



Universidad Veracruzana

Maestría en Inteligencia Artificial

Visión por Computadora

**Tarea 11. Obtención de un modelo estadístico de
forma con PCA sobre imagenes registradas..**

Ángel García Báez y Ulises Jiménez Guerrero

Profesor: Dr. Héctor Acosta Mesa

May 27, 2025

Contents

1	Objetivo de la práctica	2
2	Metodología	3
2.1	Modelo estadístico de forma usando PCA	3
3	Resultados	5
3.1	Selección de las componentes del modelo	5
3.2	Distribución de los parámetros para las 12 componentes del modelo	6
3.3	Rostro generado para la cara 1.	7
3.4	Muestra de la interfaz	8
3.5	Manipulación de la interfaz	9
4	Conclusiones	10
5	Referencias	11
6	Anexos	12
6.1	Implementación del proceso de registro y exploración en MAT- LAB	12

1 Objetivo de la práctica

Para la presente práctica, se utilizaron los resultados de la tarea 8. En dicha tarea, se empleó la imagen 1 como referencia, la cual contenía marcas en puntos clave del rostro. A partir de esta, se aplicó un proceso de registro a un total de 1519 imágenes, que también estaban previamente marcadas. Posteriormente, se seleccionaron las 100 imágenes cuyas marcas mostraron mayor similitud con la imagen de referencia:



(a) Imagen 1 del conjunto.



(b) Imagen 1 con sus puntos de referencia.

Figure 1: Imagen y puntos de referencia.

Una vez entendido esto, lo que se pide hacer es lo siguiente:

Tomando de referencia la imagen base y el conjunto de las 100 caras que ya fueron registradas y que mostraron una mayor similitud a la imagen de referencia:

- Formar una base de datos (matriz) con los puntos 20 puntos de las 100 caras que más se parecen a la de referencia.
- Aplicar PCA para crear un modelo estadístico de forma para el rostro con los puntos de referencia.
- Crear una interfaz con botones deslizables que permita la manipulación de los parámetros del modelo estadístico de forma.
- Mostrar un histograma de cada uno de los parámetros que refleje el comportamiento de los mismos, así como que muestre los valores máximos y mínimos que pueden tomar.

2 Metodología

2.1 Modelo estadístico de forma usando PCA

A continuación se describe el proceso de modelado estadístico de forma conforme a lo explicado en Prof. Tim Cootes and Dr. Yipeng Hu (2019), University of Basel, Department of Mathematics and Computer Science (2022), Cootes (2025) y Sarkalkan et al. (2014) que retoman la idea del PCA vista en Johnson and Wichern (2007) pero con los resultados de haber hecho el proceso de registro como se explica en Coste (2012).

Para cada rostro, se tiene un conjunto de puntos (20 observaciones) que representan los puntos claves utilizados para el proceso de registro, esto equivale a tener una matriz de datos de tamaño 20×2 por cada una de las imágenes que se ve así:

$$\mathbf{x}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_{20} & y_{20} \end{bmatrix}$$

Ahora, cada uno de esa pareja de puntos va a ser concatenada como un solo vector fila tal y como se muestra a continuación:

$$\mathbf{x}^{(i)} = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad \cdots \quad x_n \quad y_n]$$

Posteriormente, se construye una nueva matriz \mathbf{X} de forma que cada coordenada de cada punto pasara a ser una variable de la nueva matriz con las 100 observaciones dispuestas como filas, conformando así una nueva matriz \mathbf{X} de tamaño 100×40

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(1)T} \\ \mathbf{x}^{(2)T} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(m)T} \end{bmatrix}$$

Una vez conformada la matriz \mathbf{X} que contiene los datos de los puntos obtenidos después del proceso de registro, comienza el proceso de modelado estadístico mediante PCA, iniciando por obtener el vector de medias de la matriz que viene a representa la forma promedio de las imágenes.

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{x}^{(i)}$$

Teniendo el vector de medias listo, se procede a centrar la matriz respecto al vector como sigue:

$$\mathbf{X}_{\text{centrada}} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{x}}$$

donde $\mathbf{1}_m$ es un vector columna de unos.

