081658
x_{17}	0.0000000077	-0.0000027219
x_{18}	0.0000000026	-0.0000009073
x_{19}	0.0000000009	-0.0000003024
x_{20}	0.0000000003	-0.0000001008
x_{21}	0.0000000001	-0.0000000336
x_{22}	0.0000000001	-0.0000000112
x_{23}	0.0000000001	-0.0000000036
x_{24}	0.0000000003	-0.0000000009
x_{25}	0.0000000009	0.0000000005
x_{26}	0.0000000027	0.0000000026
x_{27}	0.0000000081	0.0000000080
x_{28}	0.0000000243	0.0000000243
x_{29}	0.0000000728	0.0000000728
x_{30}	0.0000002185	0.0000002185
x_{31}	0.0000006555	0.0000006555
x_{32}	0.0000019666	0.0000019666
x_{33}	0.0000058999	0.0000058999
x_{34}	0.0000176998	0.0000176998
x_{35}	0.0000530995	0.0000530995
x_{36}	0.0001592984	0.0001592984
x_{37}	0.0004778951	0.0004778951
x_{38}	0.0014336854	0.0014336854
x_{39}	0.0043010561	0.0043010561
x_{40}	0.0129031684	0.0129031684
x_{41}	0.0387095052	0.0387095052
x_{42}	0.1161285157	0.1161285157
x_{43}	0.3483855472	0.3483855472
x_{44}	1.0451566417	1.0451566417
x_{45}	3.1354699250	3.1354699250
x_{46}	9.4064097751	9.4064097751

Tabela 4: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu long double przy $c = 3$

5.2 Opracowanie wyników dla $c = 3$



Wykres 1: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej dla $k = 45$ z poprawnymi wartościami dla $c = 3$



Wykres 2: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej przy ponownym wyznaczaniu x_0 i x_1 z poprawnymi wartościami dla $c = 3$

Jak można zobaczyć z tabel 2, 3 i 4 wyniki ponownego obliczenia x_0 i x_1 znacznie odbiegają od wartości 1 i $\frac{1}{3}$. Wynika to z faktu, iż dla $c = 3$ kolejne wyrazy funkcji rekurencyjnej przyjmują postać $\frac{1}{3^k}$ przez co szybko wartość ta zaczyna zbiegać do 0. Na wykresach 1 oraz 2 możemy zobaczyć porównanie z poprawnie obliczonymi wyrazami za pomocą biblioteki mpmath w języku python, która wspiera operacje na liczbach zmiennoprzecinkowych o dowolnej precyzji. Wywnioskować z niej możemy, że korzystając z podanych typów danych prędzej czy później zachodzi błąd zaokrąglania co prowadzi do utraty dokładności. Wykresy dodatkowo ukazują różnice w specyfikacji typów, ponieważ pierwszy dokładność gubi float, następnie double a na końcu long double.

5.3 Liczba $c = 2$

	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0	nan
x_1	0.5	nan
x_2	1.5	nan
x_3	7.0	nan
x_4	33.5	nan
x_5	160.5	nan
x_6	769.0	nan
x_7	3684.5	nan
x_8	17653.5	nan
x_9	84583.0	nan
x_{10}	405261.5	nan
x_{11}	1941724.5	nan
x_{12}	9303361.0	nan
x_{13}	44575080.0	nan
x_{14}	213572032.0	nan
x_{15}	1023285056.0	nan
x_{16}	4902853120.0	nan
x_{17}	23490979840.0	nan
x_{18}	112552042496.0	nan
x_{19}	539269234688.0	-inf
x_{20}	2583794024448.0	-inf
x_{21}	12379701116928.0	-170529551039559953916965045683508740096.0
x_{22}	59314710511616.0	-35591587584295153998695454517139341312.0
x_{23}	284193858781184.0	-7428397023120617902347438875813609472.0
x_{24}	1361654554034176.0	-1550396739026310370398363926489202688.0
x_{25}	6524078944944128.0	-323586632396852692512211959860428800.0
x_{26}	31258739768033280.0	-67536462572034349294864669584916480.0
x_{27}	149769615600254976.0	-14095680463319053962111388064153600.0
x_{28}	717589323200856064.0	-2941939744560920515692270735851520.0
x_{29}	3438176983224156160.0	-614018607656184665363167930482688.0
x_{30}	16473295524200448000.0	-128153148648904457368067951820800.0
x_{31}	78928301462411804672.0	-26747118663376146872363382734848.0
x_{32}	378168210688346947584.0	-5582448899216645644951073325056.0
x_{33}	1811912690406671777792.0	-1165124926012716641420102860800.0
x_{34}	8681395346898128207872.0	-243175730846937562149440978944.0
x_{35}	41595066014408806236160.0	-50753690443039306369940324352.0
x_{36}	199293939228745530343424.0	-10592721368258969700260642816.0
x_{37}	954874666158115864444928.0	-2209916398255542131362889728.0
x_{38}	4575079319504239753953280.0	-456860623018740956553805824.0
x_{39}	21920521931363082905321472.0	-74386716838162651406139392.0
x_{40}	105027533507845312441483264.0	84927038827927699523108864.0
x_{41}	503217143302020470088400896.0	499021910977801149021683712.0
x_{42}	2411058219895745185419624448.0	2410182516061078045585309696.0
x_{43}	11552073661028800277656895488.0	11551890669327589078904864768.0
x_{44}	55349308609508730306100723712.0	55349270830576867348939014144.0
x_{45}	265194463483556747665790205952.0	265194463483556747665790205952.0
x_{46}	1270623046587206870980012015616.0	1270623046587206870980012015616.0

