Universidad Veracruzana

Maestría en Inteligencia Artificial

Lógica difusa

Tarea 3. Problema del mesero con lógica difusa programado paso a paso en MATLAB implementando el método de desfuzzificación Centro del Área.

Ángel García Báez

Dr. Sergio Hernández Méndez

10 de marzo de 2025

Índice

1. Introducción

En el presente reporte se explica brevemente el proceso de implementación para la resolución del problema del mesero planteado en clase con salidas gaussianas, para el cual fue necesario extender el programa hecho en la tarea 2 para que procesara salidas distintas a las singleton mediante el proceso de desfuzificación centro del área.

Con la finalidad de comparar que tan buena fue la implementación propia, se hace la comparativa entre los resultados obtenidos con el paquete de Fuzzy Logic de matlab y el programa implementado paso a paso en 3 escenarios distintos: caso mínimo, caso intermedio y caso máximo.

2. Problema 1: Problema del mesero

2.1. Explicación del Problema

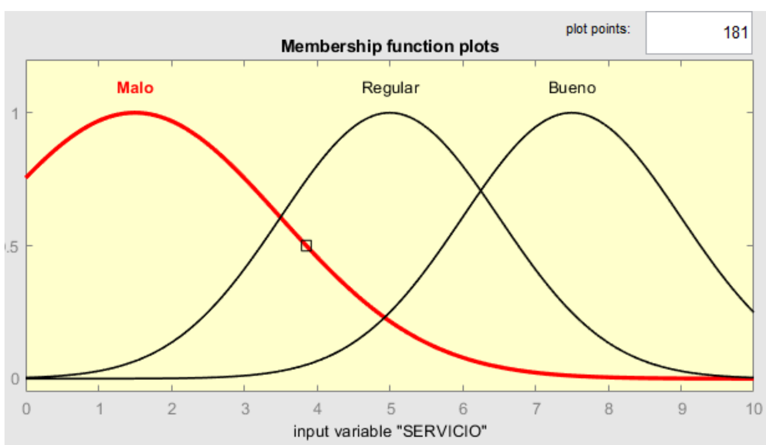
Se tiene el problema de determinar cuanta propina dejarle a un mesero en un restaurante después de comer. Para ello, se toman en cuenta las variables de Servicio y la Comida.

En las tareas 1 y 2 se hizo la experimentación con varios tipos de funciones de membresía de las variables de entrada y las salidas. Tras dichas experimentaciones, se dejo la función de membresía Gaussiana para todas las variables lingüísticas, tanto de entrada como de salida.

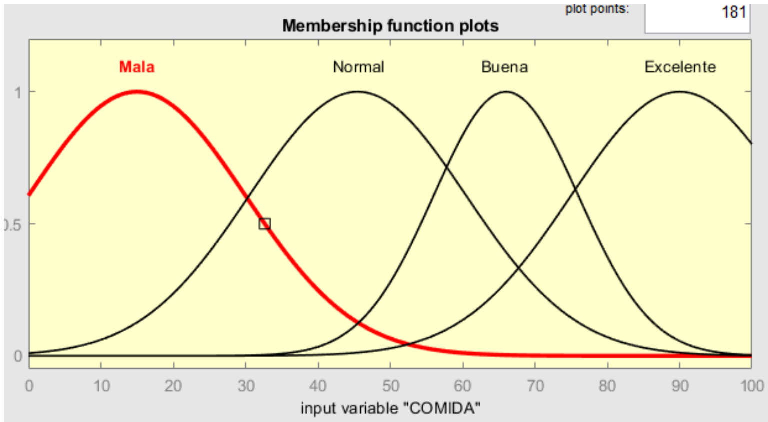
2.2. Variables y sus codificaciones

A continuación se listan los valores de las variables lingüísticas que se propusieron para SERVICIO, COMIDA y PROPINA como sigue:

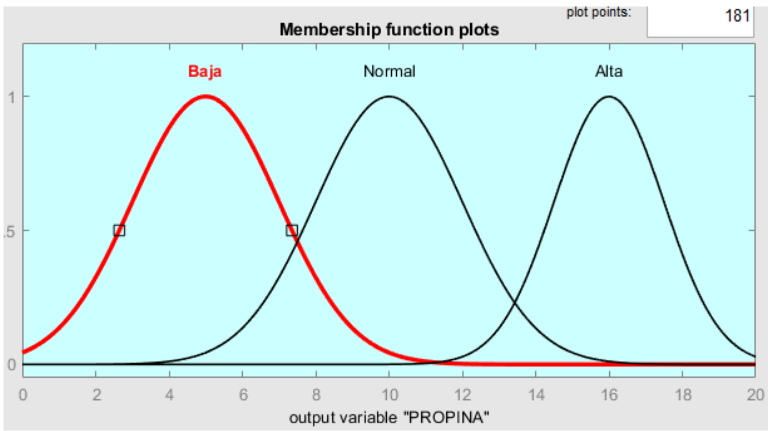
1. Servicio: Malo ($\mu = 1{,}5$, $\sigma = 2$), Regular ($\mu = 5$, $\sigma = 1{,}5$) y Bueno ($\mu = 7{,}5$, $\sigma = 1{,}5$).



