7. 10. 2019 – opakovanie FYZ

SOME SUMMARIES

7.

$pV = NkT \rightarrow pV = n \cdot \Theta$, $n = \frac{N}{N_a}$ – počet, N_a – Avog.

$\Theta = RT \rightarrow$ TD teplota

univ. plyn. konst.

$pV = \frac{N}{N_a} \cdot R \cdot T$

$\frac{R}{N_a} = k \rightarrow$ Boltzmanova konst.

STAVOVÁ ROVNICA POMOCOU BOLTZMANOVEJ KONST

$p \cdot V = N k T$ → Boltz. k. = $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

$p \cdot V = \frac{m R T}{m_0 N_A}$

STAVOVÁ ROVNICA POMOCOU PLYNOVEJ KONST

$pV = nRT$ → univ. plyn. k = 8,31 $\frac{J}{mol\,K}$

Molárna hmotnosť =>

$M_m = \frac{m}{n}$

VNÚTORNÁ E

$\rightarrow U = N \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle \rightarrow$ stredná kinet. energia

$pV = \frac{2}{3} U \rightarrow pV = nRT \rightarrow U = \frac{3}{2} N k_B T$

vnútorná E

Hmotnosť jednej častice

$m_0 = \frac{M_m}{N_A}$

$\frac{pV}{T} = konst$

$N_A \cdot m_0 = \frac{m}{n}$

$m_0 = \frac{m}{n \cdot N_A}$

$m_0 = \frac{m}{\frac{N}{N_A} \cdot N_A}$

$m_0 = \frac{m}{N}$

SUMMARY: many faces of pV

$k = \frac{R}{N_A}$

$n = \frac{N}{N_A}$

$pV = NkT$ → Boltzmann

$pV = nRT$ → univ. pl. k.

$m_0 = \frac{M_m}{N_A} = \frac{m}{n \cdot N_A}$ – molar

$M_m = \frac{m}{n}$

$\frac{pV}{T} = konst.$

$U = \frac{3}{2} N k_B T$

$= \frac{mRT}{\frac{m}{N} N_A} = \frac{nRTN}{nN_A} = RT \cdot n$

$m_0 = \frac{\frac{m}{n}}{N_A} = \frac{m}{n \cdot N_A}$

$pV = nRT = \frac{m}{m_0 N_A} RT$

$m_0 = \frac{m}{n \cdot N_A}$

$n \cdot N_A = \frac{m}{m_0}$

$n = \frac{m}{m_0 N_A}$

Teorie vln

06.11.2019

(3) → "m" – hmotnost

Pohyb. rovnice struny: $T_2 \sin\beta - T_1 \sin\alpha = \Delta x \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

"$\Delta x \cdot \mu$" => hmotnost

KANONICKÁ ROVNICE => ... =>

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$ } 1D vlnová rov.

$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

výchylka

OBECNÉ ŘEŠENÍ VLNOVÉ ROVNICE

$u(x,t) = f(x+ct) + g(x-ct)$

HARMONICKÁ VLNA

$u(x,t) = A\cos[k(x-ct)+\delta]$ → $t=0 \rightarrow u(x,0) = A\cos(kx+\delta)$

fáze = konst.

fáze → $\varphi(x,t)$

- čas. perioda $T = \frac{\lambda}{c} = \frac{2\pi}{kc}$ AMP
- kmitočet $\nu = \frac{1}{T} = \frac{kc}{2\pi}$ (f)
- úhlový kmitočet $\omega = 2\pi f = 2\pi\nu = kc$

vlnové číslo → $k = \frac{\omega}{c}$

3D HARMONICKÁ VLNA

$\hat{u}(\vec{r},t) = \hat{A}(\vec{r},t)\, e^{j\varphi(\vec{r},t)}$

$\omega = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}$

$\vec{k} = \vec{\nabla}\varphi(\vec{r},t)$

$f = \frac{c}{\lambda}$

$\vec{k}_0 = \frac{\vec{k}}{k}$

$\vec{k}_0$ ← 1-složkový vlnový vektor

vlnové číslo = $\frac{2\pi}{\lambda}$ → $\frac{rad}{m} = \frac{1}{m} = m^{-1}$

AKUSTICKÁ VLNA

(akustické děje jsou adiabatické)

$c_0 = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}_0}$

– podélná vlna

ROVINNÁ VLNA

předpoklady: 1) $A(\vec{r},t) = A = konst$

2) φ je fce souřadnic a času

$\varphi = a_0 t + a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_\varphi$

$\omega = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ → $a_0 = -\omega$

$\vec{k} = \vec{\nabla}\varphi = (a_1, a_2, a_3) = (k_x, k_y, k_z)$

$\hat{u}(\vec{r},t) = A e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \delta)}$

vlnová rov.: $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(y,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$

ROVNICE ROV. VLNOPLOCHY

$\vec{k}_0 \cdot \vec{r} = konst$

$\hat{u}(s,t) = A e^{j(ks - \omega t)}$

$s = k_0 \cdot r$

řešením ← $\frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial s^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2}$

FÁZOVÁ RYCHLOST

$v_F = c_F = \frac{ds}{dt} = \frac{\omega}{k}$

GRUPOVÁ RYCHLOST

$v_g = \frac{d\omega}{dk} \Rightarrow v_g = \frac{d(k v_F)}{dk} = v_F + k\frac{dv_F}{dk}$

DISPERZNÍ RELACE

→ fázová rychlost je závislá na kmitočtu nebo vlnové délce

⇓

BEZDISPERZNÍ: $v_g = v_F$

NORMÁL DISP.: $v_g < v_F$

ANOMÁL DISP.: $v_g > v_F$

28.11.2019

$\frac{s^{-1}}{m^{-1}} = ms^{-1}$

Dopplerův jev

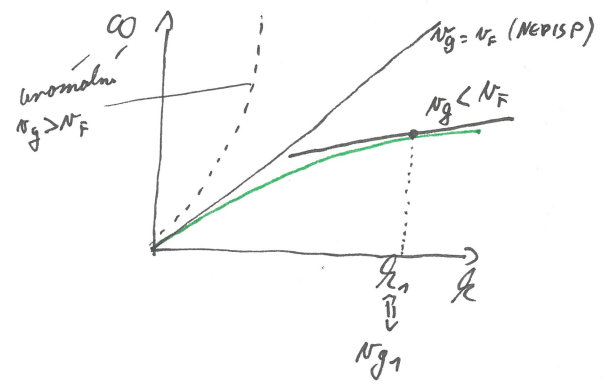
$f = f_0 \frac{c \pm \vec{v}}{c \mp \vec{v}}$ } pozorovatel / zdroj

Doppler pro kmitočet: $\omega_1 = \frac{c - \vec{k}_0 \vec{v}_1}{c - \vec{k}_0 \vec{v}_2}\omega$ → v_1, rychlost pozor.; → v_2 rych. zdroje

jednotkový vlnový vektor

KMITOČET RÁZU: $f_R = f_1 - f_0$

GRAF DISPERZNÍ RELACE



OBECNÉ AKUSTICKÉ VLNY

- $\rho\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right] = \vec{\nabla}T$ } Euler. r. • $\rho = \rho(p)$ stavová
- $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}) = 0$ } rov. kontinuity

VLNOVÁ ROVNICE PRO AKOUST. TLAK A RYCHLOST

$$\nabla^2 \vec{v} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 p' = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}$$ VLN. ROV. AKOUSTICKÝ TLAK

(asi) linearizovaný tlak

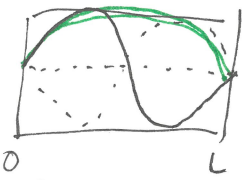
(3) $p' = \rho_0 c_0 v$

akustický tlak — charakt. impedance $\rho_0 c_0 = z$

POHYBOVÁ ROVNICE VLN V REZONÁTORU S DOKONALE TUHÝMI STĚNAMI

3.