Tabela 5: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu float przy $c = 2$

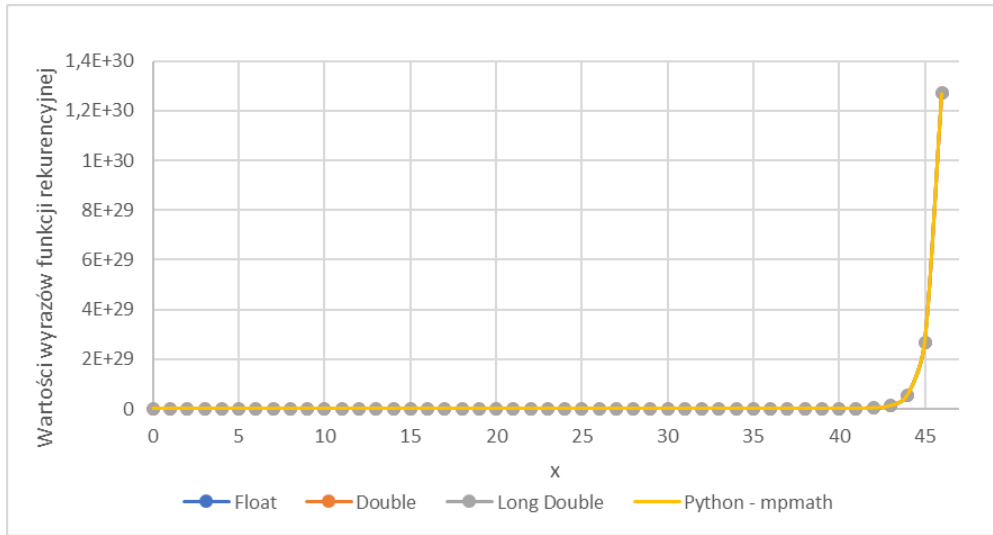
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0	-77040105326218382941974731688109606193594368.0
x_1	0.5	-16079206213162800143285597701722345469640704.0
x_2	1.5	-3355925739595610965783040750910609209425920.0
x_3	7.0	-700422484815253292947061856777891315974144.0
x_4	33.5	-146186684480655421581016077642580189249536.0
x_5	160.5	-30510937588023737586766076098742449078272.0
x_6	769.0	-6368003459463273606369220538907104378880.0
x_7	3684.5	-1329079709292631805121573662250894360576.0
x_8	17653.5	-277395086999885532575443361218852552704.0
x_9	84583.0	-57895725706795763308313486450464129024.0
x_{10}	405261.5	-12083541534093265076658139554887237632.0
x_{11}	1941724.5	-2521981963670562074977211323972059136.0
x_{12}	9303361.0	-526368284259545150653964475296645120.0
x_{13}	44575080.5	-109859457627163752079587347349372928.0
x_{14}	213572041.5	-22929003876273586685542169313280000.0
x_{15}	1023285127.0	-4785561754204176736437480789639168.0
x_{16}	4902853593.5	-998804894747294834917413497077760.0
x_{17}	23490982840.5	-208462719532297474178383714713600.0
x_{18}	112552060609.0	-43508702914192454909711783821312.0
x_{19}	539269320204.5	-9080795038664802621975018078208.0
x_{20}	2583794540413.5	-1895272279131555385413539463168.0
x_{21}	12379703381863.0	-395566356992975290255097724928.0
x_{22}	59314722368901.5	-8255950583321347336925872128.0
x_{23}	284193908462644.5	-17231172173631446429531635712.0
x_{24}	1361654819944321.0	-3596355034835884810732306432.0
x_{25}	6524080191258960.0	-750603000547977624129896448.0
x_{26}	31258746136350480.0	-156659967904003309917175808.0
x_{27}	149769650490493440.0	-32696838972038925455982592.0
x_{28}	717589506316116736.0	-6824226956191317362737152.0
x_{29}	3438177881090090496.0	-1424295808917661357703168.0
x_{30}	16473299899134337024.0	-297252088396989425778688.0
x_{31}	78928321614581596160.0	-61964633067285771190272.0
x_{32}	378168308173773668352.0	-12571076939439430172672.0
x_{33}	1811913219254286811136.0	-890751629911379673088.0
x_{34}	8681397788097660321792.0	8117318789882531807232.0
x_{35}	41595075721234015584256.0	41477345579324038709248.0
x_{36}	199293980818072424939520.0	199269409106737661739008.0
x_{37}	954874828369128050393088.0	954869699954364269985792.0
x_{38}	4575080161027567827025920.0	4575079090665083688189952.0
x_{39}	21920525976768714305961984.0	21920525753371054170963968.0
x_{40}	105027549722815991354753024.0	105027549676190187166629888.0
x_{41}	503217222637311246762770432.0	503217222627579881662185472.0
x_{42}	2411058563463740019120799744.0	2411058563461709221144297472.0
x_{43}	11552075594681390635547623424.0	11552075594680966224059301888.0
x_{44}	55349319409943209860082434048.0	55349319409943121899152211968.0
x_{45}	265194521455034643271701757952.0	265194521455034643271701757952.0
x_{46}	1270623287865229953721868222464.0	1270623287865229953721868222464.0

