

1. Co je to termodynamická soustava, jaké termodynamické soustavy rozlišujeme?

Skupina makroskopických objektů, která je oddělena od okolí myšleným nebo skutečným rozhraním se specifickými vlastnostmi.

Izolovaná – nedochází k výměně částic ani energie s okolím

Neizolovaná (otevřená) - dochází k výměně částic a energie s okolím

Uzavřená – s okolím vyměňuje pouze energii

Adiabaticky izolovaná – nedochází k tepelné výměně s okolím

Diatermická – soustava oddělená tak, aby se dostala do tepelné rovnováhy s okolím

2. Čím se vyznačují intenzivní a extenzivní veličiny, jaký je rozdíl mezi stavovými a procesními veličinami.

Procesní veličiny – vystihují přechod mezi stavů

- nemají úplný diferenciál

Stavové veličiny - je veličina, která popisuje stav termodynamického systému.

- mají uplný diferenciál

Intenzivní veličiny – po spojení dvou soustav nezmění svoji hodnotu (teplota, tlak, hustota, ...)

Extenzivní veličiny - po spojení dvou soustav se jejich hodnota sečte (objem, hmotnost, vnitřní energie)

3. Jak zní I. a II. Postulát termodynamiky.

I. – Izolujeme-li TS, časem přejde do stavu termodynamické rovnováhy.

II. – Stav homogenního systému v rovnováze je jednoznačně určen souborem všech vnějších parametrů a jediným vnitřním (většinou teplotou).

4. Jak je definován rovnovážný (kvazistatický) děj, jaké termodynamické děje rozlišujeme?

Děj, při kterém soustava zůstává nekonečně blízko jejího rovnovážného stavu.

Další:

Izobarický – stálý tlak

Izochorický – stálý objem

Izotermický – stálá teplota

Adiabatický – neprobíhá tepelná výměna mezi soustavou a okolím

Polytropický – děj, u kterého je tepelná kapacita soustavy konstantní

5. Jak zní Nultý zákon termodynamiky?

Jestliže dvě tělesa jsou v tepelné rovnováze s třetím, pak jsou v rovnováze i tato dvě tělesa. $A+B = B+C \Rightarrow A = C$

6. Jak je definována Celsiusova a termodynamická (absolutní) teplotní stupnice?

Celsiusova:

1. Rovnovážný stav chemicky čisté vody a ledu za normálního tlaku = 0°C .

2. Rovnovážný stav chemicky čisté vody a její syté páry za normálního tlaku = 100°C .

Kelvinova:

vychází z trojnáho bodu vody (rovnovážný stav voda+led+sytá pára)

Jednotka kelvin K je definována jako 273,16tá část teploty trojnáho bodu vody.

$1\text{K} = 1^\circ\text{C}$

7. Co je vnitřní energie termodynamické soustavy?

Je energie, která závisí pouze na termodynamickém vztahu soustavy a nezávisí na tom, jak se do tohoto stavu dostala. Patří mezi stavové veličiny.

8. Jaké rozlišujeme mechanizmy přenosu energie. Co chápeme pod pojmem teplo?

1. Přenos tepla – přenos energie z/do soustavy, změna vnitřní energie soustavy

2. Konání práce – Energetická interakce, která není způsobena rozdílnou teplotou mezi soustavou a jejím okolím.

3. Tok hmoty – V otevřené soustavě může sloužit jako dodatečný mechanismus přenosu energie.

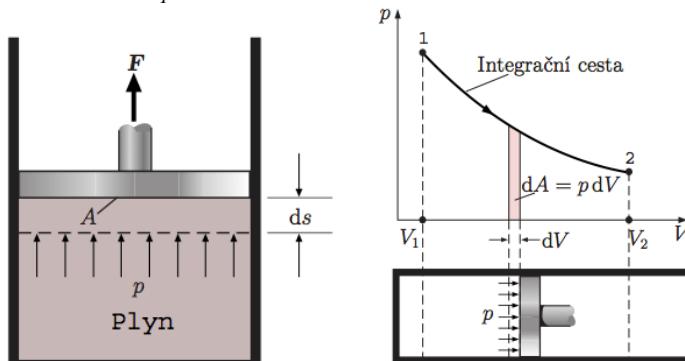
Teplo: Forma energie, která se přenáší mezi dvěma soustavami, nebo mezi soustavou a jejím okolím jako důsledek jejich teplotního rozdílu.

9. Jak je definována objemová práce?

Element práce je $\delta W = F \cdot dS = (F = p \cdot A) \Rightarrow p \cdot A \cdot dS = p \cdot dV$

Objemová práce je:

$$W_{12} (c) = \int_1^2 p dV$$



10. Jak je definován ideální plyn? Napište stavovou rovnici ideálního plynu.

Ideální plyn:

Odpovídá stavové rovnici.

Vnitřní energie je pouze funkcí teploty.

Stavová rovnice:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{konst.}$$

11. Napište 1. Zákon termodynamiky. Co je to kruhový děj?

Teplo dodané soustavě se spotřebuje na zvýšení vnitřní energie a na práci, kterou soustava vykoná.

$$Q = \Delta U + W$$

Kruhový děj je takový děj, při kterém je výchozí a koncový stav soustavy stejný.

12. Jak je definována tepelná kapacita? Napište Mayerův vztah. Napište kalorimetrickou rovnici.

Jaké teplo je potřeba dodat soustavě, abychom zvýšili jeho teplotu o 1K.

$$C_{mp} - \text{molární tepelná kapacita } (dp = 0)$$

$$C_{mp} - C_{mv} = R_m, \quad C_{mv} - \text{molární tepelná kapacita } (dV = 0)$$

$$R_m - \text{molární plynová konstanta}$$

kalorimetrická směšovací rovnice:

$$c_1 m_1 (T_1 - T) = c_2 m_2 (T - T_2)$$

13. Napište rovnici popisující 1. Termodynamický zákon pro ideální plyn

$$\delta Q = dU + p dV$$

14. Napište rovnici adiabaty

$$p V^\kappa = \text{konst.} \quad \begin{aligned} p &= \text{tlak} \\ V &= \text{objem} \end{aligned}$$

$$\kappa - \text{Poissonova konstanta}$$

15. Co chápeme pod pojmem tepelný stroj / cyklicky pracující tepelný stroj?

Tepelný stroj je zařízení, jež si s okolím vyměňuje teplo a práci.

Cyklicky pracující TS je zařízení, jež se po vykonání celého cyklu vrátí do výchozího stavu.

16. Napište Thomsonovu (Kelvinovu) formulaci II. Termodynamického zákona.

Je nemožné cyklickým dějem odnímat jednomu tělesu teplo a to bez zbytku měnit v kladnou práci.

17. Jak definujeme tepelný motor, čím jsou charakterizovány?

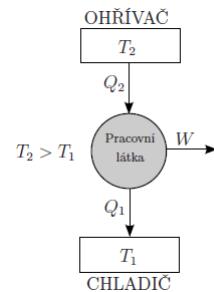
Zařízení, které odebírá ze svého okolí (ohříváče) teplo. Část tohoto tepla přemění na práci a zbytek odevzdají chladiči.