$v(x,t) = v_m \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$



pro $n = 1$, $n = 2$

$k_n = \frac{n\pi}{L}$

okrajové podmínky: $v(x=0, t) = 0$, $v(x=L, t) = 0$

ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY

MAX WELLOVY

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ el. indukt.

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ magn. ind.

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

el. intenzita

$\nabla \cdot \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ↓ magn. int.

permitivita

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$\vec{B} = \mu \vec{H}$ ↖ permeabilita

VLNOVÉ ROVNICE EM PRO BEZMATERIÁL. PROST. (1 a 2)

Nevodivé prostředí

$\nabla \cdot \vec{E} = 0$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\nabla \times \vec{B} = \mu\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (bez indukčních proudů)

$\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$-\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow -\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) + \nabla^2 \vec{E} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$\nabla^2 \vec{E} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ (1.)

$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial (\nabla \times \vec{E})}{\partial t}$

$\nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 B = -\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

VLNOVÉ ROVNICE PRO VODIVÉ PROST. (dobrý vodič)

telegrafní rovnice: $\xrightarrow{\text{odv.}} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu\gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow -\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) + \nabla^2 \vec{E} = \mu\gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} =$

$= \nabla^2 \vec{E} = \mu\gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$\Rightarrow \nabla^2 \vec{B} = \mu\gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$ } telegraf. rovnice

$\nabla \times \vec{B} = \mu\gamma \vec{E} + \mu\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad / \frac{\partial}{\partial t}$

$\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu\gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$-\nabla \times \nabla \times \vec{E}$

rovinná harmonická vlna: $\hat{u}(\vec{r}, t) = \hat{A} e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$; $\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} = -j\omega \hat{u}$

Jednotlivé složky

$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = j k_x \hat{u}$

$\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} = j k_y \hat{u}$

$\frac{\partial \hat{u}}{\partial z} = j k_z \hat{u}$

$\frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow -j\omega$

$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2$

$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow j k_x$

$\vec{\nabla} \rightarrow j\vec{k}$

$\nabla^2 \rightarrow -\vec{k}^2$

DISPERZNÍ RELACE PRO DOBRÝ VODIČ: $k^2 c^2 = \omega^2 + j\omega\gamma\mu c^2$

→ říká jak moc se vyšplíchne disperze v daném prostředí

disperze ⇒ závislost rychlosti vlnění na jejím jeho frekvenci

Poyntingův vektor a intenzita světla

↳ $\vec{S}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r},t) \times \vec{H}(\vec{r},t)$ $[W m^{-2}]$ → popisuje transport energie přes EM pole

(nebo $\vec{P}$) $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

Intenzita EM vlny

$I = \langle |\vec{S}| \rangle$ $I = \left\langle \left| \frac{\vec{E}_0 \times \vec{H}_0}{2} \right| \right\rangle$ (střední hodnota)

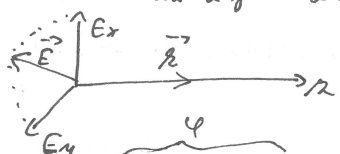
(Ta jedna polovina je kvůli zejména komplexním sdruženým)

$$\frac{E_0^2}{2n} \rightarrow n = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}$$

resp. $I = \frac{E_0^2}{2n} = \frac{\vec{E}\cdot\vec{E}^*}{2n}$

Polarizace světla

"směr kmitání a jeho úhrn"



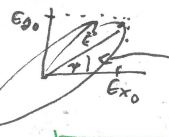
$E_x = E_{x0} \cos(kz - \omega t + \alpha_1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E_x}{E_{x0}}$

$E_y = E_{y0} \cos(kz - \omega t + \alpha_2) \Rightarrow \cos(\varphi + \delta) = \frac{E_y}{E_{y0}}$

$\delta = \alpha_2 - \alpha_1$

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 - \frac{2E_xE_y}{E_{x0}E_{y0}}\cos\delta = \sin^2\delta$$

→ ELIPTICKÁ POLARIZ.



$$tg^2\varphi = \frac{2E_xE_y}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2}$$

$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = 1 \Rightarrow$ kruhová polarizace

Lineární polarizace

$$E_y = (-1)^n \frac{E_{y0}}{E_{x0}} E_x$$

ZÁKON ZACHOVÁNÍ ELEKTRICKÉ ENERGIE

DIF: $j\vec{E} = -\frac{\partial w}{\partial t} - \vec{\nabla}\cdot\vec{S}$ | Poyntingův vektor

w ... objemová hustota energie jednotkového náboje ($\frac{1}{2}\vec{E}\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B}$)

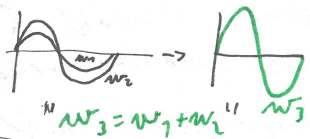
INT: $\int_V j\vec{E}\,dV + \oint_{A(V)} \vec{S}\cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V w\,dV$ | ins. tvar

plocha (aby se nepletlo s Poyntingovým vektorem)

INTERFERENCE SVĚTLA

→ vzájemné ovlivňování dvou a více vln

→ pozorujeme výsledné charakteristiky světla



"$w_3 = w_1 + w_2$"

$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01}\, e^{j(\vec{k}_1\vec{r} - \omega t + \varphi_1(t))}$

$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02}\, e^{j(\vec{k}_2\vec{r} - \omega t + \varphi_2(t))}$

$I = \frac{\vec{E}\cdot\vec{E}^*}{2n}$

(interferenci vně za následek změnu intenzity výsledné vlny)

KOHERENČNÍ DÉLKA

$S_c = \tilde{c}_0 \cdot C$

střední délka pulzu

$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{c}{\lambda_2} - \frac{c}{\lambda_1} = c\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) \approx c\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$

$\Delta r \approx \frac{1}{\tilde{\nu}_0}$ protože $\tilde{\nu}_0 \approx \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}$

↳ $\Delta S = S_1 - S_2 < S_c$

$\Delta S > S_c \Rightarrow$ vlny nepřesahují interf.