Tabela 6: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu double przy $c = 2$

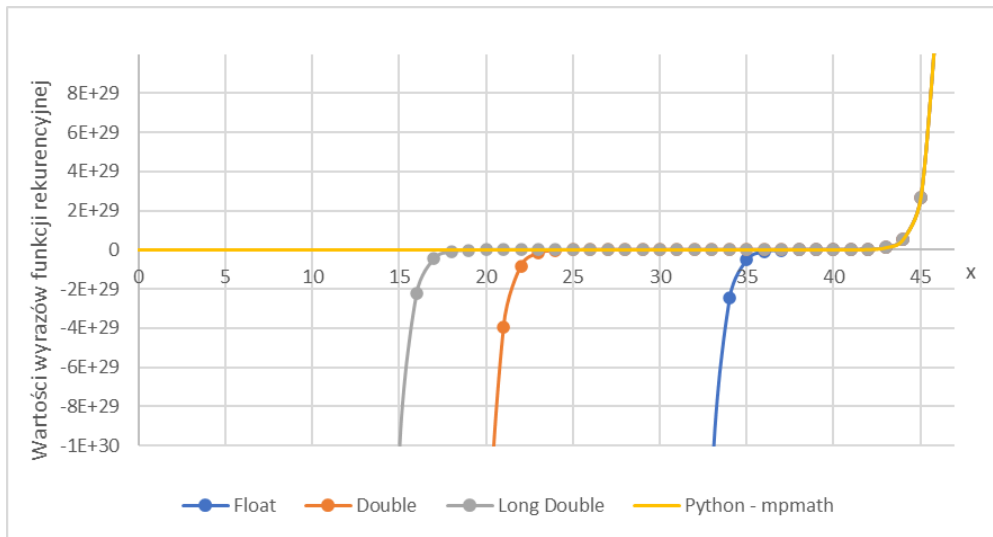
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0	-17351611458615731056908025604606504468480.0
x_1	0.5	-3621492177254477423108913495774291034112.0
x_2	1.5	-755849427656656058562754897970112495616.0
x_3	7.0	-157754961028802869806318086481673977856.0
x_4	33.5	-32925377487358290473447220456684781568.0
x_5	160.5	-6871926407988582569564927086301282304.0
x_6	769.0	-1434254552584622375962682043656044544.0
x_7	3684.5	-299346354934529310266497530488422400.0
x_8	17653.5	-62477222088024175450870402078736384.0
x_9	84583.0	-13039755505591566988980379812102144.0
x_{10}	405261.5	-2721555439933659490653797261246464.0
x_{11}	1941724.5	-568021694076730464605265842929664.0
x_{12}	9303361.0	-118553030449992832566045999890432.0
x_{13}	44575080.5	-24743458173233698216168063500288.0
x_{14}	213572041.5	-5164260416175658515344073424896.0
x_{15}	1023285127.0	-1077843907644594359727669903360.0
x_{16}	4902853593.5	-224959122047313283740952690688.0
x_{17}	23490982840.5	-46951702591972058942733811712.0
x_{18}	112552060609.0	-9799390912547010972716367872.0
x_{19}	539269320204.5	-2045251970762995920848027648.0
x_{20}	2583794540413.5	-426868941267968631523770368.0
x_{21}	12379703381863.0	-89092735576847236770824192.0
x_{22}	59314722368901.5	-18594736616267552330350592.0
x_{23}	284193908462644.5	-3880947504490524880928768.0
x_{24}	1361654819944321.0	-810000906185072074293248.0
x_{25}	6524080191258960.5	-169057026434835490537472.0
x_{26}	31258746136350481.5	-35284225989105378394112.0
x_{27}	149769650490493447.0	-7364103510691401433088.0
x_{28}	717589506316116753.5	-1536291564351628771328.0
x_{29}	3438177881090090320.5	-317354311066742423552.0
x_{30}	16473299899134334848.0	-50479990982083346432.0
x_{31}	78928321614581583920.0	64954356156325691392.0
x_{32}	378168308173773584768.0	375251771763711803392.0
x_{33}	1811913219254286339968.0	1811304502662233325568.0
x_{34}	8681397788097658115072.0	8681270741547454824448.0
x_{35}	41595075721234004234240.0	41595049205075040796672.0
x_{36}	199293980818072363057152.0	199293975283827749158912.0
x_{37}	954874828369127811055616.0	954874827214063704997888.0
x_{38}	4575080161027566692204544.0	4575080160786490775830528.0
x_{39}	21920525976768705648918528.0	21920525976718390174154752.0
x_{40}	105027549722815961550028800.0	105027549722805460094943232.0
x_{41}	503217222637311102109614080.0	503217222637308910300561408.0
x_{42}	2411058563463739549090316288.0	2411058563463739091407863808.0
x_{43}	11552075594681386643375521792.0	11552075594681386546738757632.0
x_{44}	55349319409943193663760760832.0	55349319409943193642285924352.0
x_{45}	265194521455034581664690864128.0	265194521455034581664690864128.0
x_{46}	1270623287865229714715528134656.0	1270623287865229714715528134656.0

Tabela 7: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu long double przy $c = 2$

