2023

Metode de sortare -comparație

IULIAN-IOSIF POENARU

Lucracrea cuprinde următoarele sortări:

Sortarea prin selecție

Algoritmul se bazează pe constanta aducere a minimului din zona nesortată a șirului pe prima poziție a zonei nesortate. Exemplu:

64	25	12	22	11	4

În cazul de față zona nesortată este reprezentată de întreg șirul, astfel se dorește aducerea minimului pe prima poziție

4	25	12	22	11	64

Minimul șirului este pe prima poziție. Acum procesul anterior se repetă pentru noua zonă nesortată

4	11	12	22	25	64

Procesul se repetă până când întreg șirul este sortat.

Timpul de executie: $T(n) = n^2$

Ordinul de complexitate: $O(n^2)$

Spațiu de memorie: $O(1)$

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001997	0.001993	0.002991	0.002327
1000	0.137662	0.157577	0.143642	0.146293
10_000	13.774364	12.848693	13.647022	13.423359
100_000	1936.683068	-	-	1936.683068
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.000959	0.001994	0.001001	0.001318
1000	0.000996	0.000996	0.000998	0.000996
10_000	14.515559	14.320239	13.750690	14.195496
100_000	1991.765871	-	-	1991.765871
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001026	0.000997	0.001996	0.001339
1000	0.140624	0.168550	0.150597	0.153257
10_000	15.883891	15.381237	15.841245	15.702124
100_000	2540.836802	-	-	2540.836802
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

Număr de execuții:

Nr de execuții op dominantă		Nr de intrări pentru valoarea de adevăr A*		
Teoretic (n^2)	Practic	Caz 1	Caz 2	Caz 3
100	45	14	1	25
10000	4950	279	49	2500
1000000	499.500	4966	995	250_000

1000000000	49995000	74_697	15_505	25_000_000
100000^2	4999950000	994_804	210_135	2_500_000_000
1000000^2	-	-	-	-
1000000000^2	-	-	-	-

* algoritmul se bazează pe compararea elemntelor folosind instrucțiunea dacă(if)

Concluzie: Algoritmul este destul de eficient pe seturi mici de date, dar este ineficient pe seturi mari $>10^3$. Primele trei tabele reprezinta trei cazuri abordate. Primul caz este situația cea mai comună, situație în care șirul cuprinde elemente care nu se află înr-o ordine anume. În al doilea caz elementele sunt semisortate (aproape sortate), fapt ce crește eficiența algoritmului, iar ultimul caz și cel în care algoritmul are cel mai mult de lucru este când elementele sunt sortate descrescător. Ultimul tabel are scopul de a evidenția faptul că algoritmul este cel mai eficient atunci când elementele sunt semisortate crescător. De asemenea, observăm că ordinul de execuție dat de repetiția operației dominante nu este exact același cu cel din teorie, fapt ce se datorează restrângerii zonei de căutare după fiecare interschibare de elemnte.

Sortarea “Bubble Sort”

Algoritmul se bazează pe interschimbarea elementelor vecine dacă aceastea nu se află în ordinea corespunzătoare. Exemplu:

64	25	12	22	11	4

Se verifică dacă cele două elemente sunt în ordine și se face interschimbarea dacă nu se află în ordine.

25	64	12	22	11	4

Se continuă pasul anterior până se ajunge pe ultima poziție.

25	12	22	11	4	64

Apoi se repetă pașii de la început până când algoritmul este sortat.

Timpul de executie: $T(n) = n^2$

Ordinul de complexitate: $O(n^2)$

Spațiu de memorie: $O(1)$

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001964	0.001999	0.001994	0.001985
1000	0.196478	0.194482	0.197327	0.196095
10_000	20.042912	19.762274	21.388425	20.846374
100_000	3056.7944	-	-	3056.7944
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100000000	>30min	-	-	>30min

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.000997	0.000996	0.001998	0.000998
1000	0.001993	0.000997	0.001003	0.001331
10_000	15.184555	15.309383	14.631397	15.041778
100_000	2099.468450	-	-	2099.468450
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.002991	0.003988	0.002991	0.003323333
1000	0.002961	0.004015	0.002993	0.003323000
10_000	29.665394	30.619866	30.950322	30.411860
100_000	4459.526425	-	-	4459.526425
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