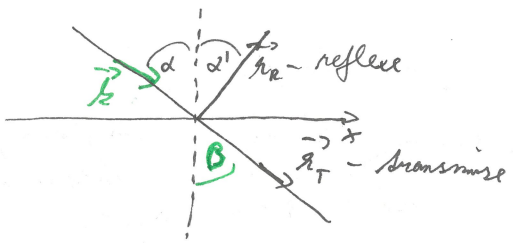
$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\alpha \langle \cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\vec{r} + \varphi_2(A) - \varphi_1(A)] \rangle$ ← 1.) 2.)

1.) vlny nejsou koherentní $\Rightarrow \langle \cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\vec{r} + \varphi_2(A) - \varphi_1(A)] \rangle = 0$

2.) opak $\Rightarrow \varphi_1(A) = \varphi_2(A) \Rightarrow \varphi_2(A) - \varphi_1(A) = 0$

KONSTRUKTIVNÍ INTERFERENCE $\Rightarrow I > I_1 + I_2$

DESTRUKT. INTERF. $\Rightarrow I < I_1 + I_2$



VLNY NA ROZHRANÍ DIELEKTRIKA

ROVINA DOPADU

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$

$\vec{E}_R = \vec{E}_{0R} e^{i(\vec{k}_R\vec{r} - \omega_R t)}$

$\vec{E}_T = \vec{E}_{0T} e^{i(\vec{k}_T\vec{r} - \omega_T t)}$

Energ. podmínka

$\omega = \omega_R = \omega_T$; $k_x = k_{Rx} = k_{Tx}$

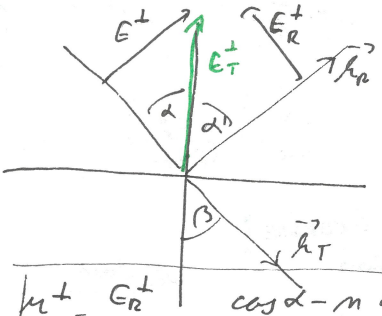
$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\alpha'$ SNELLŮV ZÁKON

FRESNELLOVY VZORCE – v nemagnetickém prostředí

TE polarizace $\Rightarrow$ "transverzální" $\rightarrow$ příčná k rovině dopadu

$\vec{E} = \vec{E}'' + \vec{E}^{\perp}$

$E_T^{\perp} = E^{+} + E_R^{\perp}$



Koeficient reflexe: $\mu^{\perp} = \frac{E_R^{\perp}}{E^{\perp}} = \frac{\cos\alpha - n\cos\beta}{\cos\alpha + n\cos\beta}$ $\left[n = \frac{n_2}{n_1}\right]$ $n_1 = \frac{c_0}{c_1}$ $n_2 = \frac{c_0}{c_2}$

$A^{\perp} = \frac{E_T^{\perp}}{E^{\perp}} = \frac{2\cos\alpha}{\cos\alpha + n\cos\beta}$

$r'' = \frac{E_R''}{E''} = \frac{n\cos\alpha - \cos\beta}{n\cos\alpha + \cos\beta}$

$A'' = \frac{E_T''}{E''} = \frac{2\cos\alpha}{n\cos\alpha + \cos\beta}$

BREWSTERŮV ÚHEL $\rightarrow \alpha_B$

– úhel, při kterém se všechno světlo lomí a nic se neodráží"

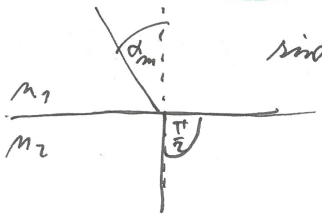
$\rightarrow$ velmi specifický

úhel při kterém dochází k úplnému průchodu polarizovaného světla

$\rightarrow$ úhel, při kterém je odrážené světlo v případě dopadu. světla jdoucího v cele polarizováno (lineárně)

$\alpha_B = \operatorname{arctg} n$; $\operatorname{tg}\alpha_B = n \rightarrow$ vyplývá z $r'' = \frac{n\cos\alpha - \cos\beta}{n\cos\alpha + \cos\beta} = 0 \Rightarrow \ldots = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha = n^2$

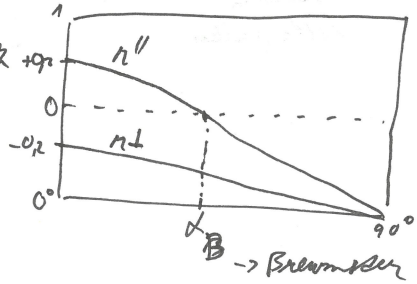
TOTÁLNÍ ODRAZ $\alpha > \alpha_{mez} \Rightarrow$ úplný odraz

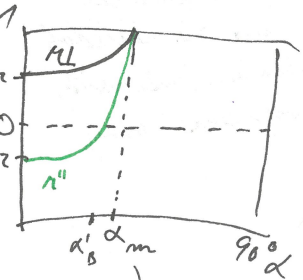


$\sin\alpha_m = n \sin\frac{\pi}{2}$

$\alpha_m = \arcsin n$

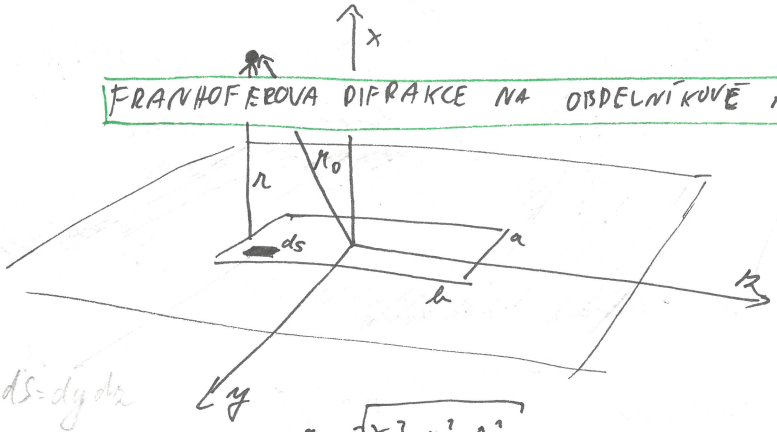
$\frac{n_2}{n_1} < 1$

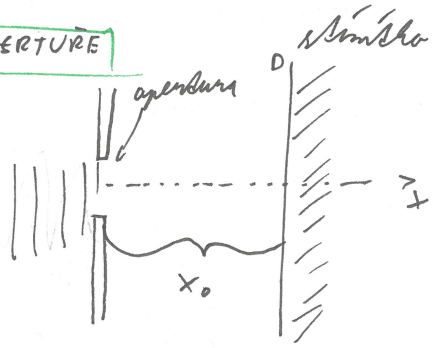




mezní úhel (absolutní odraz)