2. Comida: Malo ($\mu = 15$, $\sigma = 15$), Normal ($\mu = 45{,}5$, $\sigma = 15$), Buena ($\mu = 66$, $\sigma = 10$) y Excelente ($\mu = 90$, $\sigma = 15$).



3. Propina: Baja ($\mu = 5$, $\sigma = 2$), Normal ($\mu = 10$, $\sigma = 2$) y Alta ($\mu = 16$, $\sigma = 1{,}5$).



Las funciones de membresía de SERVICIO y COMIDA fueron modeladas con Gaussianas al igual que las funciones de membresía para la PROPINA.

Se mantuvo el método de desfuzzificación del centroide (centro de masa) para todas las funciones con la inferencia de Mandani para los resultados obtenidos mediante el fuzzy toolbox de matlab.

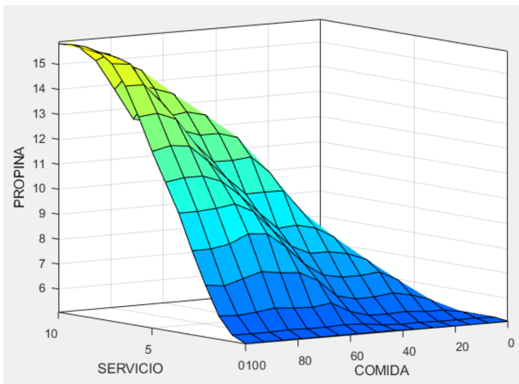
2.3. Reglas de inferencia.

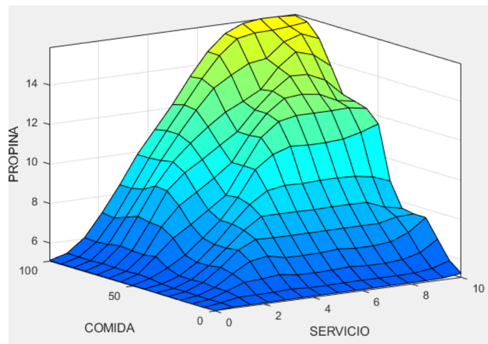
A continuación se muestran las doce reglas que se construyeron para este problema:

1. R1: Si **SERVICIO** es ***MALO*** y la **COMIDA** es ***MALA***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
2. R2: Si **SERVICIO** es ***BUENO*** y la **COMIDA** es ***NORMAL***, la **PROPINA** es ***NORMAL***.
3. R3: Si **SERVICIO** es ***REGULAR*** y la **COMIDA** es ***NORMAL***, la **PROPINA** es ***NORMAL***.
4. R4: Si **SERVICIO** es ***REGULAR*** y la **COMIDA** es ***BUENA***, la **PROPINA** es ***NORMAL***.
5. R5: Si **SERVICIO** es ***BUENO*** y la **COMIDA** es ***EXCELENTE***, la **PROPINA** es ***ALTA***.
6. R6: Si **SERVICIO** es ***MALO*** y la **COMIDA** es ***EXCELENTE***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
7. R7: Si **SERVICIO** es ***BUENO*** y la **COMIDA** es ***MALA***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
8. R8: Si **SERVICIO** es ***MALO*** y la **COMIDA** es ***NORMAL***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
9. R9: Si **SERVICIO** es ***MALO*** y la **COMIDA** es ***BUENA***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
10. R10: Si **SERVICIO** es ***BUENO*** y la **COMIDA** es ***BUENA***, la **PROPINA** es ***ALTA***.
11. R11: Si **SERVICIO** es ***REGULAR*** y la **COMIDA** es ***MALA***, la **PROPINA** es ***BAJA***.
12. R12: Si **SERVICIO** es ***REGULAR*** y la **COMIDA** es ***EXCELENTE***, la **PROPINA** es ***ALTA***.