Număr de execuții:

Nr de execuții op dominantă		Nr de intrări pentru valoarea de adevăr A*		
Teoretic (n^2)	Practic	Caz 1	Caz 2	Caz 3
100	54	27	0	45
10000	5049	2025	125	4950
1000000	500499	178134	11546	499500

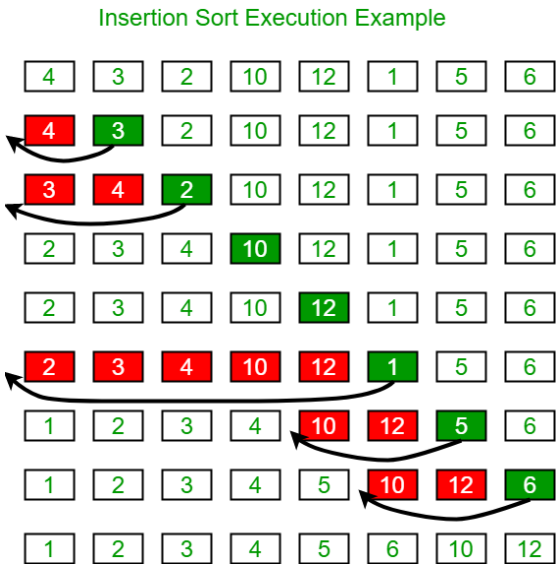
1000000000	50004999	18_392_835	1_127_643	49_995_000
100000^2	5000049999	1_837_381_268	115_704_988	4_999_950_000
1000000^2	-	-	-	-
100000000^2	-	-	-	-

* algoritmul se bazează pe compararea elemntelor folosind instrucțiunea dacă(if)

Concluzie: Algoritmul este eficient pentru seturi mici de date, iar și mai eficient când lucrezi cu date care sunt aproape sortate. Comparând cazurile 2 și 3(tabelul 2 și 3) observăm diferența mare dintre timpii de execuție, iar analizând tabelul 4 observăm importanța input-ului. Cu cât acesta este mai aproape de versiunea ideală cu atât algoritmul se descurcă mai bine. De asemenea, observăm că ordinul de execuție dat de repetiția operației dominante nu este exact același cu cel din teorie, fapt ce se datorează restrângerii zonei de căutare după fiecare interschibare de elemnte.

Sortarea prin insertie

Algoritmul verifica constant elementele vecine si le interschimba in cazul în care acestea nu se află în ordinea corectă.



Timpul de executie: $T(n) = n^2$

Ordinul de complexitate: $O(n^2)$

Spațiu de memorie: $O(1)$

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001993	0.000997	0.001021	0.001337
1000	0.131617	0.127660	0.118872	0.126049
10_000	12.641489	12.749808	13.454897	12.948731
100_000	1430.627303	-	-	1430.627303
1_000_000	>30min	-	-	>30min

100000000	>30min	-	-	>30min

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.010004	0.009999	0.012964	0.010989
10_000	0.818143	0.806351	0.811449	0.811981
100_000	90.292905	88.476657	81.875330	86.881630
1_000_000	>60min	-	-	>60min
100_000_000	>60min	-	-	>60min

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

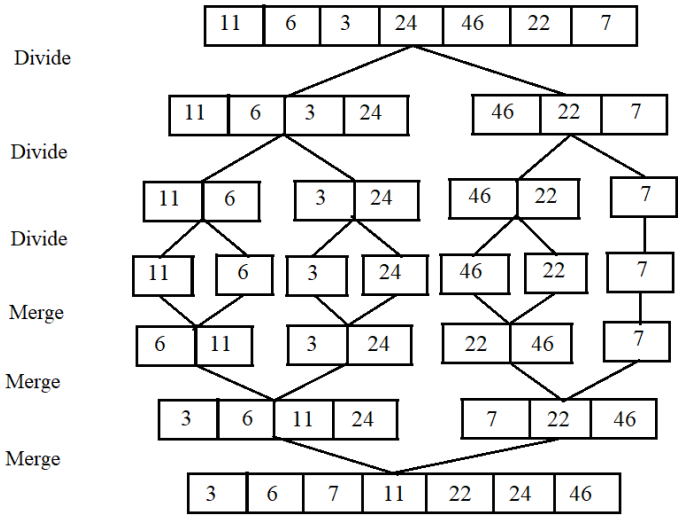
Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001990	0.002023	0.001994	0.006007
1000	0.259690	0.268452	0.276812	0.268318
10_000	25.903755	29.065221	25.390089	26.786355
100_000	2650.222237	-	-	2650.222237
1_000_000	>30min	-	-	>30min
100_000_000	>30min	-	-	>30min