FRAUNHOFEROVA DIFRAKCE NA OBDELNÍKOVÉ APERTUŘE



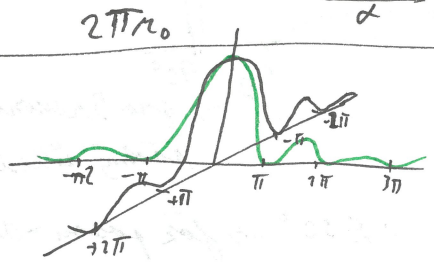


$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

$$r = \sqrt{x_0^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$$

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + y^2 + z^2 - 2(y_0 y + z_0 z)} \approx \approx r_0 \left(1 - \frac{y_0 y + z_0 z}{r_0^2}\right) \approx r$$

$$\hat{E}(P) = \frac{-i k S_A E_0 e^{i k r_0}}{2\pi r_0} \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin\beta}{\beta} \Rightarrow I(P) = I(y_0, z_0) = \frac{\hat{E}(P)\hat{E}^*(P)}{Z_0 Z} = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$



GEOMETRICKÁ OPTIKA

paprsek při nekonstantním lomu světla (např. v horku nad silnicí)

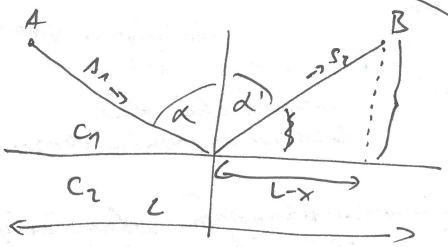
různé indexy lomu $n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 \dots$

$$A = \frac{1}{c_0} \sum_{i=1}^{N} n_i s_i = \frac{1}{c_0} \sum_{i=1}^{N} l_i \Rightarrow A(c) \frac{1}{c_0} \int_A^B n(\vec{r}(s)) \, ds$$

c_0 ↑ rychl. světla ve vakuu

- Fermatův princip → světlo jde z bodu A do bodu B nejrychlejší cestou, po které jde

Zákon odrazu:



$$A = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (L-x)^2}}{c_2}$$

$$A = A(x)$$

$$\frac{dA(x)}{dx} = 0 = \frac{x}{c_1 s_1} - \frac{(L-x)}{c_1 s_2} \Rightarrow \sin\alpha = \sin\alpha'$$

$$\alpha = \alpha'$$

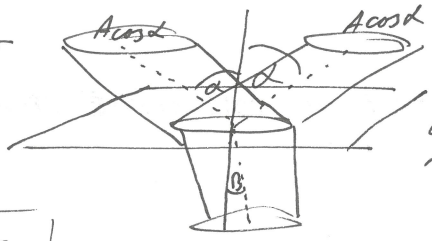
odvodění

$$\Rightarrow \frac{c_0}{c_1} \sin\alpha = \frac{c_0}{c_2} \sin\beta \Rightarrow n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

$$\sin\alpha = n \sin\beta$$

$$\hookrightarrow n = \frac{n_2}{n_1}$$

PROPUSTNOST A ODRAZIVOST SVĚTLA



$I A \cos\alpha = I_R A \cos\alpha + I_T A \cos\beta$

dopad. výkon — odražený výkon — prošlý výkon

$1 = R + T$ — propustnost

odrazivost

$I = \frac{E_0^2}{2Z}$ → výsledná intenzita

→ I se rozloží

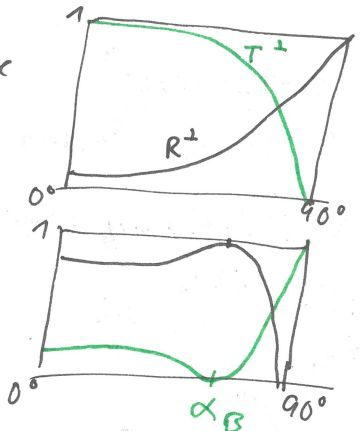
charakteristická impedance prostředí

$R'' = \frac{E_R''^2}{E''^2} = (A'')^2 = \left(\frac{n\cos\alpha - \cos\beta}{n\cos\alpha + \cos\beta}\right)^2$

$R^\perp = \frac{E_R^{\perp 2}}{E^{\perp 2}} = (A^\perp)^2 = \left(\frac{\cos\alpha - n\cos\beta}{\cos\alpha + n\cos\beta}\right)^2$

$R'' \rightarrow T'' = 1 - R''$

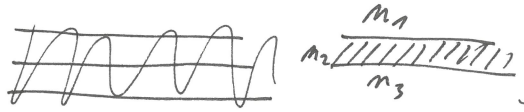
$R^\perp \rightarrow T^\perp = 1 - R^\perp$



→ pro Brewsterova úhlu není žádný úhel

7.

INTERFERENCE NA TENKÉ DOŠTIČCE

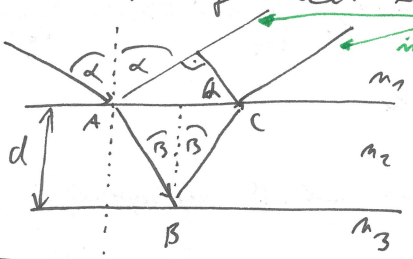


if $n_1 = n_3 < n_2$ or $n_1 = n_3 > n_2$ $\alpha \lesssim 30°$ → jev pozorný - OTI

$\Delta l = n \Delta s$ rozdíl optických drah ($l = ns$ → optická dráha)

→ aby byla pozorovaná interference: Δl musí být kratší než koherenční délka

$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$



interferují (řádově v desetinách cca vlnové délky)

- podmínka pro maxima interference:

$d n_2 \cos\beta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4}, \quad m = 0, 1, 2 \ldots$

OHYB - DIFRAKCE SVĚTLA → šíření do oblasti geometr. stínu

vychází se z: $\nabla^2 \hat{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \hat{E}}{\partial t^2}$; $\hat{E} = \hat{E}_0 e^{j\omega t}$ $\nabla^2 \hat{E} + k^2 \hat{E} = 0$ Helmholtzova rovnice

$\hat{E}$ skalární fce (pole el./magn. amplitudy) $k = \frac{\omega}{c}$

⇒ stacionární vlnová fce. (harmonická vlna dosazení do původní vzorce)

Huygens-Fresnelův princip → každý bod plochy vlnoplochy je zdrojem nové sekundární vlnoplochy

AMP sekundární vlny $\left\{ -j\frac{k}{2\pi}\hat{E}_0 \frac{e^{jkr}}{r} K(\beta)\, dS \right.$

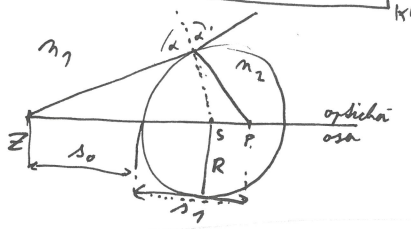
vlnoplocha — šířící faktor

H-F integrál → $\hat{E}(P) = -j\frac{k}{2\pi}\iint \frac{\hat{E}_0 e^{jkr}}{r} dS$

DIFRAKCE => FRESNELOVA / FRANHOFEROVA

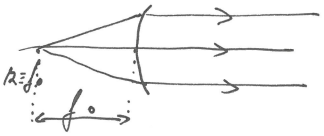
GEOMETRICKÁ OPTIKA POKRAČOVANIE:

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$ ZOBRAZOVACÍ ROVNICE PRO LOM NA KULOVÉ PLOŠE



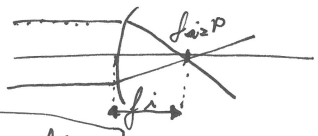
OHNISKOVÁ PŘEDMĚTOVÁ VZDÁLENOST

$$s_0 \equiv f_0 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$



OHNISKOVÁ OBRAZOVÁ VZDÁLENOST

$$s_i \equiv f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$



$$\frac{f_0}{f_i} = \frac{n_1}{n_2} \Leftrightarrow f_0 n_2 = f_i n_1$$

ZOBRAZOVACÍ ROVNICE ČOČKY

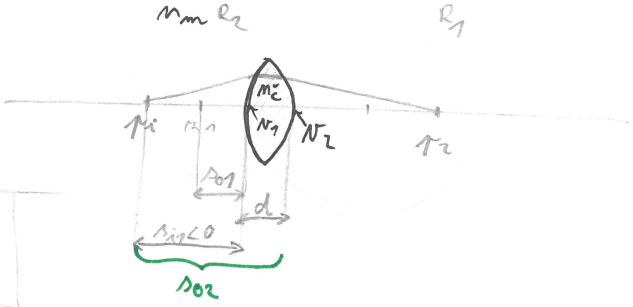
OBECNĚ

$$\frac{n_m}{s_{01}} + \frac{n_č}{s_{i1}} = \frac{n_č - n_m}{R_1}$$

$$\oplus \left(\frac{n_č}{d - s_{i1}} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \frac{n_m - n_č}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s_{01}} + \frac{1}{s_{02}} = \frac{n_č - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{n_č d}{n_m (s_{i1} - d) s_{i1}}$$

TLUSTÁ ČOČKA (REAL THICCC?)



TENKÁ ČOČKA

$$\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$\left(\frac{1}{f} = \frac{n_č - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \right)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

a … vzdálenost předmětu; a' … vzd. obrazu

OPTICKÁ MOHUTNOST

$$\varphi = \frac{1}{f} \; [D] \rightarrow SI: m^{-1}$$

↳ dioptrie

PRIEČNE ZVÄČŠENIE ŠOŠOVKY

$$Z = -\left|\frac{a'}{a}\right| \Rightarrow \frac{-a'}{a} = \frac{y'}{y}$$

y' ← výška obrazu; y ← -11- predmetu

HODÍ SA: $\sin(x+y) = (\sin x \cos y + \sin y \cos x)$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

KVANTOVÁ MECHANIKA

$1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J \Rightarrow I = 10^{7}\,W m^{-2}$

$S_{ATOM} = \pi 10^{-20}\,m$

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,Js$ [PLANCK KONST.]

$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1 \cdot 10^{-34}\,Js$

$c = 3 \cdot 10^{8}\,ms^{-1}$ (voľ. konšt.)

VZŤAH FREKVENCIE A VLNOVEJ DĹŽKY

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$ (H_2)

FOTOELEKTRICKÝ JEV

$E = E I S_A t \rightarrow$ čas

↓ intenzita svetla; → obsah atóm. jadra

$E_k = E - A_V \Rightarrow E_{k\,max} = h(\nu - \nu_m)$

↑ výstupná práca na vyrazenie elektrónu

Energia kvanta/fotónu: $E = h\nu$

COMPTONOV JEV → zmena vlnovej dĺžky žiarenia v dôsledku predania časti energie vyradeného elektrónu

$$\text{ZZE: } E = m_0 c^2 + h\nu = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + h\nu' \quad /()^2$$

E_k fotónu; Hmot. pred (fotón) zrážkou; Hmot. po zr. / fotón

$$\Rightarrow h^2(\nu - \nu')^2 = p^2 c^2$$

$$\text{ZZH: } \hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}' = (\text{rozklad na cos a sin ...}) = (\nu - \nu')^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos\theta)$$

$$\text{ZZE: } \frac{p^2 c^2}{h^2} = (\nu - \nu')^2 + \frac{2 m_0 c^2}{h}(\nu - \nu')$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

zmena vlnovej dĺžky obrazu Röntgenového žiarenia od grafitu. dĺžičky

PRODUKCE ELEKTRON - POZITRONOVÉHO PÁRU

γ záření $\Rightarrow h\nu \geq 2{,}02\ MeV$

- pro vznik elektron-pozitronového páru musí gama záření narazit jiná částice do jiné částice

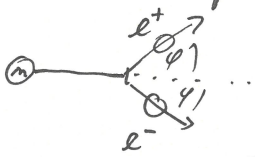
celková energie $E = E_k + m_0c^2 = m(v)c^2$

ZZE: $h\nu = \frac{2m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$h\nu = \frac{2m_0cv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cos\varphi = \frac{2m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\frac{v}{c}\cos\varphi + \gamma_0 c$$

ZZH: $0 = p_+\sin\varphi - p_-\sin\varphi$

$p_-^{\perp}$ $\quad$ $p_+^{\perp}$



frekvence FOTONU V TÍHOVÉM POLI

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{\varphi M}{c^2 R}\right)$$

ν původní kmit; R poloměr; M planeta

RUTHERFORDŮV PLANETÁRNÍ MODEL ATOMU

ale Bohrovy podmínky nevyhovující

NIELS BOHR

POSTULÁTY:

a) e^- nestrácí na dráze energii

b) $\Delta E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{\Delta E}{h}$

> při přechodě e^- mezi energ. hladinami je vyzářen/pohlcen 1 foton

c) len kvantování s momentem hybnosti, kde $n = 1, 2, 3 \ldots$

BOHROVA PODMÍNKA

$$m_e v r = \hbar n$$

r poloměr orbitálu

ENERGETICKÉ HLADINY

$$E_n = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0 n^2}$$

$$v = \frac{\hbar n}{m_e r}$$

BOHRŮV POLOMĚR

$$a_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{me^2}$$

m – proměnná, e – elementární náboj

SCHRÖDINGEROVA VLNOVÁ ROVNICE

$$j\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + U(x,t)\cdot\psi$$

1D

VLNOVÁ FCE

$$j\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U(\vec{r},t)\cdot\psi(\vec{r},t)$$

3D

LA PLACE OPERÁTOR / NABLA OPERÁTOR $(\nabla\cdot\nabla)$

$$E = \hbar\omega \quad \omega = \frac{E}{\hbar} \quad p = \hbar k \quad k = \frac{p}{\hbar}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x,t) \Leftrightarrow \hbar\omega = \frac{\hbar^2k^2}{2m} + U(x,t)$$

BORNOVA INTERPRETACE VLNOVÉ FCE

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \hat{u} = \hat{u}_0 e^{j(kx-\omega t)}$$

Pravděpodobnost dopadu elektronu:

1.D $dP = |\psi(x,t)|dx = \psi\psi^* dx = |\psi|^2 dx$

3.D $dP = |\psi(\vec{r},t)|dV = \psi\psi^* dV = |\psi|^2 dV$

NORMOVACÍ PODMÍNKA:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi\psi^* dx = 1$$

$$\iiint_{\text{celý prostor}}\psi\psi^* dV = 1$$

STACIONÁRNÍ TVAR SCHR. ROVNICE

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi + U(\vec{r})\phi = E\phi$$

fce. prostorových proměnných

VLNOVÁ FCE

$$\Rightarrow \psi(\vec{r},t) = \phi(\vec{r})\cdot T(t)$$

3D:

$$\phi = \phi_x\phi_y\phi_z = \sqrt{\frac{8}{abc}}\sin\left(\frac{l\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\sin\left(\frac{n\pi}{c}z\right)$$

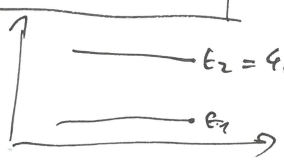
$$E_{l,m,n} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{c^2}\right)$$

kvantová čísla — energetická degenerace

Excitované stavy a ENERGETICKÉ STAVY ČÁSTICE V 1D nekonečné. potenc. jámě

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2$$

kde E_{1+n} = excitovaný stav



nejnižší možná energie v základním stavu

fce proměnných pro 1D:

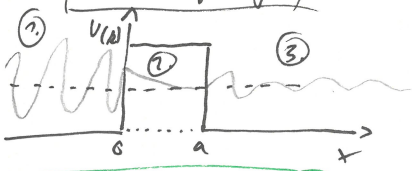
$$\phi_x = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

$$P\left(\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{3a}{4}\right) = \frac{2}{a}\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{3}{4}a}\sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx$$

pravděpodobnost výskytu

KVANTOVKA – POKRAČ.

Tunelový jev



PODMÍNKY SPOJITOSTI:

1.) $\phi_1(0) = \phi_2(0)$ 3.) $\phi_2(a) = \phi_3(a)$

2.) $\left.\frac{d\phi_1}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{d\phi_2}{dx}\right|_{x=0}$ 4.) $\left.\frac{d\phi_2}{dx}\right|_{x=a} = \left.\frac{d\phi_3}{dx}\right|_{x=a}$

① $x<0$
$\phi_1(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$

② $0<x<a$
$\phi_2(x) = C e^{\alpha x} + D e^{-\alpha x}$

③ $x>a$
$\phi_3(x) = F e^{ikx}$

$\Rightarrow \alpha\left(C e^{\alpha a} - D e^{-\alpha a}\right) = ik F e^{ika}$

$T = \frac{FF^*}{AA^*} \approx \frac{16\alpha^2 k^2}{(\alpha^2+k^2)^2} e^{-2\alpha a} \Rightarrow \boxed{T+R=1}$

→ díky evanescentním vlnám lze najít pravděpodobnost lokace, kdy je elektron nebo jiná částice za bariérou

POSTULÁTY KVANTOVÉ MECHANIKY

1.) Veškerá informace o kvantově-mechanickém systému je dána příslušnou vlnovou funkcí. $(\Psi(\vec{r}, t))$ (popisuje stavovým vektorem z Hilbertovského prostoru)

2.) Ke každé měřitelné fyzikál. veličině je přiřazen lineární Hermitovský operátor
→ operátor: přiřazuje funkci k jiné funkci
→ komutátor: $[\hat{O}_1, \hat{O}_2] = \hat{O}_1\hat{O}_2 - \hat{O}_1\hat{O}_2 = 0$

Hermitovský součin: $\langle f | \hat{A} g \rangle = \langle \hat{A} f | g \rangle$ ⇒ Hermitovský operátor → $\hat{A} f = \lambda f$ (vlastní fce operátoru, λ vlastní číslo)

- kvant. poloha ⇒ $\vec{x} \longrightarrow \hat{\vec{x}} = \vec{x}$
- kvant. hybnost ⇒ $\vec{p} \longrightarrow \hat{\vec{p}} = -i\hbar\vec{\nabla}$

$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\vec{p}\cdot\vec{p}}{2m} \Rightarrow \boxed{\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2}$ (eigen number GR)

OPERÁTOR KINETICKÉ ENERGIE

$\hat{H}\phi = E\phi \longrightarrow$ stac. SCHR. ROV

$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r})$

3.) Kvantování → každá měřitelná fyz. veličina A může mít hodnoty, které jsou vlastní čísla operátoru $\hat{A}$; neboli množ. všech naměřitelných hodnot – ze všech hodnot → střední očekávaná hodnota $\bar{A} = \langle \Psi | \hat{A} \Psi \rangle$

$c_n = \langle \Psi_n | \Psi \rangle$

$\bar{A} = \sum_n P_n A_n$ (pravděp. že naměříme A_n)

4.) Redukce stavového vektoru; časový vývoj popisuje Hamiltonián

stručný zápis: $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \hat{H}\Psi(\vec{r}, t)$

5.) jestliže chceme měřit na KMS více veličin současně ⇒ operátory dojíždějí

A, B, C ; fyz. veličiny $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0$

$[\hat{A}, \hat{B}] = [\hat{A}, \hat{C}] = [\hat{B}, \hat{C}] = 0$

$\hat{A}\Psi_n = A_n\Psi_n$
$\hat{B}\Psi_n = B_n\Psi_n$
$\hat{C}\Psi_n = C_n\Psi_n$

$[\hat{x}, \hat{p}_x]$ nelze měřit současně

Heisenbergův princip neurčitosti a Parsevalův teorém

- relace neurčitosti:

$$\Delta x\, \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta y\, \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta z\, \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\boxed{\Delta t\, \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}}$$

OPERÁTOR HYBNOSTI

$$\hat{\vec{p}} = -j\hbar\vec{\nabla}$$

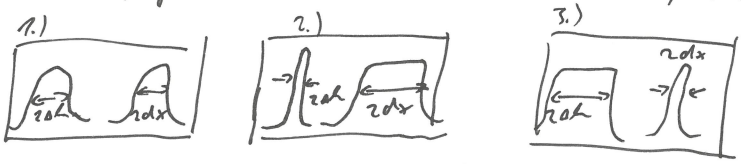
- čím vyšší přesnosti měření A

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_0|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |a(k)|^2 dk$$

↓ s jakou pravděpodobností naměříme hodnotu v $(x, x+dx)$

↓ s jakou — " — v $(k, k+dk)$

1.) 2.) 3.)