2.4. Gráficos del problema del mesero

La gráfica de superficie resultante del problema con entradas y salidas Gaussianas y la base de reglas ya mencionada toma la siguiente forma:





La gráfica producida por el sistema difuso resulta suave en su mayoría, no difiere mucho de la encontrada en la tarea 2.

2.5. Implementación del problema del mesero con desfuzzificación del centro de sumas paso a paso

Como se menciono en un inicio, el principal objetivo de esta actividad es implementar uno mismo el sistema de lógica difusa para comparar los resultados con respecto de los mostrados por el fuzzy toolbox de matlab.

El primer paso identificar las variables de discurso SERVICIO, COMIDA y PROPINA para inicializarlas en 0.

Con referencia a lo explicado en el libro de Cisneros Parra (2004), se implemento la función de membresía Gaussiana tal y como la define a continuación:

$$f(x, \mu, \sigma) = e^{\left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

Posteriormente, se definieron los rangos de cada una de las funciones de membresía, dado que solo se usan funciones gaussianas, se dejaron los rangos tal cual se había presentado anteriormente:

1. Servicio: Malo ($\mu = 1{,}5$, $\sigma = 2$), Regular ($\mu = 5$, $\sigma = 1{,}5$) y Bueno ($\mu = 7{,}5$, $\sigma = 1{,}5$).
2. Comida: Malo ($\mu = 15$, $\sigma = 15$), Normal ($\mu = 45{,}5$, $\sigma = 15$), Buena ($\mu = 66$, $\sigma = 10$) y Excelente ($\mu = 90$, $\sigma = 15$).
3. Propina: Baja ($\mu = 5$, $\sigma = 2$), Normal ($\mu = 10$, $\sigma = 2$) y Alta ($\mu = 16$, $\sigma = 1{,}5$).

Siguiendo con el proceso, fueron implementadas cada una las 12 reglas que ya se mostraron previamente, haciendo uso de la operación de conjuntos difusos AND, para esto, la activación de las reglas del sistema se determinan de la siguiente forma:

$$\text{Activación de regla} = \text{mín}(\mu_A(X), \mu_B(Y))$$

Posteriormente, se implemento el método de desfuzzificación del centroide o centro de área como sigue.

Siguiendo la definición descrita en Cisneros Parra (2004), el centro de área llega a una conclusión "verdadera"para el razonamiento difuso para el valor $\bar{u}$ que se encuentra dentro del rango que es promedio de todos los valores. Dicho promedio se construye mediante cada valor u que es ponderado por el área que se encuentra por encima de el como se muestra a continuación:

$$\bar{u} = \frac{\int_{u_1}^{u_n} u\mu_U(u)du}{\int_{u_1}^{u_n} \mu_U(u)du}$$

De forma que el denominador en la expresión representa el área por debajo de la gráfica que se produce.

Debido a que en el presente trabajo se utilizaron unicamente funciones gaussianas, se recurre a realizar la integración sobre un dominio numérico de valores continuos que van de 0 a 20 mediante una aproximación a la integral mediante sumas discretas:

$$Crisp \approx \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu(x_i)}$$

donde:

- x_i son los valores discretos de la variable de salida generados en el intervalo.
- $\mu(x_i)$ es el valor de la función de membresía en x_i.
- n es el número total de puntos utilizados en la discretización.

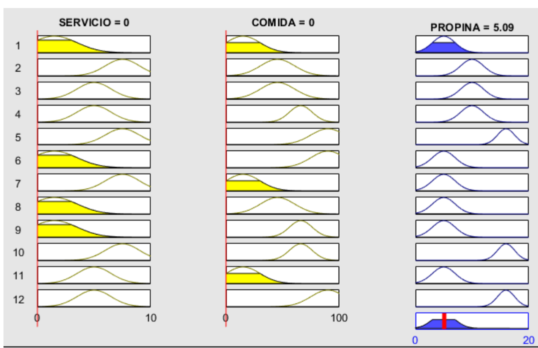
Una vez que el sistema esta listo y programado, se procede a hacer la comparativa con el toolbox de matlab.

2.6. Comparativa para el problema del mesero

A continuación se presentan los resultados que da el sistema programado paso a paso en matlab contra el resultado para el mismo sistema por parte del fuzzy toolbox en 3 escenarios distintos.

2.6.1. Caso mínimo

Para el caso mínimo, se propone un $SERVICIO = 0$ y una $COMIDA = 0$ para ver como se comportan ambas versiones ante la situación extrema de puntuar todo con 0.