Acto seguido, se procede con el calculo de la matriz de varianzas y covarianzas como normalmente se haría en la metodología de PCA:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{m-1} \mathbf{X}_{\text{centrada}}^T \mathbf{X}_{\text{centrada}}$$

El siguiente paso es la obtención de los valores y vectores propios, haciendo la resolución de la ecuación característica de la matriz:

$$\mathbf{C}\mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i$$

Se hace la selección de los primeros k valores propios que más expliquen la variabilidad de los datos. Un criterio a tomar en cuenta es si k valores propios explican más del 70% de la variabilidad o siendo aun más optimistas, si explican el 90% o más.

$$\mathbf{P} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_k]$$

Finalmente, el modelo estadístico de forma permite representar o generar una forma aproximada mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{x} \approx \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{P}\mathbf{b}$$

donde $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^k$ son los parámetros del modelo (coeficientes de forma), calculados mediante:

$$\mathbf{b} = \mathbf{P}^T(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})$$

3 Resultados

3.1 Selección de las componentes del modelo

A continuación se muestra la varianza explicada de las componentes del PCA para los puntos de las imágenes.

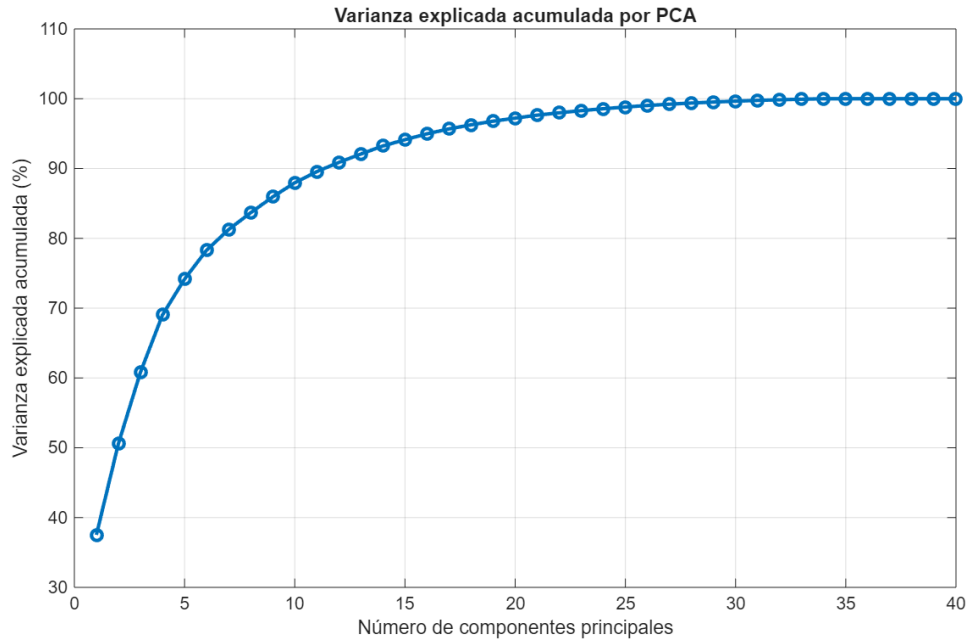


Figure 2: Varianza explicada por componente

El gráfico de los valores propios normalizados, muestra que para el modelo de forma generado a partir de las 100 caras más parecidas a la de referencia, es necesario tomar en cuenta los primeros 12 componentes principales para poder explicar el 90.88% de la varianza.

3.2 Distribución de los parámetros para las 12 componentes del modelo

A continuación se muestran los histogramas que reflejan la variabilidad que hay entre los valores por cada una de las componentes.

