Razonamiento bajo incertidumbre

Tarea 5. Agrupamiento de colores en imagenes

Ángel García Báez

2024-10-18

Índice

1 Instrucciones:

Dada una imagen digital que va a ser denotada por $\vec{x}$ y a partir de un valor k proporcionado por el usuario::

1.- Realizar la segmentación de la imagen en k grupos usando mezclas gaussianas.

2.- Realizar la segmentación de grupos usando k-medias.

3.- Para ambos cosas se debe probar con almenos 3 imagenes y 3 valores distintos de K.

4.- Proponer una forma en que se pueda proporcionar el numero de k-grupos de manera automatica mediante: el gráfico de codos de Janbu, la estimación por maxima verosimilitud, usando el criterio AIC o alguna otra propuesta.

2 Definiciones necesarias antes de comenzar

2.1 Vector de medias:

El vector de medias para una matriz sera definido como un vector fila de tamaño $1 \times P$ donde P es la cantidad de columnas que tenga la matriz de la que se quiere obtener.

$$\bar{x} = [\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \cdots + \bar{x}_p]$$

2.2 Matriz de Varianzas y Covarianzas

La forma de calcular la matriz de varianzas y covarianzas de la matriz de datos, puede resumirse en la siguiente expresión:

$$\Sigma = \frac{1}{n-1}(X^T X - n\bar{x}^T \bar{x})$$

Donde:

$$\begin{gathered}
\Sigma = \text{Matriz de varianzas y covarianzas} \\
X = \text{Matriz de datos} \\
X^T = \text{Matriz de datos transpuesta} \\
n = \text{Filas o casos de la matriz} \\
\bar{x} = \text{Vector fila de las medias} \\
\bar{x}^T = \text{Vector fila de las medias transpuesto}
\end{gathered}$$

2.3 Distribución de probabilidad normal multivariante

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{P/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\bar{x})^T \Sigma^{-1}(x-\bar{x})\right)$$

Donde:

$$\begin{gathered}
P = \text{Cantidad de variables.} \\
X = \text{Vector de datos de tamaño } 1 \times P. \\
\bar{x} = \text{Vector de medias de tamapo } 1 \times P. \\
\Sigma = \text{Matriz de varianzas y covarianzas.} \\
\Sigma^{-1} = \text{Inversa de la matriz de varianzas y covarianzas.} \\
|\Sigma| = \text{Determinante de la matriz de varianzas y covarianzas.}
\end{gathered}$$

Imagen 1	**Imagen 2**	**Imagen 3**
		
768x1152 = 884,736 px	768x1024 = 786,432 px	768x1024 = 1,048,576 px

Table 1: Imagenes para el desarrollo del ejercicio.

2.4 Resultados de K-medias y GMM para la imagen 1 (Denisse Guerrero)

K-medias **GMM**

Table 2: Comparación de los resultados de K-medias y GMM con K = 3, 5 y 10 respectivamente para la imagen 1.

2.5 Resultados de K-medias y GMM para la imagen 2 (Ana Sofía)

K-medias **GMM**

Table 3: Comparación de los resultados de K-medias y GMM con K = 3, 5 y 10 respectivamente para la imagen 2.

2.6 Resultados de K-medias y GMM para la imagen 3 (Selena Quintanilla)

K-medias	**GMM**

Table 4: Comparación de los resultados de K-medias y GMM con K = 3, 5 y 10 respectivamente para la imagen 3.