5.4 Opracowanie wyników dla $c = 2$



Wykres 3: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej dla $k = 45$ z poprawnymi wartościami dla $c = 2$



Wykres 4: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej przy ponownym wyznaczaniu x_0 i x_1 z poprawnymi wartościami dla $c = 2$

Jak można zauważyć w tabelach 4, 5 i 6 ponownie nie udało się poprawnie obliczyć ponownie wartości x_0 oraz x_1 . Dla typu float doszło nawet to zwrócenia wartości *-inf* a następnie *nan* (not a number) czyli wartości numerycznej oznaczającej niezdefiniowaną lub niereprezentowalną wielkość. Jednak co warto podkreślić początkowe cyfry wyrazów x_{45} i x_{46} są podobne oraz pokrywają się z wartością rzeczywistą. Mimo wszystko kiedy chcemy ponownie wyznaczyć wartości początkowe typy ponownie gubią dokładność w analogiczny sposób jak dla $c = 3$.

5.5 Liczba $c = 20$

	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	0.9999998808
x_1	0.0500000007	0.0499999523
x_2	-0.9750000238	-0.9749999046
x_3	-0.5375000238	-0.5374999046
x_4	0.7062500119	0.7062499523
x_5	0.8906250000	0.8906248808
x_6	-0.2609375119	-0.2609374821
x_7	-1.0210937262	-1.0210936069
x_8	-0.2496093512	-0.2496093214
x_9	0.8962890506	0.8962889314
x_{10}	0.6977539062	0.6977537870
x_{11}	-0.5474120975	-0.5474120378
x_{12}	-0.9714599848	-0.9714598060
x_{13}	0.0616821051	0.0616821051
x_{14}	1.0023009777	1.0023008585
x_{15}	0.4394683838	0.4394683242
x_{16}	-0.7825667858	-0.7825666666
x_{17}	-0.8307517767	-0.8307516575
x_{18}	0.3671908975	0.3671908081
x_{19}	1.0143471956	1.0143470764
x_{20}	0.1399827003	0.1399827302
x_{21}	-0.9443558455	-0.9443556666
x_{22}	-0.6121606231	-0.6121605635
x_{23}	0.6382755041	0.6382753849
x_{24}	0.9312983751	0.9312982559
x_{25}	-0.1726263165	-0.1726262271
x_{26}	-1.0176115036	-1.0176113844
x_{27}	-0.3361794353	-0.3361794651
x_{28}	0.8495217562	0.8495216966
x_{29}	0.7609403133	0.7609403133
x_{30}	-0.4690515995	-0.4690515399
x_{31}	-0.9954661131	-0.9954661131
x_{32}	-0.0286814570	-0.0286815166
x_{33}	0.9811253548	0.9811253548
x_{34}	0.5192441344	0.5192441940
x_{35}	-0.7215032578	-0.7215032578
x_{36}	-0.8799957633	-0.8799958229
x_{37}	0.2815053761	0.2815053463
x_{38}	1.0207484961	1.0207484961
x_{39}	0.2288688719	0.2288689017
x_{40}	-0.9063140750	-0.9063140154
x_{41}	-0.6820259094	-0.6820259094
x_{42}	0.5653011203	0.5653010607
x_{43}	0.9646764994	0.9646764398
x_{44}	-0.0829628706	-0.0829628706
x_{45}	-1.0061578751	-1.0061578751
x_{46}	-0.4201160669	-0.4201160669

Tabela 8: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu float przy $c = 20$

