

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra lineal en computación cuántica	Apellidos: Nombre:	

Actividad 1: Números complejos, espacios vectoriales y operadores lineales

1. Objetivos y pautas de elaboración

El principal objetivo de esta actividad es consolidar el dominio de los fundamentos matemáticos de la computación cuántica: números complejos, espacios vectoriales y operadores lineales.

En particular, se practicará:

- Conversión entre formas de representación de números complejos
- Verificación de propiedades algebraicas en espacios vectoriales complejos
- Cálculo de valores y vectores propios
- Representación matricial de transformaciones lineales

2. Problemas

1. Números complejos y geometría

- (a) Calcular las raíces cúbicas del número complejo $z = -8i$ y representarlas geométricamente en el plano complejo.
- (b) Dadas las amplitudes cuánticas $\alpha_1 = \frac{1+i}{2}$ y $\alpha_2 = \frac{1-i}{2}$, verificar que $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1$ y calcular la interferencia $|\alpha_1 + \alpha_2|^2$.
- (c) Expresar el número complejo $z = 1 + \sqrt{3}i$ en forma exponencial y calcular z^{10} usando la fórmula de De Moivre.
- (d) Demostrar que si $\alpha = \frac{3}{5}$ y $\beta = \frac{4i}{5}$, entonces el estado $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ está correctamente normalizado y calcular las probabilidades de medir $|0\rangle$ y $|1\rangle$.
- (e) Calcular $e^{i\pi\sigma_y}$ donde $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

2. Operadores lineales y valores propios

- (a) Verificar que el conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right\}$ es linealmente independiente en \mathbb{C}^3 .
- (b) Encontrar los valores propios y vectores propios de la matriz de Hadamard $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra lineal en computación cuántica	Apellidos: Nombre:	

(c) Dada la transformación lineal $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ definida por $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+i)x + y \\ ix - 2y \end{pmatrix}$, encontrar su matriz respecto a la base canónica y calcular su determinante.

(d) Verificar que la matriz $U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ es unitaria calculando $U^\dagger U$.

(e) Demostrar que si A y B son matrices hermitianas, entonces AB es hermitiana si y solo si $AB = BA$.

3. Requisitos de la actividad

Modalidad de trabajo

Esta actividad se realizará de manera **individual**.

Formato y presentación

El trabajo deberá cumplir los siguientes requisitos formales:

- ▶ **Estructura:** El documento seguirá la estructura de un artículo académico, incluyendo introducción, desarrollo, conclusiones y referencias bibliográficas.
- ▶ **Herramientas:** La redacción se realizará íntegramente en \LaTeX .
- ▶ **Entrega:** Se entregará un único archivo en formato PDF compilado.
- ▶ **Citación:** Todas las referencias bibliográficas seguirán estrictamente la normativa APA 7.^a edición.

Criterios de evaluación

Se valorarán especialmente los siguientes aspectos:

- ▶ Claridad y rigor en la exposición de los cálculos intermedios.
- ▶ Justificación matemática y razonamiento lógico de los pasos realizados.
- ▶ Interpretación crítica de los resultados obtenidos y su contextualización.
- ▶ Corrección en el uso del lenguaje técnico y la notación matemática.

Nota importante: La rúbrica de evaluación únicamente se aplicará a aquellos trabajos que cumplan todos los requisitos de formato especificados. Los trabajos que no satisfagan estos requisitos podrán ser devueltos sin evaluación.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra lineal en computación cuántica	Apellidos: Nombre:	

4. Rúbrica

Números complejos, espacios vectoriales y operadores lineales	Descripción	Valor	Peso
Normativa	Entregar la actividad en plazo y cumpliendo las indicaciones.	0,5	5 %
Bibliografía y citas APA	Cumplir con las normas de citación y bibliografía según la normativa APA 7.	0,5	5 %
Presentación	Cálculos ordenados y claramente justificados.	1	10 %
Problema 1	Números complejos y geometría (0.8 puntos por apartado).	4	40 %
Problema 2	Operadores y valores propios (0.8 puntos por apartado).	4	40 %
		10	100 %