ORBITÁLNÍ VLNOVÁ FCE

$$\phi_{n,l,m_l}(r,\vartheta,\varphi) = R_{n,l}(r)\, Y_{l,m_l}(\vartheta,\varphi)$$

$\phi_{n,l,m_l}(r,\vartheta,\varphi)$ — kulové souřadnice; $R_{n,l}(r)$ — RADIÁLNÍ FCE; $Y_{l,m_l}(\vartheta,\varphi)$ — kulová harm. fce

kde $n = 1, 2, 3 \ldots$ — hlav. kvant. číslo

$l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ — orbitální (vedlejší)

$m_l = -l, \ldots, 0, \ldots, l$ $\quad m_l \leq |l|$ — magn. kv. číslo

$s = \pm\frac{1}{2}$

MŮŽEME SPOLU MĚŘIT

$[\hat{H}, \hat{L}^2] = 0$

$[\hat{H}, \hat{L}_z] = 0$

$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$

ORBITÁLNÍ MAGN. MOMENT

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{\mu} = \frac{-e\vec{L}}{2m_e}$$

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

⇒ Bohrův magneton

IDENTICKÉ (nerozlišitelné částice) → Pauliho vylouč. princip ⇒ v atomu se nesmí nacházet 2 e^-, které mají všechna kvantová čísla stejná

FERMIONY → NECELOČÍSELNÝ SPIN

BOSONY → CELOČÍSELNÝ SPIN

spin → $s = 0, -\frac{1}{2}, 1, -\frac{3}{2}, 2$

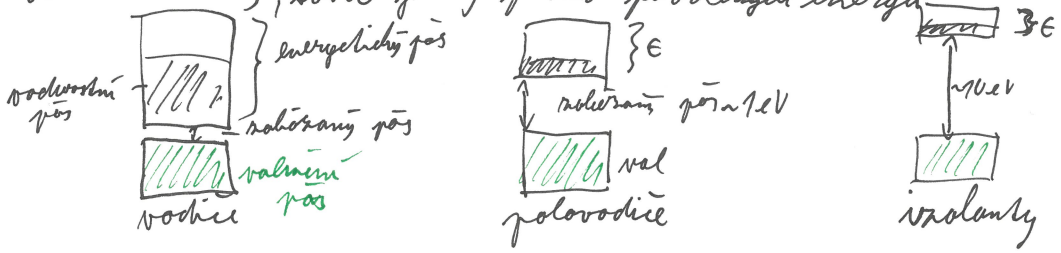
	n	s	p	d	f
K	1	2			
L	2	2	6		
M	3	2	6	10	
N	4	2	6	10	14

$1s^2; 2s^2, 2p^6; 3s^2, 3p^6, 3d^{10} \ldots$

PÁSOVÁ TEORIE LÁTEK

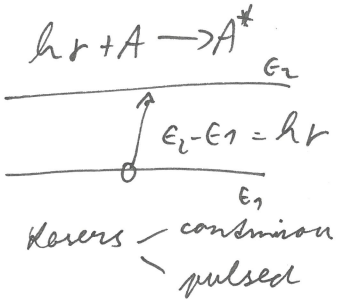
- odpovídá přístupným energetickým stavům všech elektronů v pevných látkách

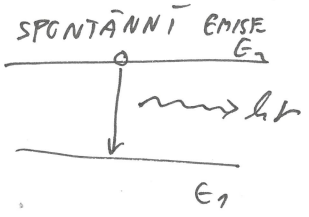
jednotlivý atom → SCHRÖDINGER; mnoho atomů ⇒ pásová teorie → elektrony jsou moc delokalizovány, tvoří jakoby pásmo povolených energií

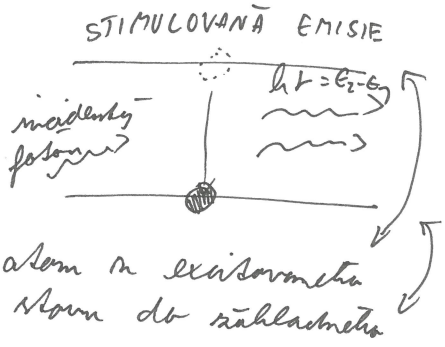


LASERS → light amplification by Stimulated Emission of radiation

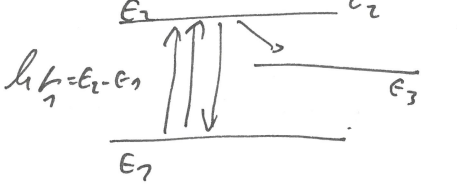
↳ zdroj monochromatického světla







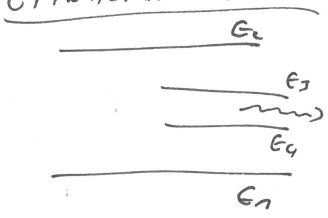
TŘÍHLADINOVÝ LASER



$\tau_3 \gg \tau_2$ → metastabilní

→ laserová dělení $m \rightarrow$ $\langle m$

ČTYŘHLADINOVÝ LASER



JADERKA

INTERAKCE	dosah	síla
gravit.	∞	10^{-38}
EM	∞	10^{-2}
slabá	10^{-18}	10^{-13}
silná	10^{-15}	1

částice
- 6 kvarků (silná síla)
  - HADRONY
    - mezony (např. bosony)
    - baryony (např. fermiony)
- LEPTONY (částice [CERN])
  - elektron
  - mion
  - tauon
  - (+ jim příslušná neutrina)

ATOM $r \approx 10^{-10}$ m

$^{A}_{Z}X$ → nukl. č.

→ prot. č.

$A = N + Z$ – prot. neutr.

$r_j \approx r_0 A^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{-15}$ m

nukleon. čísla

princip rádio-uhlíkový

rozpad + vyzáření

počet původních jader

$$\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Úbytek N — ROZPADOVÁ KONST.

$dN = -\lambda N dt$

rozpad látek

POLOČAS ROZPADU $\tau_p \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \tau_p}$

$-\lambda \tau_p = \ln\frac{1}{2} = \ln 2^{-1} = -\ln 2 \Rightarrow \boxed{\tau_p = \frac{\ln 2}{\lambda}}$

AKTIVITA (rychlost proměny) $R = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \frac{dN}{dt}$ → R(Bq) Becquerel [1Bq]

klesá se mění exp. klesá

$= N_0 \lambda e^{-\lambda t} = R_0 e^{-\lambda t}$

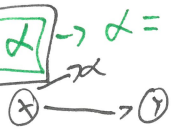
$R_0 = N_0 \lambda \rightarrow R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$

$R = \frac{-dN}{dt} = \lambda N \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{R}{N}}$

konst. rozpadu

RÁDIO AKTIVITA

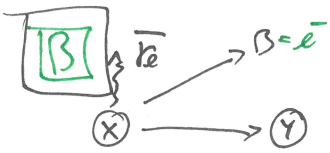
α → $\alpha = {}^4_2He$



${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + \alpha({}^4_2He)$

$Q \approx K_\alpha$

β → $\beta = e^-$



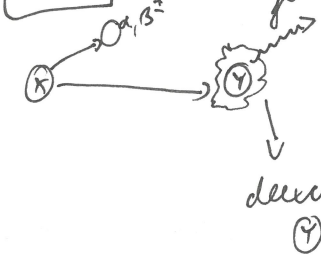
β^- decay

${}^A_Z X + e^- \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + \bar{\nu_e}$