Concluzie: Algoritmul este eficient pentru seturi mici de date, dar nu se descurcă rău nici pe seturi mai mari de date. Comparativ cu algoritmii anteriori, sortarea prin inserție are timpi de execuție foarte buni în momentul în care lucrăm cu șiruri aproape sortate, dar în momentul în care șirul este deja sortat descrescător, algoritmul scade în eficiență. Atât pentru seturi mic de date, cât și pentru seturi mai

mari se poate observa diferența asupra timpului de execuție atunci când algoritmul este aproape sortat crescător (pentru un input cu elemente aranjate aleator algoritmul are nevoie de aproximativ jumătate de oră, iar pentru un sir aproape sortat are nevoie de aproximativ 1 minut jumătate).

Sortarea prin interclasare

Principiul de bază al algoritmului este reducerea zonei de sortare astfel:



Timpul de executie: *T(n) = nlogn*

Ordinul de complexitate: *O(nlogn)*

Spațiu de memorie: *O(n)*

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.000966	0.000996	0.000996	0.000996
1000	0.008005	0.008974	0.009945	0.008974
10_000	0.127659	0.118683	0.121773	0.122705
100_000	1.482950	1.364557	1.399966	1.415824
1_000_000	16.728478	16.571618	16.626714	16.64227
100_000_000	2222.685373	-	-	2222.685373

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.008005	0.008977	0.008976	0.005984
10_000	0.099761	0.108856	0.103700	0.070852
100_000	1.207779	1.218782	1.173338	1.199966
1_000_000	14.310509	14.458778	14.194284	14.321190
100_000_000	1812.894613	-	-	1812.894613

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.007977	0.008947	0.008006	0.016953
10_000	0.104631	0.096741	0.101728	0.101033
100_000	1.243573	1.216839	1.200453	1.220288
1_000_000	13.565044	13.778510	13.775048	13.706200
100_000_000		-	-	

Concluzie: Algoritmul este unul foarte eficient, reușind să se descurce atât cu seturi mici de date cât și cu seturi mari de date. Dezavantajul însă este că ocupă mult spațiu în memorie comarativ cu algoritmii anteriori. Un lucru interesant ce se poate observa analizând tabele este că pentru seturi de peste 10^6 algoritmul pare mai eficient în momentul în care este sortat descrescător, iar pentru seturi mai mici de 10^6 algoritmul este mai eficient când este aproape sortat.

Sortarea „Quick sort”

Timpul de executie: *T(n) = nlogn*

Ordinul de complexitate: *O(nlogn)*

Spațiu de memorie: *O(nlogn)*

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.005979	0.005984	0.004986	0.01097
10_000	0.087728	0.069784	0.070810	0.076107
100_000	0.908356	0.853559	0.914571	0.892162
1_000_000	11.101345	11.295309	11.164727	11.187127
100_000_000	>60min	-	-	>60min

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001993	0.001996	0.001992	0.001993
1000	0.139134	0.137660	0.147633	0.141475
10_000	-	-	-	-
100_000	-	-	-	-
1_000_000	-	-	-	-
100_000_000	-	-	-	-

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.001996	0.002021	0.001996	0.002004
1000	-	-	-	-
10_000	-	-	-	-
100_000	-	-	-	-
1_000_000	-	-	-	-
100_000_000	-	-	-	-

Concluzie: Din punct de vedere al timpului de execuție algoritmul este la fel de eficient ca Sortarea prin interclasare, dar este mai eficient datorită spațiului mic de care are nevoie (sortearea prin inteclasare are nevoie de O(n) spațiu de memorie, iar sortarea rapidă are nevoie de O(1)). Un minus pentru această sortare este numărul de recursiuni necesar. Acest minus m-a împiedicat să calculez input-uri mai mari de 10.000 în momentul în care șirul este sortat parțial, respectiv 1000 când șirul este sortat descrescător.