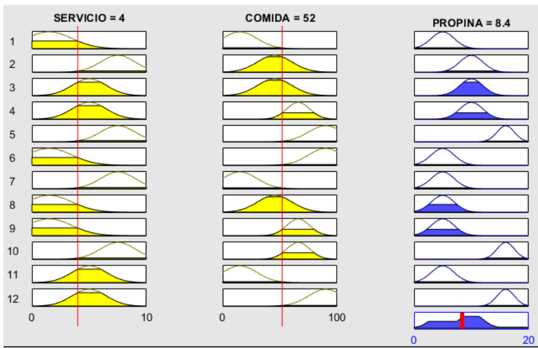


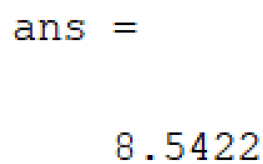

```
ans =

     5.0419
```

A la izquierda se muestran los resultados del toolbox y a la derecha el resultado del sistema programado paso a paso. Fuzzy toolbox reporta un valor de 5.09 para el caso planteado, mientras que el sistema programado paso a paso muestra un valor de 5.0419. La diferencia entre ambos casos es mínima (menos de una décima), por lo que se puede afirmar que llegan al mismo resultado. Un servicio de 0 y una comida de 0 llegan a dar como resultado una propina de 5.065 % en promedio (baja).

2.6.2. Caso medio

Para el caso mínimo, se propone un $SERVICIO = 4$ y una $COMIDA = 52$ para ver como se comportan ambas versiones ante situación media.

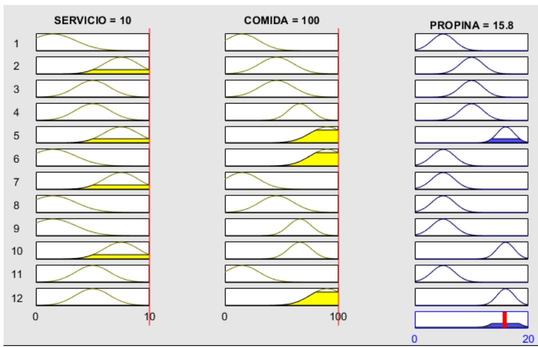


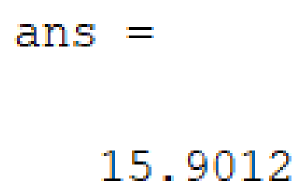


A la izquierda se muestran los resultados del toolbox y a la derecha el resultado del sistema programado paso a paso. El toolbox reporta un valor de 8.4 para el caso planteado, mientras que el sistema programado paso a paso muestra un valor de 8.5422. La diferencia entre ambos casos es mínima (menos de dos décimas), por lo que se puede afirmar que llegan al mismo resultado. Un servicio de 4 y una comida de 52 llegan a dar como resultado una propina de 8.47 % en promedio (media).

2.6.3. Caso máximo

Para el caso mínimo, se propone un $SERVICIO = 10$ y una $COMIDA = 100$ para ver como se comportan ambas versiones ante situaciones tan extremas.





A la izquierda se muestran los resultados del toolbox y a la derecha el resultado del sistema programado paso a paso. El toolbox reporta un valor de 15.8 para el caso planteado, mientras que el sistema programado paso a paso muestra un valor de 15.90. La diferencia entre ambos casos es mínima, por lo que se puede afirmar que llegan al mismo resultado. Un servicio de 10 y una comida de 100 llegan a dar como resultado una propina del 15.95 % (Alta) en promedio.

3. Conclusiones

La implementación del método de desfuzzificación fue un reto interesante, puesto que a nivel conceptual se puede entender como si fuera una suma ponderada de las funciones de membresía entre sus sumas no ponderadas para llegar finalmente a el valor de la propina que se va a dejar en forma interpretable.

Los resultados encontrados por ambos métodos (fuzzy toolbox y el propio) con los mismos parámetros en los 3 casos planteados llegan prácticamente al mismo resultado con una diferencia de menos de una unidad, por lo que la lógica implementada paso a paso parece ser que esta bien estructurada al tomar como punto de referencia los resultado del toolbox.

Un reto no abordado pero pendiente por implementar, es considerar el caso donde las funciones no son gaussianas, si no que son trapezoidales o triangulares para poder acoplar adecuadamente la lógica de la desfuzzificación más adelante.

4. Referencias

Referencias

Cisneros Parra, J. U. (2004). *Introducción a la lógica difusa.* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, San Luis Potosí.

5. Anexos

Este reporte se envía con los códigos anexos que corresponden a:

1. Archivo .fiz del sistema difuso para el problema 1 con la desfuzificación
2. Código en matlab para ejecutar el sistema difuso programado para el problema 1