Charakterizace:

1. Přijímají teplo od vysokoteplotního zdroje
2. Část tohoto tepla přeměňují na práci
3. Odevzdají zbytkové teplo chladiči
4. Pracují cyklicky

18. Jak je definována tepelná účinnost, nakreslete a popište principiální schéma tepelného motoru.

$$\eta = \frac{W}{|Q_2|} = 1 - \frac{|Q_1|}{|Q_2|} \quad \begin{array}{l} W - \text{práce vykonaná tepelným motorem} \\ Q_2 - \text{teplo odevzdané ohřívákem} \\ Q_1 - \text{teplo přijaté chladičem} \end{array}$$

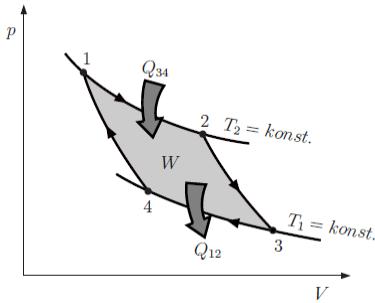


19. Popište Carnotův cyklus pomocí p-V diagramu.

Plocha vymezená izotermami a adiabatami se číselně rovná práci, kterou vyková příslušný tepelný motor.

Děj:

1. izotermická expanze
2. adiabatická expanze
3. izotermická komprese
4. adiabatická komprese
- 5.



20. Napište vztah pro tepelnou účinnost ideálního tepelného motoru pracujícího na základně Carnotova cyklu

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$$

21. Napište znění Carnotových vět.

1. Tepelná účinnost všech vratných motorů je stejná, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách
2. Účinnost ideálního vratného tepelného stroje je vždy vyšší než účinnost neideálních tepelných strojů, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách.

22. Napište Clausiovu nerovnost

$$\oint_{\Gamma} \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

23. Napište matematický tvar I. Termodynamického zákona pro vratné děje.

$$dU = TdS - \delta W$$

24. Jaké hodnoty nabývá entropie adiabaticky izolované soustavy?

$$S > 0$$

25. Napište znění III. Termodynamického zákona

Žádným postupem nelze u žádné soustavy dosáhnout teploty 0K konečným počtem operací.

26. Co je fáze, fázové rozhraní a skupenství?

Fáze je část termodynamické soustavy, která je, za předpokladu, že na ni nepůsobí vnější síly, fyzikálně a chemicky homogenní. Tj. je charakterizována stejnými termodynamickými a chemickými vlastnostmi.

Fázové rozhraní je hranice fáze. Myšlená plocha oddělující fázi od okolí.

Skupenství je základní charakteristika látky, která souvisí se stupněm uspořádanosti částic, které tuto látku tvoří..

27. Jaké fázové přechody, skupenství a skupenské přeměny rozlišujeme?

Fázové přechody:

1. fázové přechody prvního druhu – entropie a specifický (měrný) objem se mění skokem a dochází při něm k přijímání nebo odevzdání **tepla fázového přechodu** (latentní teplo). Např. změna skupenství

2. fázové přechody druhého druhu – entropie a specifický objem se mění spojitě a nedochází k výměně tepla s fázovým přechodem. Mění se skokem tepelná kapacita, teplotní roztažnost, atd. Např. přechod železa z fero do paramagnetického stavu, přechod z běžné vodivosti do supravodivosti, atd.

Skupenství:

1. plynné – kinetická energie částic je větší než energie jejich vzájemného působení.

2. kapalné – dochází ke krátkodobému uspořádání částic, které má jen krátký dosah mezi nejbližšími částicemi.

3. **pevné** – kinetická energie částic je menší než energie jejich vzájemného působení.
Dlouhodobé uspořádání částic. Je-li dlouhého dosahu, mluvíme o *krystalech*. Je-li krátkého dosahu, mluvíme o *amorfních látkách*.

Skupenské přeměny:

Vypařování – kapalina \rightarrow plyn, probíhá z povrchu kapaliny, na povrchu kapaliny vzniká vrstva syté páry, která má tlak nižší než je tlak okolí

Var – kapalina \rightarrow plyn, probíhá v celém objemu kapaliny, vzniká sytá pára o tlaku shodném s okolím, souvisí s tlakem okolí.

Tání, Tavení – pevné \rightarrow kapalné, za daného vnějšího tlaku a teploty (teplota tání) přijímá teplo

Tuhnutí – kapalné \rightarrow pevné, opak tání, vzniká-li krytal – krystalizace, za daného vnějšího tlaku a teploty (teplota tuhnutí), látka odevzdává teplo

Kondenzace – plynné \rightarrow kapalné, při teplotě nižší než je kritická teplota kapaliny

Sublimace – pevné \rightarrow plynné, tlak syté páry nad sublimující pevnou látkou je nižší než tlak syté páry nad kapalným povrchem téže látky. Přijímané měrné skupenské teplo sublimační je vždy větší než skupenské teplo vypařování.

Desublimace – plyn \rightarrow pevná látka, opačný děj k sublimaci

28. Napište znění Clausiovy-Clapeyronovy rovnice.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}, \quad \frac{dp}{dT} = \text{změna tlaku } p \text{ při změně teploty } T$$

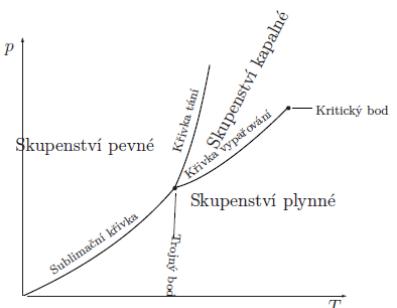
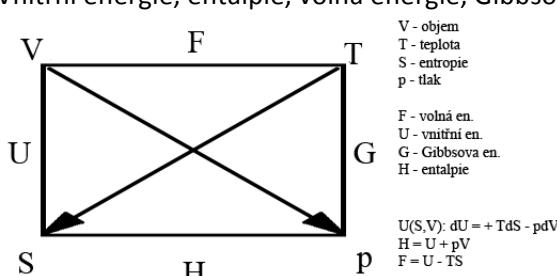
L – fázový přechod
 $(V_2 - V_1)$ – změna objemu při fázové změně

29. Nakreslete a popište fázový p-T diagram pro jednosložkovou soustavu.

Trojný bod – bod, který znázorňuje rovnovážnou koexistenci pevného, kapalného a plynného skupenství téže látky
Kritický bod – bod kde mizí rozdíl mezi kapalným a plynným skupenstvím

30. Jaké termodynamické potenciály rozlišujeme a jaké jsou mezi nimi vztahy?

Vnitřní energie, entalpie, volná energie, Gibbsova energie.



31. Napište Maxwellovy vztahy.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = - \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_V \left| \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \right. = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left| \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_S \right. = \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_p \left| \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \right. = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

32. Napište postuláty kinetické teorie plynů.

1. Látky kteréhokoli skupenství se skládají z částic.
2. Částice se v látkách neustále neuspořádaně pohybují.
3. Částice látky libovolného skupenství ne sebe vzájemně působí současně silami přitažlivými i odpudivými.

33. Vysvětlete pojmy mikrostav, makrostav, fázový prostor, fázový objem makrostavu, konfigurační a impulzní prostor a jak je definován objemový element fázového prostoru.

Mikrostav – Určuje situaci všech částic soustavy v daném okamžiku.

Makrostav – Makroskopicky rozlišitelný stav soustavy. Každý makrostav je realizovat obrovským počtem různých mikrostavů.

Fázový prostor (Γ) – Prostor zobrazený souřadnic a zobrazených hybností.

Fázový objem makrostavu – Zobrazení makrostavu ve fázovém prostoru.

Konfigurační prostor – Prostor, který jednoznačně popisuje polohy částic soustavy.

Impulzní prostor – Prostor, který jednoznačně určuje pohybový stav soustavy.

