Razonamiento bajo incertidumbre

Tarea 5. Agrupamiento de colores en imagenes

Ángel García Báez

2024-10-18

Índice

1	Instrucciones:	2
2	Definiciones necesarias antes de comenzar	3
	2.1 Vector de medias:	3
	2.2 Matriz de Varianzas y Covarianzas	3
	2.3 Distribución de probabilidad normal multivariante	3

1 Instrucciones:

Dada una imagen digital que va a ser denotada por \vec{x} y a partir de un valor k proporcionado por el usuario::

- 1.- Realizar la segmentación de la imagen en k grupos usando mezclas gaussianas.
- 2.- Realizar la segmentación de grupos usando k-medias.
- 3.- Para ambos cosas se debe probar con almenos 3 imagenes y 3 valores distintos de K.
- 4.- Proponer una forma en que se pueda proporcionar el numero de k-grupos de manera automatica mediante: el gráfico de codos de Janbu, la estimación por maxima verosimilitud, usando el criterio AIC o alguna otra propuesta.

2 Definiciones necesarias antes de comenzar

2.1 Vector de medias:

El vector de medias para una matriz sera definido como un vector fila de tamaño $1 \times P$ donde P es la cantidad de columnas que tenga la matriz de la que se quiere obtener.

$$\bar{x} = [\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_p]$$

2.2 Matriz de Varianzas y Covarianzas

La forma de calcular la matriz de varianzas y covarianzas de la matriz de datos, puede resumirse en la siguiente expresión:

$$\Sigma = \frac{1}{n-1} (X^T X - n\bar{x}^T \bar{x})$$

Donde:

$$\begin{split} \Sigma &= \text{Matriz de varianzas y covarianzas} \\ X &= \text{Matriz de datos} \\ X^T &= \text{Matriz de datos transpuesta} \\ n &= \text{Filas o casos de la matriz} \\ \bar{x} &= \text{Vector fila de las medias} \\ \bar{x}^T &= \text{Vector fila de las medias} \end{split}$$

2.3 Distribución de probabilidad normal multivariante

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{P/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (x - \bar{x})^T \Sigma^{-1} (x - \bar{x})\right)$$

Donde:

P = Cantidad de variables. $X = \text{Vector de datos de tamaño } 1 \times P.$ $\bar{x} = \text{Vector de medias de tamapo } 1 \times P.$ $\Sigma = \text{Matriz de varianzas y covarianzas}.$ $\Sigma^{-1} = \text{Inversa de la matriz de varianzas y covarianzas}.$ $|\Sigma| = \text{Determinante de la matriz de varianzas y covarianzas}.$