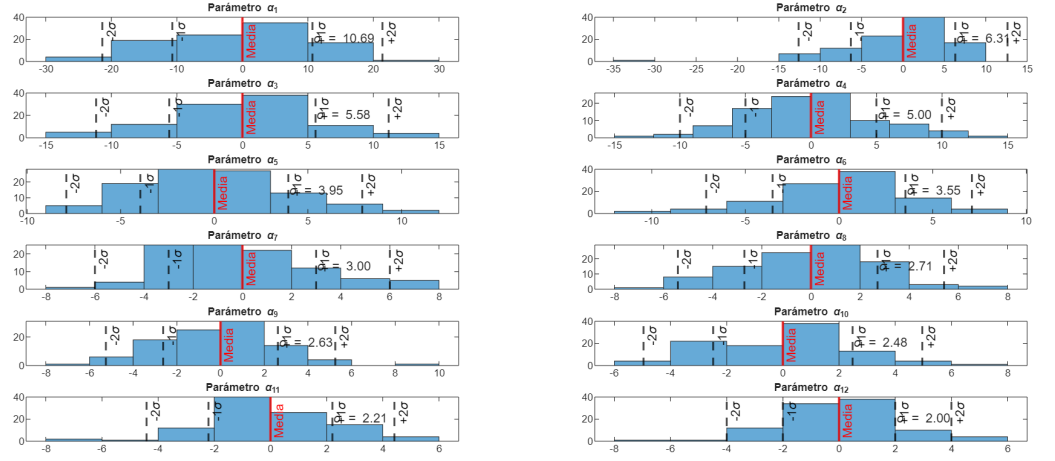


Figure 3: Histograma de los 12 parámetros.

Se observa que todos los componentes tienden a presentar un comportamiento similar a la distribución normal, salvo algunos componentes que presentan valores muy alejados del resto, como se observa en el histograma del parámetro a_2 , a_9 , a_{11} y a_{12} .

3.3 Rostro generado para la cara 1.

Se muestra el resultado para la cara que genera el modelo con los puntos de la primera imagen. Se decidieron unir los puntos por razones estéticas para dejar plasmado de mejor manera la cara que se forma.

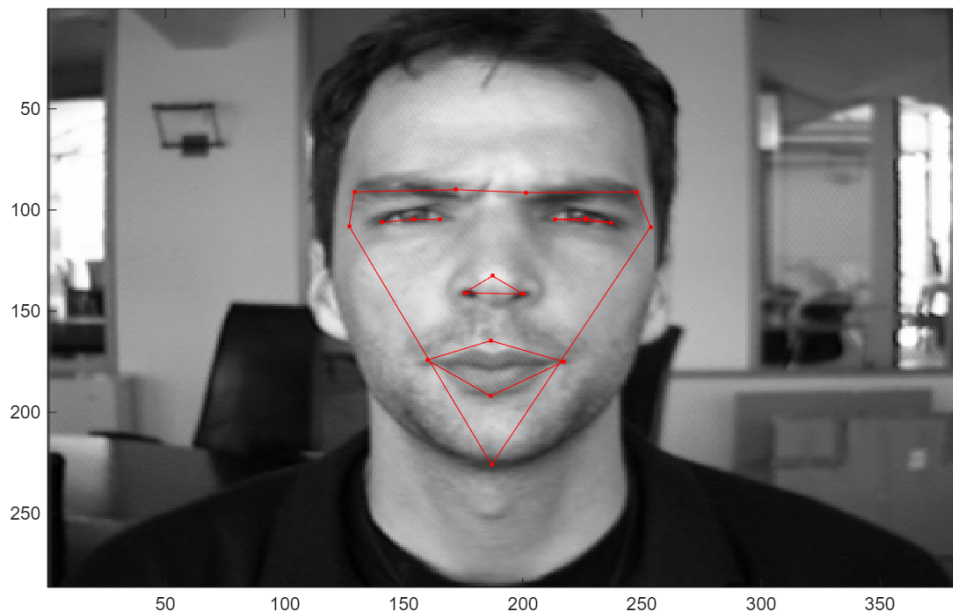


Figure 4: Rostro 1 generado por el modelo

Se observa como el rostro generado se ajusta perfectamente al primer rostro dentro de las zonas de interés, delimitando claramente el rango donde están dichas zonas de interés (la boca, la nariz y los ojos.).