Objemový element fázového prostoru – $d\Gamma = dq_1 dq_2 \dots dq_s dp_1 dp_2 \dots dp_s$

34. Jak je definována termodynamická rovnováha ve statistické termodynamice?

Termodynamická rovnováha je takový makrostav, který popisuje nejvíce mikrostavů.

Stav termodynamické rovnováhy je stavem, kdy makroskopické veličiny (např. teplota, tlak), který ho popisují, se s časem samovolně nemění.

35. Co je to mikrokanonický, kanonický a grandkanonický soubor?

Mikrokanonický soubor – Množina všech mikroskopických stavů (makrostavů) soustavy o daných hodnotách energie, objemu a počtu častic. Mikrokanonickému souboru odpovídá izolovaný termodynamický systém. Popisuje tedy izolovanou soustavu s danou hodnotou energie, počtem častic a hodnotou objemu.

Kanonický soubor - Množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách teploty, objemu a počtu častic. Kanonickému souboru odpovídá izotermicky a izochoricky uzavřený systém. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje energii, přičemž je s tímto okolím v rovnováze.

Grandkanonický soubor - množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách chemického potenciálu, objemu a teploty. Grandkanonickému souboru odpovídá izotermická a izochorická soustava o konstantním chemickém potenciálu. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje jak energii, tak i částice.

36. Co vyjadřuje Ergodická hypotéza a Hypotéza apriorní pravděpodobnosti?

Ergodická hypotéza nám říká, že střední hodnota fyzikálních veličin soustavy v rovnovážném stavu počítaná přes soubor se rovná časové střední hodnotě.

Hypotéza apriorní pravděpodobnosti nám říká, že všechny soustavě dostupné mikrostavy, kterým odpovídá stejná energie, jsou stejně pravděpodobné.

37. Co plyne pro hustotu pravděpodobnosti z Liouvillova teorémů?

Hustota pravděpodobnosti ve fázovém prostoru závisí pouze na celkové energii soustavy.

38. Čemu se rovná pravděpodobnost mikrostavu s energií E_i v případě mikrokanonického souboru?

$$P_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z}$$

39. Napište Boltzmannův vzorec pro entropii.

$$k_B = (1,3806488 \pm 0,0000013) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$S = -k_B \sum_{i=1}^m P_i \ln P_i = k_B \ln \Omega \quad P_i = \text{pravděpodobnost } i - \text{tého mikrostavu}$$

Ω – počet mikrostavů

$$S = k_B \ln W$$

40. Jak zní princip maxima entropie?

Pokud o daném rozdělení máme jen částečnou informaci (známe jen některé jeho charakteristiky), potom nejpravděpodobnější tvar daného rozdělení je takový, který splňuje požadavky, které o rozdělení známe, a má nejvyšší možnou entropii.

41. Napište vztah vyjadřující Boltzmannovo rodělení.

$$P_i = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right), \text{ kde } Z = \sum_i \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) P_i - \text{pravděpodobnost } i - \text{tého mikrostavu}$$

$k_B = (1,3806488 \pm 0,0000013) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
 $T - \text{teplota}$

42. Napište vztah vyjadřující partiční funkci.

$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$
$$Z = \sum_i e^{-\beta E_i}$$

E_i – energie mikrostavu i

43. Napište vztah popisující Maxvellovo-Boltzmanovo rozdělení rychlostí ideálního plynu.

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m}{2k_B T}v^2\right)$$

$m - \text{hmotnost částice}$
 $k_B - \text{Boltzmannova konstanta}$
 $T - \text{teplota}$

44. Odvodte nejpravděpodobnější a střední rychlosť molekuly ideálního jednoatomového plynu.

Nejpravděpodobnější rychlosť:

$$\frac{d\rho(v)}{dv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) \left(2 - \frac{mv^2}{k_B T} \right) = 0$$

$$v = 0, \quad v = \infty, \quad v = \pm \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Střední rychlosť:

$$\langle v \rangle = \int_0^\infty v \rho(v) dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv$$

$$\alpha = \frac{m}{2k_B T} \quad \langle v \rangle = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \exp(-\alpha v^2) dv$$

$$I = \int_0^\infty v e^{-\alpha v^2} dv = \frac{1}{2\alpha},$$

$$\langle v \rangle = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \left(-\frac{dI}{d\alpha} \right) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \left(-\frac{d}{d\alpha} \frac{1}{\alpha} \right) =$$

$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \frac{1}{2\alpha^2} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \frac{2k_B^2 T^2}{m^2} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

45. Jak zní ekvipartiční teorém?

Střední energie na každý nezávislý kvadratický člen v celkové energii je roven $\frac{1}{2} k_B T$.

46. Napište kanonický tvar třírozměrné a jednorozměrné vlnové rovnice.

$$3D: \nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad 1D: \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

47. Co je to profil vlny? Jak se mění vlny v nedisipativním a bezdisperzním prostředí při šíření vlny?

$$u(x,t)|_{t=0} = f(x,0) = f(x)$$

Profil vlny je počáteční podmínka vlnové funkce. (Jak vlna vypadá v čase t=0)

48. Napište tvar vlnové rovnice pro retardované časy.

$$u(x, t) = \psi\left(t + \frac{x}{c}\right), \tau_- = t + \frac{x}{c}, u(x, t) = \psi\left(t - \frac{x}{c}\right), \tau_+ = t - \frac{x}{c}$$

49. Napište vlnovou rovnici pro kulové vlny spolu s jejím obecným řešením.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \psi(R, t)}{\partial R} \right) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi(R, t)}{\partial t^2} = \frac{\delta(R)}{4\pi R^2} f(t)$$

- vlnová rovnice

její řešení:

$$\psi(R, t) = \frac{f(t - R/c_0)}{4\pi R} \quad R - \text{poloměr vlny}, c_0 - \text{rychlosť vlny}$$

50. Napište d'Alembertovo řešení jednorozměrné vlnové rovnice.

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

funkce $f(x - ct)$ popisuje vlnu šířící se v kladném směru osy x

funkce $g(x + ct)$ popisuje vlnu šířící se v záporném směru.

51. Jak je definována fáze vlny a fázová rychlosť?

Fáze vlny jsou argumenty funkcí f a g z výše uvedených rovnic.

$$\text{Fázová rychlosť: } c_F = \frac{dx}{dt}$$

52. Napište tvar vlnové rovnice popisující šíření vlny pouze jedním směrem.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, u(x, t) = f(x - ct) \text{ kladný směr:}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, u(x, t) = g(x + ct) \text{ záporný}$$

53. Jak je definována jednorozměrná harmonická vlna, vlnová délka, vlnové číslo, perioda, kmitočet a jaké vztahy platí mezi nimi?

A – amplituda

$\omega = 2\pi f$ – kruhový kmitočet

$$u(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad \varphi \text{ -- počáteční fáze} \quad f = \frac{1}{T}$$
$$k = \omega c = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{vlnové číslo}$$

$$\lambda = cT \quad \text{vlnová délka}$$

54. Napište komplexní reprezentaci jednorozměrné harmonické vlny.

$$\hat{u}(x, t) = \hat{A} e^{j(\omega t - kx)}$$

55. Jak je definována rovinná vlna? Co je to vlnoplocha?

Vlna pro níž platí, že v daný čas všechny vzruchy mají stejnou hodnotu na rovině kolmé ke směru šíření.

Vlnoplocha je plocha kde má vlnová funkce konstantní fázi.

56. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice po rovinné vlny.