${}^{57}_{27}Co \rightarrow {}^{57}_{26}Fe + \bar{\nu_e}$

$Q = E_{\beta^-} + E_{\bar{\nu_e}}$

γ = EM (10⁺ keV)



β^+ decay → positron + neutrino

(PROTON → NEUTRON)

${}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$

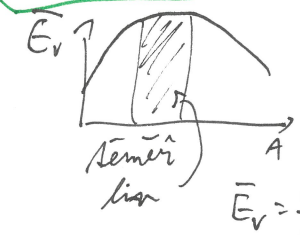
$Q = (m_x - m_y - m_e)c^2 > 0$

EXOTERM. PROCES

$Q = A_1(\bar{E}_v - \bar{E}_{v1}) + A_2(\bar{E}_v - \bar{E}_{v2}) > 0$

FUSION

– exoenergetický proces



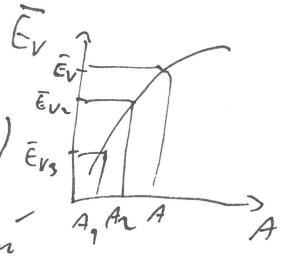
$\bar{E}_v = \frac{E_v}{A}$ = nukl. číslo

$T = \frac{\tau \langle E_A \rangle}{3k} \approx 10^9 K$ (gigakelvin)

LAWSONOVO KRITÉRIUM

$\rightarrow T n \tau \geq 5 \cdot 10^{15} (Ks\, m^{-3})$

T … Teplota, n … koncentr., τ … doba udržení



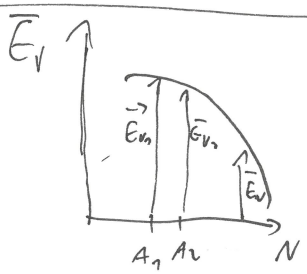
FISSION

multiplikační faktor

$k = \frac{n_{i+1}}{n_i}$ – počet v další generaci / počet teď

EXOTERM. PROCES

$Q = A_1(\bar{E}_{v1} - \bar{E}_v) + A_2(\bar{E}_{v2} - \bar{E}_v) > 0$



- pomalé neutrony A je liché
- rychlé neutrony A je sudé

$k > 1$ → atomová bomba

$k = 1$ atomová elektrárna

$k n - n = n(k-1)$

$\frac{dn}{dt} = \frac{n(k-1)}{\tau_n}$ → čas mezi 2 gen.

$n(t) = n_0 e^{\frac{(k-1)}{\tau_n} t}$

↳ počet neutronů?

FYZ-2 → 16.1.2020 – Bednářík

1.) Odvodit vlnovou rovnici pro velikost magnetické indukce v nevodivém prostředí

$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0$ $\quad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

vektor. identita: $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{B}=\varepsilon\mu\frac{\partial(\vec{\nabla}\times\vec{E})}{\partial t}$

$\Rightarrow \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})-\nabla^2\vec{B}=-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=\nabla^2\vec{B}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$

2.) Odvoďte vztah pro poločas rozpadu

$\frac{dN}{dt}\rightarrow\int_{N_0}^{N(t)}\frac{dN}{dt}=-\lambda\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{N(t)}{N_0}=-\lambda t \quad /e$

$\Rightarrow \frac{N(t)}{N_0}=e^{-\lambda t} \rightarrow \boxed{N(t)=N_0e^{-\lambda t}}$

POLočas rozpadu

$\frac{N_0}{2}=N_0e^{-\lambda\tau}$ ... τ

$\frac{1}{2}=e^{-\lambda\tau}$

$\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\lambda\tau$

$-\ln 2=-\lambda\tau$

$\boxed{\tau=\frac{\ln 2}{\lambda}}$

Rovnice ideálního plynu

3.) $\frac{pV}{T}=$ konst.; $\quad pV=nRT=Nk_BT$

4.) vztah: VNITŘNÍ ENERGIE a střední Ek

$U=\frac{3}{2}Nk_BT=N\left\langle\frac{1}{2}mv^2\right\rangle$

5.) $v_F=\frac{\omega}{k}\rightarrow v_g=\frac{d\omega}{dk}=v_F+k\frac{dv_F}{dk}$

pozorná a grupová

6.) $r\simeq 1{,}3\cdot A^{\frac{1}{3}}\cdot 10^{-15}$ m

poloměr jádra → počet nukleonů

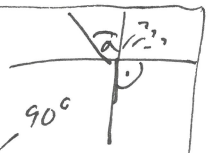
7.) Odvoďte vlnovou rovnici pro akustický tlak

$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial p'}{\partial t}=-\rho_0\vec{\nabla}\cdot\vec{v}$ & $\rho_0\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}=-\vec{\nabla}p'$

$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2p'}{\partial t^2}=\frac{-\rho_0\vec{\nabla}\cdot\vec{v}}{\partial t}$ ← $-\rho_0\frac{\partial^2\vec{v}}{\partial t^2}=\vec{\nabla}^2p'$

$\boxed{\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2p'}{\partial t^2}=\nabla^2p'}$ ☹

8.) Totální odraz



$\alpha=\arcsin n$

$n_1\sin\alpha=n_2\sin\beta$

$n_1\sin\alpha=n_2\sin 90°$

$\sin\alpha=\frac{n_2}{n_1}\quad/\sin^{-1}$

$\alpha=\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\rightarrow n$

9.) $\delta Q=dU+\delta W \Rightarrow Q=\Delta U+W_{1,2}$

$W_{1,2}=\int_{V_1}^{V_2}p(V)\,dV$

10.) $u(x,t)=f(x+ct)+g(x-ct)$

11.) Odvoďte op. hmot. $\in$ k op. hybnosti

$\boxed{\hat{p}=-j\hbar\vec{\nabla}}\rightarrow T=\frac{1}{2}mv^2=\frac{p^2}{2m}=\frac{\vec{p}\cdot\vec{p}}{2m}=\frac{\left(-j\hbar\vec{\nabla}\right)^2}{2m}=\boxed{\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2=\hat{T}}$

Nekomut.: $\hat{p}_x$ a $\hat{x}$

12.) $\left[\hat{x},\hat{p}_x\right]=\left[x,-j\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right]\psi=-j\hbar\frac{\partial(x\psi)}{\partial x}=-j\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x}x+j\hbar\left(\frac{\partial x}{\partial x}\right)\psi+j\hbar x\frac{\partial\psi}{\partial x}=j\hbar\psi\neq 0$

13.) $E\phi=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi+U(\vec{r})\phi(\vec{r})$

14.) $\eta=1-\frac{T_{chl}}{T_{ohř}}$ ÚSK

15.) 1.) Tepelná účinnost vratných (dokonalých) tepelných motorů je stejná, pracují-li mezi stejnými o stejných teplotách.

2.) Účinnost vratného tep. stroje je vždy vyšší, než účinnost nevratných pracuje-li mezi stejnými o stejných teplotách