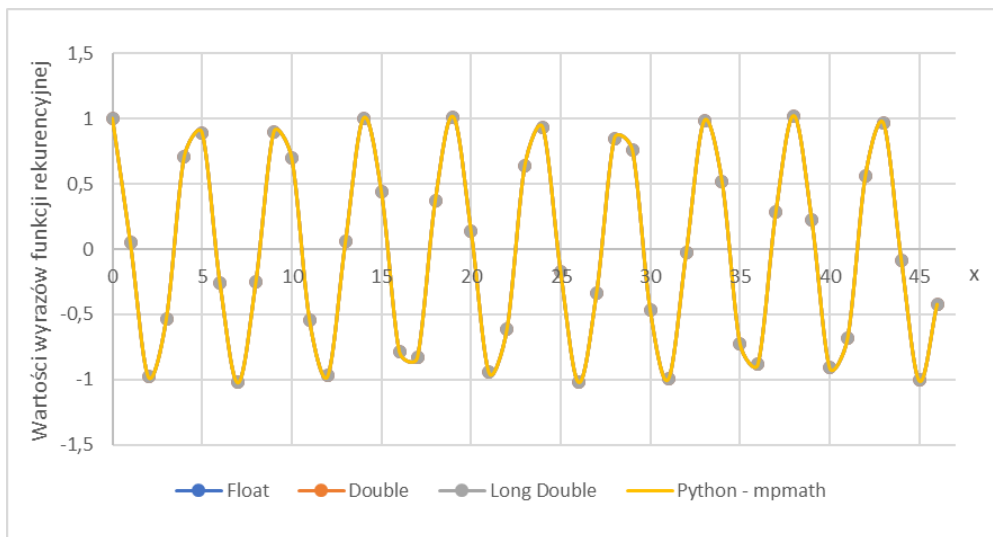
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	1.0000000000
x_1	0.0500000000	0.0500000000
x_2	-0.9750000000	-0.9750000000
x_3	-0.5375000000	-0.5375000000
x_4	0.7062500000	0.7062500000
x_5	0.8906250000	0.8906250000
x_6	-0.2609375000	-0.2609375000
x_7	-1.0210937500	-1.0210937500
x_8	-0.2496093750	-0.2496093750
x_9	0.8962890625	0.8962890625
x_{10}	0.6977539062	0.6977539063
x_{11}	-0.5474121094	-0.5474121094
x_{12}	-0.9714599609	-0.9714599609
x_{13}	0.0616821289	0.0616821289
x_{14}	1.0023010254	1.0023010254
x_{15}	0.4394683838	0.4394683838
x_{16}	-0.7825668335	-0.7825668335
x_{17}	-0.8307518005	-0.8307518005
x_{18}	0.3671909332	0.3671909332
x_{19}	1.0143472672	1.0143472672
x_{20}	0.1399827003	0.1399827003
x_{21}	-0.9443559170	-0.9443559170
x_{22}	-0.6121606588	-0.6121606588
x_{23}	0.6382755876	0.6382755876
x_{24}	0.9312984526	0.9312984526
x_{25}	-0.1726263613	-0.1726263613
x_{26}	-1.0176116332	-1.0176116332
x_{27}	-0.3361794554	-0.3361794554
x_{28}	0.8495219056	0.8495219056
x_{29}	0.7609404081	0.7609404081
x_{30}	-0.4690517015	-0.4690517015
x_{31}	-0.9954662589	-0.9954662589
x_{32}	-0.0286814280	-0.0286814280
x_{33}	0.9811255449	0.9811255449
x_{34}	0.5192442004	0.5192442004
x_{35}	-0.7215034447	-0.7215034447
x_{36}	-0.8799959228	-0.8799959228
x_{37}	0.2815054833	0.2815054833
x_{38}	1.0207486644	1.0207486644
x_{39}	0.2288688489	0.2288688489
x_{40}	-0.9063142400	-0.9063142400
x_{41}	-0.6820259689	-0.6820259689
x_{42}	0.5653012555	0.5653012555
x_{43}	0.9646765967	0.9646765967
x_{44}	-0.0829629572	-0.0829629572
x_{45}	-1.0061580753	-1.0061580753
x_{46}	-0.4201160804	-0.4201160804

Tabela 9: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu double przy $c = 20$

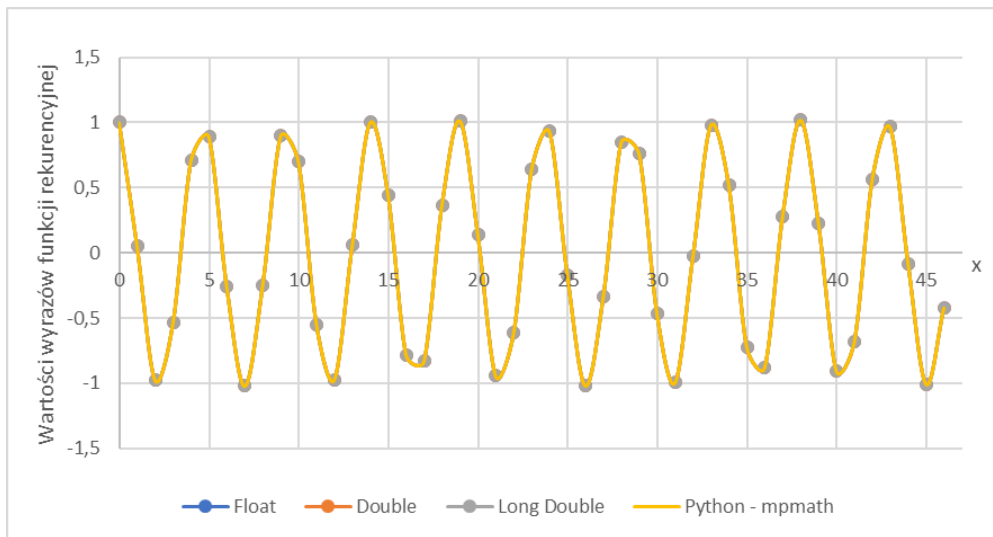
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	1.0000000000
x_1	0.0500000000	0.0500000000
x_2	-0.9750000000	-0.9750000000
x_3	-0.5375000000	-0.5375000000
x_4	0.7062500000	0.7062500000
x_5	0.8906250000	0.8906250000
x_6	-0.2609375000	-0.2609375000
x_7	-1.0210937500	-1.0210937500
x_8	-0.2496093750	-0.2496093750
x_9	0.8962890625	0.8962890625
x_{10}	0.6977539062	0.6977539062
x_{11}	-0.5474121094	-0.5474121094
x_{12}	-0.9714599609	-0.9714599609
x_{13}	0.0616821289	0.0616821289
x_{14}	1.0023010254	1.0023010254
x_{15}	0.4394683838	0.4394683838
x_{16}	-0.7825668335	-0.7825668335
x_{17}	-0.8307518005	-0.8307518005
x_{18}	0.3671909332	0.3671909332
x_{19}	1.0143472672	1.0143472672
x_{20}	0.1399827003	0.1399827003
x_{21}	-0.9443559170	-0.9443559170
x_{22}	-0.6121606588	-0.6121606588
x_{23}	0.6382755876	0.6382755876
x_{24}	0.9312984526	0.9312984526
x_{25}	-0.1726263613	-0.1726263613
x_{26}	-1.0176116332	-1.0176116332
x_{27}	-0.3361794554	-0.3361794554
x_{28}	0.8495219056	0.8495219056
x_{29}	0.7609404081	0.7609404081
x_{30}	-0.4690517015	-0.4690517015
x_{31}	-0.9954662589	-0.9954662589
x_{32}	-0.0286814280	-0.0286814280
x_{33}	0.9811255449	0.9811255449
x_{34}	0.5192442004	0.5192442004
x_{35}	-0.7215034447	-0.7215034447
x_{36}	-0.8799959228	-0.8799959228
x_{37}	0.2815054833	0.2815054833
x_{38}	1.0207486644	1.0207486644
x_{39}	0.2288688489	0.2288688489
x_{40}	-0.9063142400	-0.9063142400
x_{41}	-0.6820259689	-0.6820259689
x_{42}	0.5653012555	0.5653012555
x_{43}	0.9646765967	0.9646765967
x_{44}	-0.0829629572	-0.0829629572
x_{45}	-1.0061580753	-1.0061580753
x_{46}	-0.4201160804	-0.4201160804