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}, \nabla^2 = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2}$$

57. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice pro harmonické rovinné vlny.

$$u(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

58. Napište vztahy popisující Dopperův jev.

c – rychlosť šířenia vlny

$$f_p = \frac{c - v_p \cos \alpha_p}{c - v_z \cos \alpha_z} f_z \quad v_{p/z} \text{ -- rychlosť prijímače / vysílače}$$
$$\alpha_{p/z} \text{ -- úhel spojnice k prijímači / vysílači}$$

59. Jak definujeme disperzi, co jsou to disperzní relace a disperzní rovnice?

Disperze je závislost šíření fázové rychlosti vlny na její frekvenci.

Disperzní relace – vztah mezi vlnovým vektorem a úhlovou frekvencí. Nelineární vztah vede k závislosti rychlosti šíření vlny na vlnové délce (tzv. disperzi).

60. Jak definujeme kvaziharmonickou vlnu?

Vlnový balík, má úzké kmitočtové spektrum

61. Napište vztah popisující šíření kvaziharmonické vlny.

$$u(x, t) = A(t - x/cg) * \sin(\omega_0 t - k_0 x + \varphi)$$

62. Jak je definována grupová rychlosť?

Grupová rychlosť je rychlosť přenosu energie vlněním.

$$v_{g_0} = \left[\frac{dk}{d\Omega} \right]^{-1} \Omega = \omega_0$$

63. Jakou rychlosťí se šíří kvaziharmonická vlna? Jakou rychlosťí se šíří energie kvaziharmonické vlny (vlnového balíku)?

$$C_{F0} = \omega_0/k_0 \quad \text{rychlosť vlny}$$

ω_0 - střední rychlosť

64. Odvoďte vztah mezi grupovou a fázovou rychlosťí.

$$v_g = v_f + k \frac{dv_f}{dk} = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}$$

$$c - \text{rychlosť svetla v prostredí}$$

$$v_f v_g = c^2 \quad v_f - \text{fázová rychlosť}$$

$$v_g - \text{grupová rychlosť}$$

65. Jak je definována normální a anomální disperze?

Normální disperze – rychlosť šíření vlnění s rostoucí frekvencí klesá.

Anomální disperze – rychlosť šíření vlnění s rostoucí frekvencí roste.

66. Jak souvisí komplexní vlnové číslo, resp komplexní kmitočet, s disipací energie vlnění?

Dissipace energie vln

ω = vlnové číslo vlny, říká-li se možné prostudovat komplexní kmitočet

 $\omega = \omega(\omega) \Rightarrow \tilde{\omega} = \omega + j\alpha$
 $k = k(\omega) \Rightarrow \tilde{k} = k - j\beta$

(znaménka tak musí být!)

komplexní vlnové číslo

v nejobecnějším případě musí dojít k zániku posl. a časov.

67. Jak je definován akustický tlak, akustická rychlosť? Jak se počítá hladina akustického tlaku?

Akustický tlak - změny tlaku při šíření akustické vlny.

Akustická rychlosť - rychlosť uspořádaného kmitání častic prostredí kolem střední polohy při vlnění.

Hladina akustického tlaku: $L_p = 20 \log(p'/p_0)$ kde $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa, p' – akustický tlak

68. Odvodte vlnovou rovnici pro akustický tlak a akustickou rychlosť.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\delta t} + \rho_0 \vec{\nabla} \vec{v} = 0 \mid \cdot \vec{\nabla}$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta}{\delta t} \vec{\nabla} p' + \rho_0 \nabla^2 \vec{v} = 0$$

$$\frac{\delta}{\delta t} \vec{\nabla} p' = -c^2 \rho_0 \nabla^2 \vec{v}$$

$$\rho_0 \frac{\delta^2 \vec{v}}{\delta t^2} = -\frac{\delta}{\delta t} \vec{\nabla} p'$$

$$\rho_0 \frac{\delta^2 \vec{v}}{\delta t^2} = c^2 \rho_0 \nabla^2 \vec{v}$$

$$\nabla^2 \vec{v} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{v}}{\delta t^2}$$

akustická rychlosť

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\delta t} + \rho_0 \vec{\nabla} \vec{v} = 0 \mid \cdot \frac{\delta}{\delta t}$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2} + \rho_0 \vec{\nabla} \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = 0$$

$$\rho_0 \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = -\vec{\nabla} p' \mid \cdot \vec{\nabla}$$

$$\rho_0 \vec{\nabla} \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = \nabla^2 p'$$

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2} = -\nabla^2 p'$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2} = \nabla^2 p'$$

akustický tlak

69. Jaký je rozdíl mezi podélnou a příčnou akustickou vlnou? Jaký typ akustické vlny se šíří v tekutinách?

Při podélném vlnění je amplituda kmitů rovnoběžná se směrem šíření vlny.

Při příčném vlnění je amplituda kmitů kolmá na směr šíření vlny

V tekutinách se šíří pouze podélné vlnění.

70. Odvoďte z Maxwellových rovnic telegrafní rovnice pro intenzitu elektrického pole a pro vektor magnetické indukce. Za jakých podmínek přejde telegrafní vlnová rovnice v kanonickou vlnovou rovnici?

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \mu\gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu\varepsilon \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \\ \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} &= \mu\gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu\varepsilon \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \\ -\nabla^2 B^2 &= \mu\gamma \left(-\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \right) + \mu\varepsilon \left(-\frac{\delta^2 \vec{B}}{\delta t^2} \right) \\ \nabla^2 B^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{B}}{\delta t^2} &= \mu\gamma \frac{\delta \vec{B}}{\delta t}\end{aligned}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu\gamma \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} - \mu\epsilon \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = \mu\gamma \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}$$

71. Odvodte disperzní relaci elektromagnetické vlny šířící se vodivým prostředím.

3. Vlny ve vodiči

Zadání: Nalezněme vlnovou rovnici pro elektromagnetickou vlnu šířící se v kovu.

Řešení: V Maxwellových rovnicích dosadíme za proudovou hustotu $j = \sigma E$

$$\operatorname{div} D = \rho_Q,$$

$$\operatorname{div} B = 0,$$

$$\operatorname{rot} H = \sigma E + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (6.5)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}.$$

Aplikujme operaci divergence na třetí a za $\operatorname{div} D$ dosadíme z první rovnice

$$\frac{\partial \rho_Q}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon} \rho_Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_Q \approx \rho_0 \exp \left[-\frac{\sigma}{\epsilon} t \right] \quad (6.6)$$

Prostorová hustota náboje ve vodiči exponenciálně vymizí a nemusíme ji proto uvažovat. Za výchozí sadu Maxwellových rovnic pro vlny ve vodiči můžeme použít

$$\operatorname{div} E = 0,$$

$$\operatorname{div} B = 0,$$

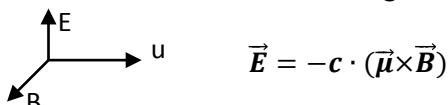
$$\operatorname{rot} B = \mu\sigma E + \epsilon\mu \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (6.7)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}.$$

Nyní provedeme Fourierovu transformaci a poté vyloučíme jedno z polí (například elektrické) a získáme disperzní relaci ve tvaru

$$\omega^2 = c^2 k^2 - i c^2 \sigma \mu \omega \quad (6.8)$$

72. Napište vztah mezi intenzitou elektrického pole, vektorem magnetické indukce a jednotkovým vektorem šíření rovinné elektromagnetické vlny. Graficky tento vztah znázorněte.



$$\vec{E} = -c \cdot (\vec{\mu} \times \vec{B})$$

73. Je rovinná elektromagnetická vlna vlnou podélnou, nebo příčnou? Napište vztah, ze kterého plyne odpověď na tuto otázku.