3.4 Muestra de la interfaz

Ahora, se muestra la interfaz que fue desarrollada en MATLAB para manipular de forma más cómoda los valores de los parámetros y que se refleje el impacto de mover dichos valores sobre la cara que se genera.



Figure 5: Interfaz para la manipulación de los parámetros

Se cuentan con los 12 parametros (1 por cada componente principal utilizado), donde los rangos que puede tomar cada uno vienen dados por los valores mínimos y máximos dentro del vector de proyecciones de cada componente.

3.5 Manipulación de la interfaz

Ahora, se muestra un caso donde se fijan los valores de los primeros 2 parámetros en su mínimo permitido y el resto en su máximo permitido según el rango.

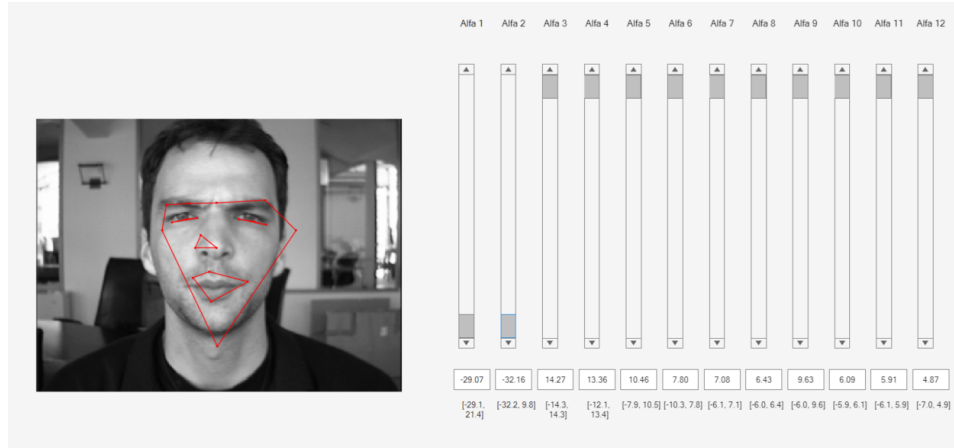


Figure 6: Ejemplo de manipulación de los parámetros

Se observa como al modificar los valores de los parámetros, la cara va deformándose hacia una que no corresponde con la del modelo de esa foto.

4 Conclusiones

Tras la implementación del modelo, es destacable la potencia del modelo para modelar la distribución de los puntos de un conjunto de rostros con marcas mediante el uso de PCA para comprimir dicha información. Permite de una manera sencilla y elegante hacer la reconstrucción de rostros y resume bastante bien la información.

5 Referencias

References

- Cootes, T. F. (2025). Point distribution models. <https://personalpages.manchester.ac.uk/staff/timothy.f.cootes/Models/pdms.html>. University of Manchester.
- Coste, A. (2012). Cs6640: Image processing – project 3: Affine transformation, landmarks registration, non-linear warping. https://www.sci.utah.edu/~acoste/uou/Image/project3/ArthurCOSTE_Project3.pdf. Course project for CS6640, University of Utah.
- Johnson, R. A. and Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6th edition.
- Prof. Tim Cootes and Dr. Yipeng Hu (2019). 3.2. Statistical Shape Models — MPHY0026 documentation. https://mphy0026.readthedocs.io/en/latest/segmentation/statistical_shape_models.html. Accessed: 27 May 2025.
- Sarkalkan, N., Weinans, H., and Zadpoor, A. A. (2014). Statistical shape and appearance models of bones. *Bone*, 60:129–140.
- University of Basel, Department of Mathematics and Computer Science (2022). Principal component analysis — statistical shape modelling. <https://shapemodelling.cs.unibas.ch/ssm-course/week3/step3-7/>. Parte del curso en línea *Statistical Shape Modelling*.

6 Anexos

6.1 Implementación en MATLAB

Encontrara anexo a este documento un archivo rar con los códigos implementados, incluyendo la interfaz gráfica, esto se debe a que la extensión del proyecto fue tal, que se hizo en varios scripts separados.