Tabela 10: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu long double przy $c = 20$

5.6 Opracowanie wyników dla $c = 20$



Wykres 5: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej dla $k = 45$ z poprawnymi wartościami dla $c = 20$



Wykres 6: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej przy ponownym wyznaczeniu x_0 i x_1 z poprawnymi wartościami dla $c = 20$

Kiedy pod c podstawimy wartość 20 wyrazy podanej funkcji rekurencyjnej rozciągają się w granicach od -1 do 1. Z tego też powodu nawet jeżeli tracimy dokładność na x miejscu po przecinku nie powoduje to strasznej różnicy w wyniku końcowym. Jak możemy zauważyć na tabeli 8, przy użyciu typu float policzyliśmy x_0 i x_1 z błędem rzędu 7 cyfry po przecinku, a przy użyciu double i long double, bez żadnego błędu. Dodatkowo wykresy 5 i 6 pokazują, że obliczone wartości prawie, że idealnie pokrywają się z dokładnymi.

5.7 Liczba $c = 30$

	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	0.9999998808
x_1	0.0333333351	0.0333333015
x_2	-0.9888888597	-0.9888888001
x_3	-0.3629629612	-0.3629629016
x_4	0.8679012060	0.8679011464
x_5	0.6522633433	0.6522632837
x_6	-0.6504800916	-0.6504800320
x_7	-0.8690900207	-0.8690899611
x_8	0.3607834280	0.3607833982
x_9	0.9893511534	0.9893510938
x_{10}	-0.0309997108	-0.0309996903
x_{11}	-0.9996843934	-0.9996843338
x_{12}	-0.3022284210	-0.3022284210
x_{13}	0.8989415765	0.8989415169
x_{14}	0.6018756032	0.6018756032
x_{15}	-0.6983163953	-0.6983163357
x_{16}	-0.8346477151	-0.8346477151
x_{17}	0.4201004803	0.4201004505
x_{18}	0.9746811986	0.9746811986
x_{19}	-0.0952067450	-0.0952067301
x_{20}	-1.0064167976	-1.0064167976
x_{21}	-0.2402655184	-0.2402655333
x_{22}	0.9263283014	0.9263283014
x_{23}	0.5490416288	0.5490416288
x_{24}	-0.7433144450	-0.7433144450
x_{25}	-0.7968131304	-0.7968131304
x_{26}	0.4777100682	0.4777100682
x_{27}	0.9560497999	0.9560497999
x_{28}	-0.1590268016	-0.1590268016
x_{29}	-1.0090587139	-1.0090587139
x_{30}	-0.1773260981	-0.1773260981
x_{31}	0.9499500394	0.9499499798
x_{32}	0.4939761162	0.4939760864
x_{33}	-0.7852913141	-0.7852913141
x_{34}	-0.7557398677	-0.7557398677
x_{35}	0.5333780050	0.5333780050
x_{36}	0.9335325360	0.9335325360
x_{37}	-0.2222004980	-0.2222005129
x_{38}	-1.0075993538	-1.0075993538
x_{39}	-0.1136659533	-0.1136659458
x_{40}	0.9697107077	0.9697107077
x_{41}	0.4369028509	0.4369028509
x_{42}	-0.8240764141	-0.8240764141
x_{43}	-0.7115949988	-0.7115949988
x_{44}	0.5868780613	0.5868780613
x_{45}	0.9072210193	0.9072210193
x_{46}	-0.2844710648	-0.2844710648

Tabela 11: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu float przy $c = 30$