El. mag. vlna je vlnou PŘÍČNOU.

$$\vec{E} = -c \cdot (\vec{\mu} \times \vec{B})$$

vektory jsou na sebe kolmé, z čehož vyplývá, že se jedná o vlnu příčnou.

74. Čemu se rovná index lomu pro nemagnetická prostředí?

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \frac{\epsilon - \text{permitivita}}{\epsilon_0 - \text{permitivita vakua}}$$

75. Co chápeme pod pojmem polarizace vlny? Jaké druhy polarizace rozeznáváme?

Polarizace popisuje, jak je u vlnění orientován vektor intenzity elektrického pole.

Druhy: Lineární, Eliptická, kruhová, pravotočivá, levotočivá

76. Napište polarizační rovnici a podmínky pro jednotlivé druhy polarizace.

$$\begin{aligned} \left(\frac{Ex}{Ex_{000}}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ey_0}\right)^2 &= 1 - \text{kruhová polarizace} \\ \left(\frac{Ex}{Ex_0}\right)^2 + \left(\frac{Ey}{Ey_0}\right)^2 - 2 \frac{ExEy}{Ex_0Ey_0} \cos\delta &= \sin^2\delta - \text{eliptická polarizace} \\ Ey = (-1)^m \frac{Ey_0}{Ex_0} Ex &= \text{lineární polarizace} \end{aligned}$$

77. Co chápeme pod pojmem interference vlnění? Jak je definována intenzita světla?

Interference znamená vzájemné ovlivňování, prolínání nebo střetání vlnění.

Intenzita světla je světelný tok procházející příčným průřezem plochy zdroje.

78. Napište vztah pro intenzitu světla dvou roviných lineárně polarizovaných harmonických vln s časově proměnnou počáteční fází. Dále ukažte, jak se redukuje tento vztah pro zcela koherentní a zcela nekoherentní vlny. Co chápeme pod pojmem koherence vlnění?

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\psi \cos[k(S_2 - S_1)]$$

nekoherentní: $I = I_1 + I_2$

koherentní: $I = 4I_0 \cos^2(v/2)$

Koherence = vlastnost světla vytvářet stacionární interferenční strukturu; souvislost vlnění vycházejících buď ze dvou různých míst na povrchu zářícího tělesa, nebo vlnění vycházejícího z jednoho místa avšak s časovým odstupem.

79. Nalezněte podmínky pro maxima a minima při interferenci dvou shodně polarizovaných vln mající stejnou amplitudu.

$$\text{Max: } \Delta S = (2m + 1)\lambda, (m = 1, 2, \dots), \text{ Min: } \Delta S = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, (m = 0, 1, 2, \dots)$$

λ – vlnová délka, ΔS – vzdálenost mezi maximy(minimy)

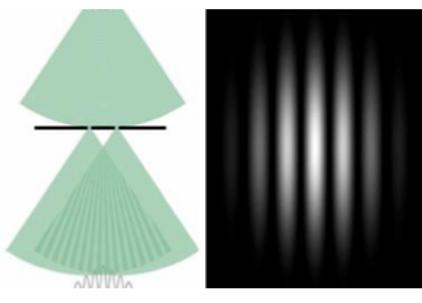
80. Co chápeme pod pojmem koherenční délka. Napište vztah pro koherenční délku, a jaká musí být splněna podmínka pro dráhový rozdíl, aby bylo možné považovat dvě vlny ještě za koherentní.

Koherenční délka udává největší dráhový rozdíl, při němž je ještě světlo daného zdroje schopno interference.

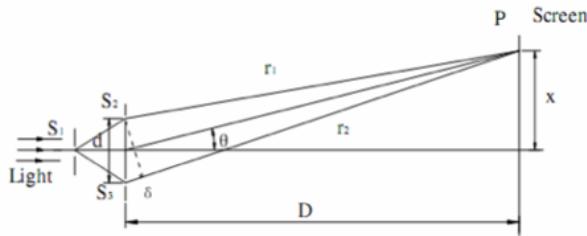
$$l_c = c\tau_c, c – \text{rychlosť záření}, \tau_c – \text{koherenční doba}$$

dráhový rozdíl musí být menší, než koherenční délka

81. Nakreslete obrázek, který schématicky popisuje Youngův pokus. Odvoďte podmínky pro interferenční maxima a minima u interferenčního obrazce pozorovaného u Youngova pokusu.



Obr.1



Obr.2

Pro dráhový rozdíl světla v rovině stínítka umístěného ve vzdálenosti D od dvouštěrbiny poté platí:

$$\delta = r_2 - r_1 \approx s \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{x}{D}$$

Pro dráhový rozdíl u tmavých interferenčních proužků (interferenčních minimum) tedy platí:

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2},$$

Pro dráhový rozdíl u světlých interferenčních proužků tedy můžeme psát(maximum):

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm k\lambda .$$

82. Napište zákon odrazu a lomu pro vlnu.

Úhel odrazu je roven úhlu dopadu, přičemž odražené vlnění zůstává v rovině dopadu.

83. Co nám vyjadřují Fresnelovy vzorce? Napište vztah pro výpočet Brewsterova úhlu. Co se stane se světlem dopadajícím na rozhraní dvou dielektrik pod Brewsterovým úhlem?

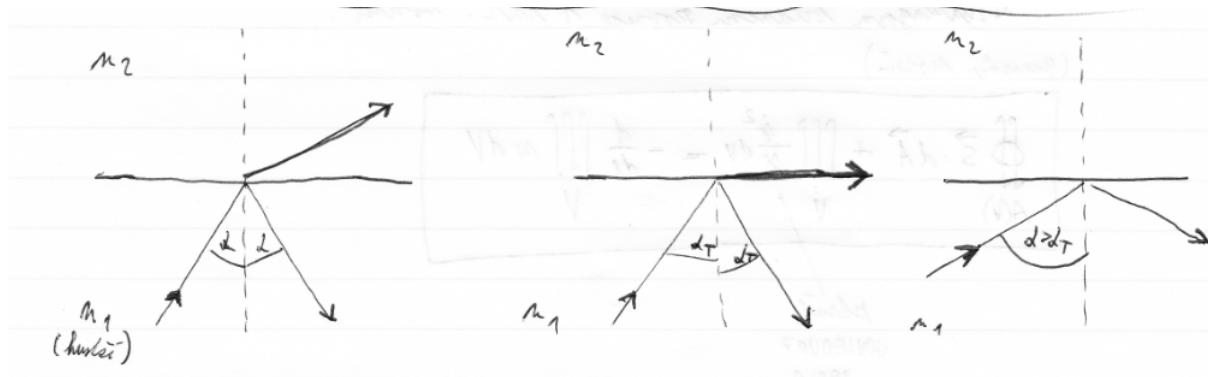
Fresnelovy vzorce udávají intenzitu odraženého a lomeného světla.

$$\tan \Theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad n_1, n_2 - \text{absolutní indexy lomu}$$

Θ_B – Brewsterův úhel

Dojde k úplné polarizaci odraženého světla.