Sortarea prin numărare

Acest algoritm nu se bazează pe compararea dintre elemente, ci presupune că elementele se află într-un interval anume și creează o listă auxiliară pe baza căreia să rezulte lista sortată.

Ordinul de complexitate: *O(n+k)*

Spațiu de memorie: *O(1)*

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.000962	0.000998	0.001024	0.00994
1000	0.001994	0.001979	0.000996	0.001656
10_000	0.019944	0.020976	0.020948	0.020622
100_000	0.202266	0.203428	0.200520	0.202071
1_000_000	2.156402	2.143473	2.190582	2.163485
100_000_000	197.029090	-	-	197.029090

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.001994	0.000997	0.001965	0.001652
10_000	0.019946	0.017952	0.019950	0.019282
100_000	0.192482	0.186534	0.191519	0.190178

1_000_000	2.013075	1.940320	1.948983	1.967459
100_000_000	169.519162	-	-	169.519162

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.001992	0.001993	0.001994	0.001993
10_000	0.019916	0.017980	0.019945	0.019280
100_000	0.192485	0.185609	0.193032	0.126213
1_000_000	1.897666	1.881885	1.864995	1.881515
100_000_000	164.952610	-	-	164.952610

Concluzie: Pe baza testelor rulate de mine am ajuns la concluzia că algoritmul este foarte eficient fiind linear si având un ordin de complexitate O(n+k) unde k reprezintă marginea superioară a intervalului între care se află numerele din șir. Pe baza testelor pe care le-am făcut eu algoritmul este foarte eficent, dar își pierde din eficiență în momentul în care k este un numar foarte mare, spre exemplu n^2. Atunci algoritmul este de complexitate $O(n^2)$. Faptul că algoritmul nu se folosește de comparții ci de o anumită codificare nu funcționează la fel pe toate seturile de date. Spre exemplu, seturile folosite de mine au fost formate doar din numere pozitive, iar algoritmul a fost adaptat pentru numere pozitive (folosind un dicționar care să rețină valorile). Însă dacă dorim să folosim și numere negative, atunci algoritmul trebuie adaptat. Lucru care nu este necesar când folosim un algoritm bazat pe comparații.

Soratarea „Cocktail sort”

Algoritmul reprezintă o variație a algoritmului „Bubble sort” exceptând faptul că traversează sirul în abele direcții alternativ. Parcurge șirul de la stânga la dreapta ducând cel mai mare element pe ultima poziție. Când ajunge în capăt se întoarce aducând cel mai mic element pe prima poziție. Procesul se repetă până când șirul este sortat complet.

Ordinul de complexitate: $O(n^2)$

Spațiu de memorie: $O(1)$

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.002990	0.002962	0.002991	0.002981
1000	0.237364	0.246341	0.223433	0.235712
10_000	23.792251	24.197489	24.006752	23.998830
100_000	2535.8485	-	-	2535.8485
1_000_000	>40min	-	-	>40min
100_000_000	>40min	-	-	>40min

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.044878	0.042913	0.044873	0.044221
10_000	4.538125	4.570798	4.655349	4.588090

100_000	452.810191	-	-	452.810191
1_000_000	>40min	-	-	>40min
100_000_000	>40min	-	-	>40min

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.00	0.0
100	0.003991	0.002992	0.003989	0.003657
1000	0.402952	0.407914	0.400928	0.403931
10_000	39.561781	39.551581	40.343138	39.818833
100_000	3810.995640	-	-	3810.995640
1_000_000	>40min	-	-	>40min
100_000_000	>40min	-	-	>40min

Ordinul de complexitate în cel mai favorabil caz (când elementele sunt sortate crescător) este O(n), iar în cel mai nefavorabil caz este $O(n^2)$ (când elementele sunt sortate descrescător).

Concluzie: Dacă comparăm timpii de execuție putem observa că algoritmul este mai ineficient pentru seturi de date mai mici decât „Bubble sort”, dar câștigă în eficiență când vine vorba de seturi de date mai mari.