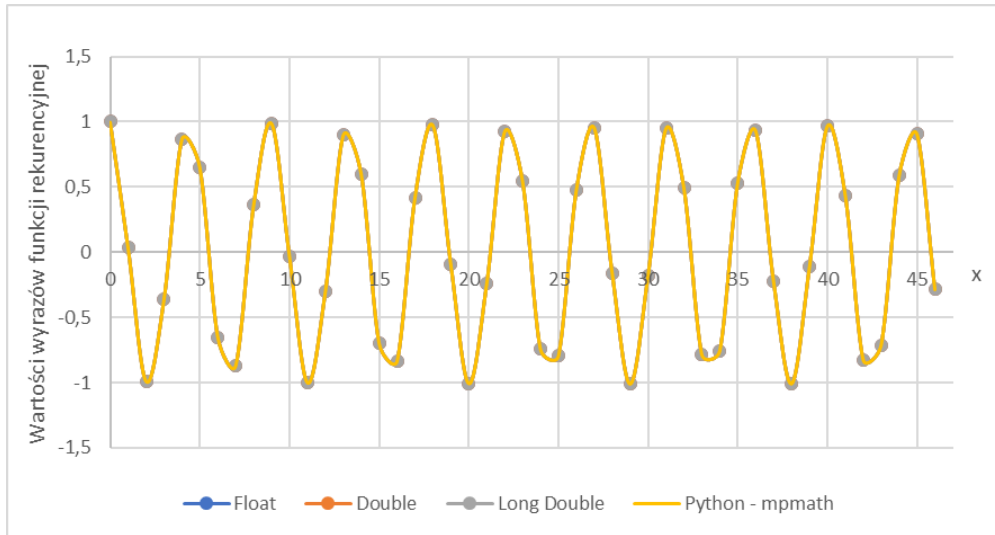
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	1.0000000000
x_1	0.0333333333	0.0333333333
x_2	-0.9888888889	-0.9888888889
x_3	-0.3629629630	-0.3629629630
x_4	0.8679012346	0.8679012346
x_5	0.6522633745	0.6522633745
x_6	-0.6504801097	-0.6504801097
x_7	-0.8690900777	-0.8690900777
x_8	0.3607834172	0.3607834172
x_9	0.9893512168	0.9893512168
x_{10}	-0.0309996782	-0.0309996782
x_{11}	-0.9996844429	-0.9996844429
x_{12}	-0.3022284694	-0.3022284694
x_{13}	0.8989416197	0.8989416197
x_{14}	0.6018756760	0.6018756760
x_{15}	-0.6983163944	-0.6983163944
x_{16}	-0.8346478074	-0.8346478074
x_{17}	0.4201004586	0.4201004586
x_{18}	0.9746812936	0.9746812936
x_{19}	-0.0952066941	-0.0952066941
x_{20}	-1.0064168583	-1.0064168583
x_{21}	-0.2402655921	-0.2402655921
x_{22}	0.9263283276	0.9263283276
x_{23}	0.5490417013	0.5490417013
x_{24}	-0.7433144272	-0.7433144272
x_{25}	-0.7968131770	-0.7968131770
x_{26}	0.4777100349	0.4777100349
x_{27}	0.9560498553	0.9560498553
x_{28}	-0.1590267498	-0.1590267498
x_{29}	-1.0090587719	-1.0090587719
x_{30}	-0.1773261742	-0.1773261742
x_{31}	0.9499500472	0.9499500472
x_{32}	0.4939761899	0.4939761899
x_{33}	-0.7852913172	-0.7852913172
x_{34}	-0.7557399623	-0.7557399623
x_{35}	0.5333779964	0.5333779964
x_{36}	0.9335326278	0.9335326278
x_{37}	-0.2222004538	-0.2222004538
x_{38}	-1.0075994457	-1.0075994457
x_{39}	-0.1136660281	-0.1136660281
x_{40}	0.9697107697	0.9697107697
x_{41}	0.4369029513	0.4369029513
x_{42}	-0.8240764526	-0.8240764526
x_{43}	-0.7115951022	-0.7115951022
x_{44}	0.5868780852	0.5868780852
x_{45}	0.9072211306	0.9072211306
x_{46}	-0.2844710417	-0.2844710417

Tabela 12: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu double przy $c = 30$