84. Odvodte podmínu pro totální odraz.



Velikost mezního úhlu pro dané rozhraní můžeme určit na základě Snellova zákona lomu, do něhož dosadíme $b = 90^\circ$. Potom platí:

$$n_1 \sin \alpha_m = n_2 \sin 90^\circ = n_2,$$

a proto

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}.$$

Např. pro velikost mezního úhlu pro rozhraní sklo (index lomu 1,5) a vzduch (index lomu přibližně 1) platí:

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.5} \approx 0.66, \text{ a tedy } \alpha_m \approx 42^\circ.$$

85. Odvodte vztahy pro interferenční maxima a minima pro dvousvazkovou interferenci na tenké vrstvě.

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad - \text{minimum}$$

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad - \text{maximum}$$

86. Co rozumíme difrakci? Napište Helmholtzovu rovnici. Co nám říká Kirghoffova okrajová podmínka?

Jev, který se projevuje tím, že se světlo vyskytuje v místech geometrického stínu vytvořeného překážkou

Kirchhoffovy okrajové podmínky předpokládají, že v nepropustné části stínítka je funkce ψ i její derivace ve směru normály rovna nule, kdežto v propustné části je táz, jakoby nepropustných částí nebylo.

87. Napište znění Huygensova – Fresnelova principu. Napište Kirchoffův – Fresnelův integrál spolu s vysvětlujícím obrázkem.

Každý bod každé vlnoplochy můžeme považovat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří ve vlnoplochách.

88. Jaké jsou podmínky pro pozorování Fraunhoferovy difrakce? Odvoďte vztah pro intenzitu světla na stínítku pro Fraunhoferovu difraci na jednorozměrné štěrbině.

Fraunhoferova difrakce vzniká hodně veliké vzdálenosti od štěrbiny k rovině pozorování (stínítku).

89. Za jakých podmínek je možné použít geometrickou optiku? Co chápeme pod pojmem světelný paprsek. Jak je definována optická dráha? Jaký je rozdíl mezi geometrickou a optickou dráhou?

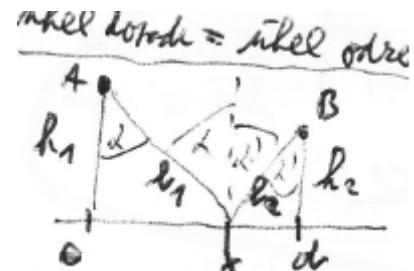
Rozměry uvažovaných objektů jsou mnohonásobně větší než vlnová délka => téměř nepozorovatelné vlnové projevy světla -> světelné paprsky
Homogenní prostředí -> paprsky jsou přímkami, které jsou v každém bodě kolmé k vlnoploše.

Paprsek – křivka, která je v izotropním prostředí kolmá k vlnoplochám a její tečna v daném místě ukazuje směr šíření. V homogenním izotropním prostředí představují paprsky přímky.

Opt. Dráha – dráha, kterou by urazilo světlo ve vakuu za stejný čas jako v prostředí o daném indexu lomu n .

90. Jak zní Fermatův princip? Na základě Fermatova principu odvoďte zákon odrazu a zákon lomu.

Fermatův princip – světlo se šíří po takových paprscích, že dráhu mězi dvěma body urazí za nejkratší čas.



Zákon odrazu:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l_1}{v_f} + \frac{l_2}{v_f} = \frac{\sqrt{x^2 + k^2}}{v_f} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + k^2}}{v_f}$$

$$\frac{dt}{dx} = \dots = 0 \Rightarrow \frac{x}{l_1} = \frac{d-x}{l_2}$$

$$\sin\alpha = \sin\alpha'$$

$$\alpha = \alpha$$

zákon lomu:

$$s_1 = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$s_2 = \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

$$t(x) = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2 - (d-x)^2}}{c_2}$$

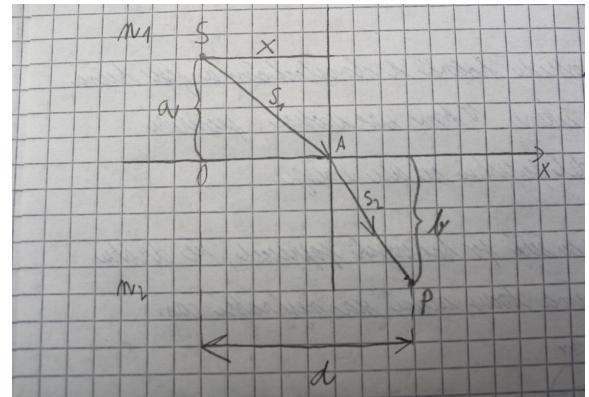
$$\frac{dt(x)}{dx} = \frac{2x}{c_1 2\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{2(d-x)}{c_2 2\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} =$$

$$= \frac{1}{c_1} \cdot \frac{x}{s_1} - \frac{1}{c_2} \cdot \frac{d-x}{s_2} = \frac{\sin\alpha}{c_1} - \frac{\sin\beta}{c_2} = 0$$

$$\frac{\sin\alpha}{c_1} = \frac{\sin\beta}{c_2} / c_0$$

$$\frac{c_0}{c_1} \sin\alpha = \frac{c_0}{c_1} \sin\beta$$

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$



91. Co je optická soustava, skutečný a zdánlivý obraz?

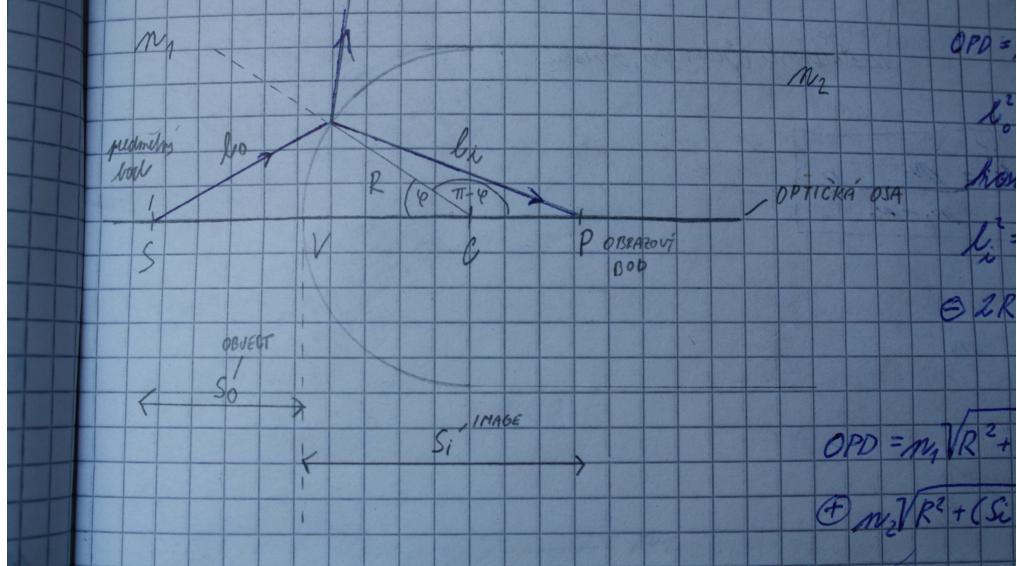
optická soustava - je soubor optických prvků a jejich rozhraní zpracovávající dopadající světlo.

Skutečná obraz – Obraz, který lze promítat na stínítko.

Zdánlivý obraz – Obraz, který není možno promítat na stínítko.

92. Co chápeme pod pojmem parciální aproximace? Odvoďte Gaussovou a Newtonovu zobrazovací rovnici pro lom na kulové ploše. Co je to ohnisková vzdálenost? Jak je definováno přičné zvětšení?