Sortarea „Tim sort”

Algoritmul se bazează pe sortarea prin inserție și sortarea prin interclasare astfel:

- Se împarte șirul de date în date subșiruri
- Fiecare subșir este apoi sortat folosind sortarea prin inserție
- Toate șirurile sunt mai apoi „unite” folosind sortarea prin interclasare

Ordinul de complexitate: *O(nlogn)*

Spațiu de memorie: *O(n)*

De menționat un fapt interesant: acest algoritm este folosit de limbajul de programare python în funcțiile *sort* și *sorted*.

Date experimentale:

CAZ1 Pentru un sir cu elemente nesortate:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0
100	0.000997	0.000994	0.000997	0.000996
1000	0.009974	0.009945	0.010001	0.009973
10_000	0.120679	0.123698	0.119708	0.121361
100_000	1.599111	1.565726	1.543192	1.569343
1_000_000	19.747964	20.162880	19.589665	19.833503
100_000_000	2722.173400	-	-	2722.173400

CAZ2 Pentru un sir cu elemente sortate crescator aproape complet*:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.0	0.0	0.0

100	0.0	0.0	0.0	0.0
1000	0.006011	0.005014	0.004986	0.005337
10_000	0.086735	0.082781	0.090786	0.086767
100_000	1.198425	1.074841	1.104177	1.125814
1_000_000	14.159169	14.061060	13.995148	14.071792
100_000_000	2051.790194	-	-	2051.790194

* n-n/4 elemente sortate și restul nesortate

CAZ3 Pentru un sir cu elementele sortate descrescator:

Nr de elemente	T(n) în secunde			
	Test1	Test2	Test3	Media
10	0.0	0.00	0.0	0.0
100	0.001000	0.000997	0.001025	0.001007
1000	0.014958	0.015985	0.014959	0.015300
10_000	0.149150	0.140623	0.138657	0.14281
100_000	1.838622	1.893590	1.841146	1.857786
1_000_000	22.858464	22.553965	22.760815	22.724414
100_000_000	2599.132677	-	-	2599.132677

Ordinul de complexitate în cel mai favorabil caz (când elementele sunt sortate crescător) este O(n), iar în cel mai nefavorabil caz este O(nlogn) (când elementele sunt sortate descrescător).

Concluzie: Ideea de bază al acestui algoritm de sortare este că sortarea prin inserție se descurcă bine pe seturi de date mici, astfel ajungându-se la timpi de execuție mai buni. Diferențele între acest algoritm și sortarea prin interclasare nu sunt mari, dar sunt vizibile pentru seturi de date mai mari de 10^5, sortarea prin interclasare fiind mai bună.

Câteva concluzii finale

1. Counting sort este un algoritm foarte bun, mai ales când avem date de intrare clar specificate și reușim să îl adaptăm corespunzător. Este un algoritm sensibil la imprevizibilitate, motiv pentru care nu este cel mai bun algoritm de sortare overall.
2. Quick sort este un algoritm de sortare foarte bun, având un timp de execuție mic și ocupând puțin spațiu de memorie, dar din cauza numărului mare de recursiuni nu reprezintă cel mai bun algoritm de sortare.
3. Merge sort reprezintă cel mai bun algoritm de sortare, în special când lucrezi cu date mari. Minusul acestui algoritm constă în faptul că ocupă mult spațiu de memorie.
4. Cel mai bun algoritm de sortare când lucrezi cu date aproape sortate sau cu date puține este sortarea prin inserție.
5. Dacă vrei să lucrezi pe un set mic de date, sortarea „Bubble Sort" sau sortarea prin selecție sunt doi algoritmi simpli cu spațiu de memorie mic, astfel sunt numai buni.
6. Diferența dintre „Bubble sort" și „Cocktail sort" este că prima este mai bună pentru seturi de date mici, iar a doua este mai bună pentru seturi de date mai mari.

Observații:

- Toate sortările au fost făcute astfel încât șirul să fie sortat crescător.
- Algoritmii de sortare au fost executați într-un singur limbaj de programare și anume Python. Există posibilitatea ca timpii de execuție să fie mai mici pentru un limbaj ce nu este de nivel înalt (exemplu C,C++).
- În unele cazuri pentru siruri de lungime mai mari ca 10^4 nu s-a făcut media între 3 teste, media reprezentând primul test.
- Codul pentru fiecare algoritm si pentru generatorii de input se pot găsi aici: https://github.com/poenaruiulian/sorting_algorithms