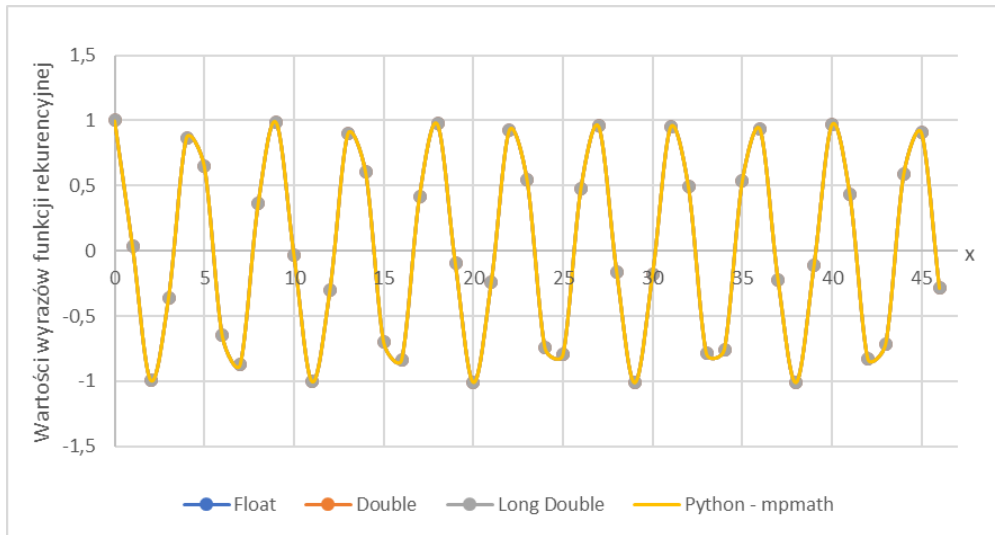
	Obliczanie x_{45}, x_{46}	Ponowne obliczanie x_0, x_1
x_0	1.0000000000	1.0000000000
x_1	0.0333333333	0.0333333333
x_2	-0.9888888889	-0.9888888889
x_3	-0.3629629630	-0.3629629630
x_4	0.8679012346	0.8679012346
x_5	0.6522633745	0.6522633745
x_6	-0.6504801097	-0.6504801097
x_7	-0.8690900777	-0.8690900777
x_8	0.3607834172	0.3607834172
x_9	0.9893512168	0.9893512168
x_{10}	-0.0309996782	-0.0309996782
x_{11}	-0.9996844429	-0.9996844429
x_{12}	-0.3022284694	-0.3022284694
x_{13}	0.8989416197	0.8989416197
x_{14}	0.6018756760	0.6018756760
x_{15}	-0.6983163944	-0.6983163944
x_{16}	-0.8346478074	-0.8346478074
x_{17}	0.4201004586	0.4201004586
x_{18}	0.9746812936	0.9746812936
x_{19}	-0.0952066941	-0.0952066941
x_{20}	-1.0064168583	-1.0064168583
x_{21}	-0.2402655921	-0.2402655921
x_{22}	0.9263283276	0.9263283276
x_{23}	0.5490417013	0.5490417013
x_{24}	-0.7433144272	-0.7433144272
x_{25}	-0.7968131770	-0.7968131770
x_{26}	0.4777100349	0.4777100349
x_{27}	0.9560498553	0.9560498553
x_{28}	-0.1590267498	-0.1590267498
x_{29}	-1.0090587719	-1.0090587719
x_{30}	-0.1773261742	-0.1773261742
x_{31}	0.9499500472	0.9499500472
x_{32}	0.4939761899	0.4939761899
x_{33}	-0.7852913172	-0.7852913172
x_{34}	-0.7557399623	-0.7557399623
x_{35}	0.5333779964	0.5333779964
x_{36}	0.9335326278	0.9335326278
x_{37}	-0.2222004538	-0.2222004538
x_{38}	-1.0075994457	-1.0075994457
x_{39}	-0.1136660281	-0.1136660281
x_{40}	0.9697107697	0.9697107697
x_{41}	0.4369029513	0.4369029513
x_{42}	-0.8240764526	-0.8240764526
x_{43}	-0.7115951022	-0.7115951022
x_{44}	0.5868780852	0.5868780852
x_{45}	0.9072211306	0.9072211306
x_{46}	-0.2844710417	-0.2844710417

Tabela 13: Obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typu long double przy $c = 30$

5.8 Opracowanie wyników dla $c = 30$



Wykres 7: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej dla $k = 45$ z poprawnymi wartościami dla $c = 30$



Wykres 8: Porównanie obliczonych wyrazów funkcji rekurencyjnej przy ponownym wyznaczeniu x_0 i x_1 z poprawnymi wartościami dla $c = 30$

Podobnie jak w przypadku poprzednim obliczone wyrazy funkcji rekurencyjnej dla typów double i long double dokładnie pokrywają się z wartościami początkowymi, a dla typu float błąd jest rzędu 7 cyfry po przecinku

6 Wnioski

Po wykonaniu wszystkich obliczeń dla 3 typów: float, double i long double pierwszym wnioskiem, który się od razu rzuca w oczy jest fakt, że dobór odpowiedniego narzędzia do obliczeń na liczbach zmiennoprzecinkowych ma znaczenie i może znacznie wpłynąć na wyniki naszych obliczeń.

Jak się okazało dla c równego 2 oraz 3 żaden z typów nie poradził sobie z poprawnym ponownym wyznaczeniem wartości x_0 i x_1 . Wszystkie typy prędzej czy później gubiły dokładność w obliczeniach przez co wyniki końcowe skrajnie różniły się od poprawnych.

Za to dla c równego 20 oraz 30 dostaliśmy wartości prawie, że dokładne, na co wpływ miał fakt, iż wyrazy funkcji przy takim parametrze oscylowały w granicach od -1 do 1 i nigdy nie uciekały do 0 lub nieskończoności, jak w poprzednich przypadkach. Dzięki temu nawet jeżeli gubiliśmy dokładność na x miejscu po przecinku, to nie wpływała ona na tyle by zwrócić błędny wynik.

Typ float, jak się można było spodziewać najgorzej poradził sobie z przedstawionymi obliczeniami. Łatwo można było spostrzec, że obliczenia wykorzystujące ten typ danych najszybciej zaczynały gubić dokładność obliczeniową. Kiedy jednak udawało się obliczyć ponownie wartości początkowe to różniły się one na 7 miejscu po przecinku.

Korzystając z typu double i long double uzyskaliśmy trochę lepsze wyniki. Specyfikacja tych typów nie pozwoliła na dokładne obliczenie wyrazów funkcji dla c równego 2 czy 3, za to dla 20 lub 30 wartości dla tych dwóch typów pokrywały się ze sobą (przynajmniej dla 10 cyfr znaczących) oraz udało się wyznaczyć dokładne poprawnie wartości początkowe.