Lom na kružové ploše



paraxiální apriximace – $\sin i$ je malé $\Rightarrow \cos i = 1$

2. $s_i \rightarrow \infty$ $s_0 = f_0$ $s_i = f_1$

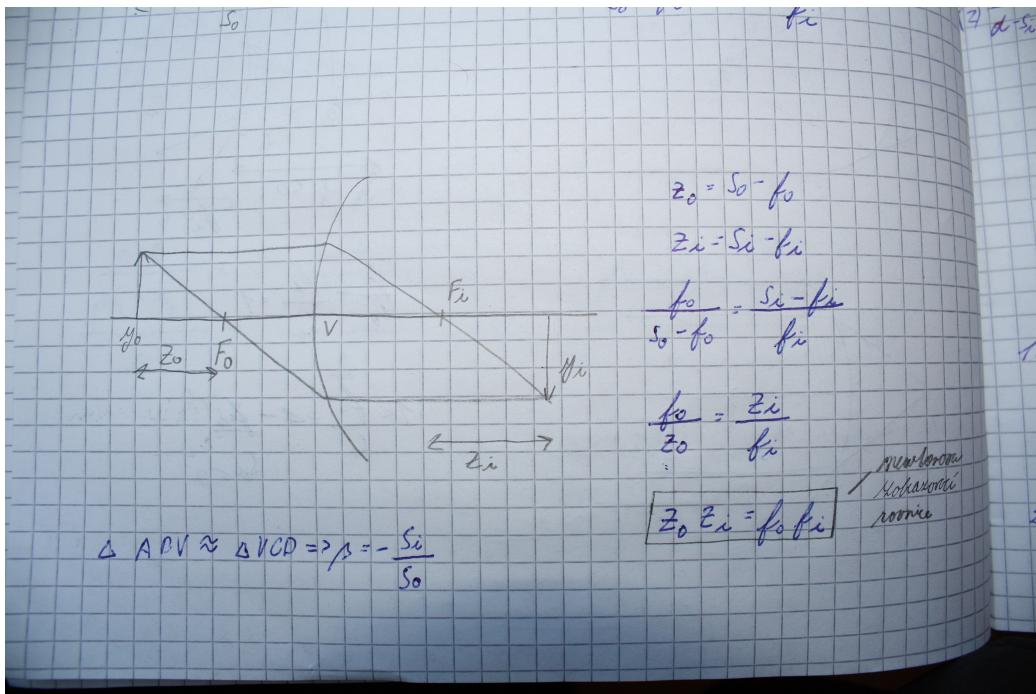
$\frac{n_1}{f_0} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot R$$

$$\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} + \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = 1$$

$$\frac{f_0 + f_1}{s_0} = 1$$

Gaußova rovnanie na kruž. ploze

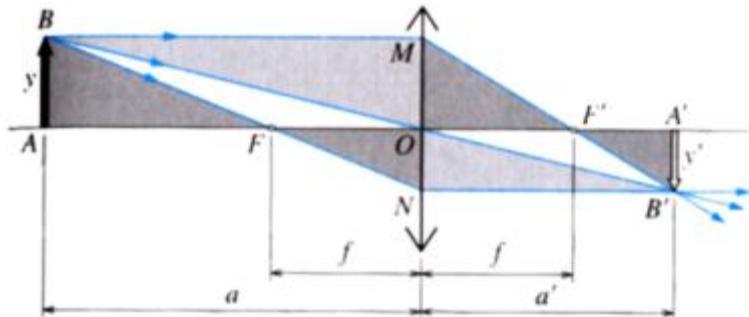


příčné zvětšení β = velikost obrazu/ velikost předmětu

ohnisková vzdálenost je vzdálenost čočky nebo zakřiveného zrcadla od jejich ohniska ☺

- 93.** Napište Gaussovou a Newtonovu zobrazovací rovnici tenké čočky. Jak je definována její optická mohutnost?

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \quad - \text{Gaussova}$$



$$qq' = f^2 \quad - \text{Newtonova}$$

kde q je vzdálenost předmětu od ohniska, q' vzdálenost obrazu od ohniska a f ohnisková vzdálenost.

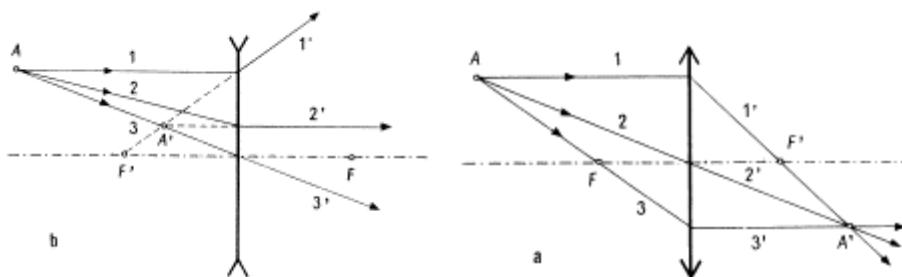
- 94.** Napište Gaussovou zobrazovací rovnici kulového zrcadla.

Má stejný tvar jako pro čočku:

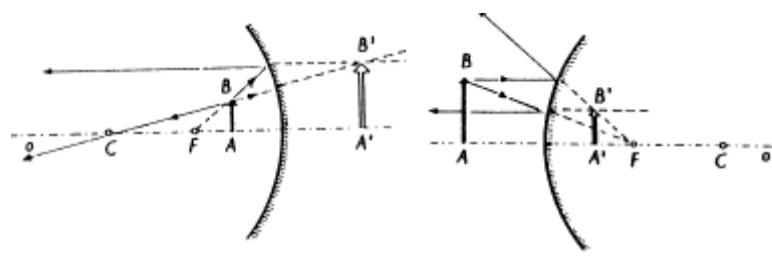
$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

95. Pro kulovou plochu, pro tenkou čočku a kulové zrcadlo provedte základní grafické konstrukce zachycující skutečné a zdánlivé obrazy.

Tenká čočka



Zrcadla



96. Jak je definován zářivý tok, intenzita vyzařování, pohltivost a emisivita? Co je to absolutně černé těleso?

Zářivý tok popisuje celkový přestup energie určitou plochou.

$$\Phi = \frac{d\epsilon}{dt}, \quad \begin{array}{l} \epsilon - \text{energie záření} \\ t - \text{čas} \\ \Phi - \text{zářivý tok} \end{array}$$

Intenzita vyzařování zdroje je definována jako podíl zářivého toku a elementární plošky na povrchu toho zdroje.

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$$

Pohltivost je definována jako poměr pohlceného a dopadajícího zářivého toku.

Emisivita je poměr intenzity vyzařování daného tělesa vůči intenzitě vyzařování absolutně černého tělesa.

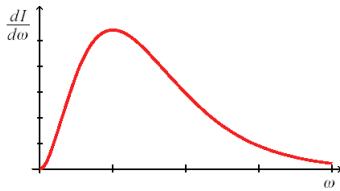
97. Zapište matematicky Kirghoffův zákon vyzařování. Jaký je vztah mezi intenzitou vyzařování a objemovou hustotou energie tepelného záření? Co je to tepelné záření?

$$\frac{M_e}{\alpha} = f(T)^M_e - \text{intenzita vyzařování}$$

$$\alpha - \text{pohltivost}$$

Tepelné záření je elektromagnetické záření a vlnové délce větší než 700nm a kratší než 1mm.

- 98. Napište Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa, zakreslete jeho průběh a z Planckova vyzařovacího zákona odvodte Rayleighův – Jeansův a Wienův vyzařovací zákon. Co chápeme pod pojmem ultrafialová katastrofa? V čem se lišil přístup při odvození Rayleighova – Jeansova a Planckova vyzařovacího zákona?**



h – Planckova konstanta
c – rychlosť svetla ve vakuu

$$w_{\nu}(v, T) = \frac{8\pi v^2}{c^3} \frac{hv}{e^{kT}-1}$$

v – frekvence záření
I – intenzita záření
T – teplota absolutně černého tělesa
k – Boltzmannova konstanta

RJVZ: Pro $hv \ll kT$ můžeme approximovat $e^{kT} \approx 1 + \frac{hv}{kT}$, pak dostaneme $w_{\nu} = \frac{8\pi v^2}{c^3} kT$.

WVZ: Pro $hv \gg kT$ můžeme approximovat $e^{kT} - 1 \approx e^{kT}$, pak dostaneme $w_{\nu} = \frac{8\pi v^2}{c^3} e^{-\frac{hv}{kT}}$.

Ultrafialová katastrofa je důsledek Rayleighův-Jeansova vyzařovacího zákona, při kterém pro vyšší frekvence záření Intenzita záření dosahuje nekonečna.

Planck kvantoval energii příslušného stavu pole podle vztahu:

$$E'_n = hv(n + m), n = 1, 2, 3, \dots h – Planckova konstanta$$

- 99. Z Planckova vyzařovacího zákona odvodte Wienův posunovací zákon.**

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{\nu}(v, T)}{\partial v} &= 0 \\ \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v^3}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} \right) &= 0 \quad | \text{subs: } v = \frac{kT}{h} x \\ \frac{8\pi k^3 T^3}{h^2 c^3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^3}{e^x - 1} \right) &= 0 \\ \frac{3x^2(e^x - 1) - x^3 e^x}{(e^x - 1)^2} &= 0 \\ 3x^2(e^x - 1) - x^3 e^x &= 0 \rightarrow x = 2,82144 \end{aligned}$$

$$v = \frac{kT}{h} x = C_v T, C_v = 5,8762 \cdot 10^{10} s^{-1} K^{-1}$$

- 100. Z Planckova vyzařovacího zákona odvodte Stefanův – Boltzmannův zákon pro intenzitu vyzařování.**

$$\begin{aligned} w(T) &= \int_0^{\infty} w_{\nu}(v, T) dv = \int_0^{\infty} \frac{8\pi v^2}{c_0^3} \frac{hv}{e^{\frac{hv}{k_B T}} - 1} dv \\ \text{subs: } x &= \frac{hv}{k_B T} \quad dx = \frac{h}{k_B T} dv \\ w(T) &= \frac{8\pi k_B^4 T^4}{h^3 c_0^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \Rightarrow w(T) = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c_0^3} T^4 \\ M_e^0 = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{C_0 w}{4} = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c_0^2} T^4 \Rightarrow M_e^0 = \sigma T^4 \\ \text{obecnější tvar: } M_e = \varepsilon \sigma T^4 \end{array} \right.$$

101. Co je to fotoelektrický jev? Napište vztah pro kinetickou energii emitovaných elektronů.

Ovodíte vztah mezi hybností fotonu a vlnovou délkou elektromagnetické vlny. Čemu se rovná kvantum energie?

Fotoelektrický jev je jev, při kterém jsou elektrony uvolňovány z látky v důsledku absorpce elektromagnetického záření.

$$E_k = h\nu$$

102. V čem spočívá Comptonův jev?

Comptonův jev je děj, při kterém se po srážce elektromagnetického záření s atomy pevné látky mění vlnová délka záření v důsledku předání části své energie atomům, nebo jejich elektronům.

103. Jaký byl hlavní nedostatek planetárního modelu atomu? Jak zní Bohrovy postuláty?

Elektricky nabité částice obíhající po kruhové dráze musejí vyzařovat elektromagnetickou energii a po nějakém čase by spadly do jádra.

Postuláty: 1. Elektrony se pohybují po kružnicích.

2. Při přechodu z jedné kružnice na druhou elektron vyzáří (pohltí) právě jeden foton.

3. Jsou dovoleny ty trajektorie, jejichž moment hybnosti je $n\hbar$, kde $n=1,2,3,\dots$

Ovodíte vztah pro poloměry přípustných kruhových drah v Bohrově modelu? Ovodíte vztah pro energie odpovídajících jednotlivým přípustným kruhovým drahám elektronu.

Ovodíte vztah vyjadřující vlnové délky vyzařované atomem vodíku při přechodu mezi zvolenými energetickými stavami.

Poloměr:

$$\text{Coulombova síla: } F_c = k \frac{e^2}{r^2}, k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\text{Moment hybnosti elektronu: } L = m_e v r = h^* \cdot n; n = 1,2,3,\dots; h^* = \frac{\hbar}{2\pi}$$

$$F_d = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$F_c = F_d \\ k \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{m_e^2 v^2 r^2}{m_e r} = \frac{n^2 h^*}{m_e r}$$

$$r_n = \frac{h^*}{m_e k e} n^2 = a_0 \cdot n^2; a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} - \text{Bohrův poloměr}$$

energie:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{k e^2 m_e k e^2}{h^* n^2} = -\frac{1}{2} \frac{m_e k^2 e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 [eV]}{n^2}$$

vlnové délky:

$$\Delta E = \frac{2\pi h^* c}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\Delta E}{2\pi h^* c} = \frac{m_e k^2 e^4}{4\pi h^* c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right);$$

$$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} - \text{Rydbergova konstanta}$$

105. Napište vztah pro vlnovou délku materiálových vln a napište vztah mezi obvodem dovolených kruhových drah v Bohrově modelu a vlnovou délkou materiálové vlny.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$2\pi r_n = n\lambda$$

$$2\pi v r_n = n \cdot \frac{h}{p} = \frac{nh}{m_e v}$$

$$m_e v r_n = nh^*$$

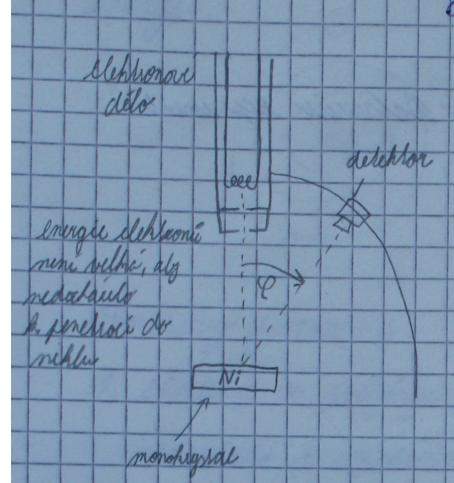
106. Popište Davissonův – Germerův experiment a ukažte, jak potvrzuje existenci materiálových vln.

urychlovací napětí $U = 54$ V

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = eU$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2em_e U}} \cong 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$



Na základě výše uvedeného můžeme tedy vyslovit závěr, že elektrony vykazují při rozptýlu na krystalu niklu vlnové chování

107. Naznačte heuristický způsob odvození Schrödingerovy rovnice.

$$\text{Vyšel z: } \nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\text{Za podmínky } v \ll c_0 \text{ můžeme psát } E = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}, t)$$

$$E = h^* \omega; p = h^* k$$

$$h^* \omega = h^{*2} \frac{k}{2m} + U(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -j\omega \Psi; \quad \nabla^2 \Psi = k^2 \Psi$$

$$-jh^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{h}{2m} \nabla^2 \Psi + U(\vec{r}, t) \Psi$$