Jan Thur	CTU FEE	B232 - Summer 23/24	B2B31E01	Last edit: 15-05-2024

Teoretické otázky									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22								

LTI soustavy [T.4.1.1 & T.4.1.2]									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16				

Příklady Operační zesilovače [T.6]									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18		

Příklady Jednostupňových zesilovačů [T.7]									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	

Příklady Doplňkové (nejen)[T.4.3.]									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10

Tady link na zdroj tohoto textu.

Zkouška:
Předmět je zakončen závěrečnou zkouškou ve zkouškovém období. Ta se skládá z písemného testu a případné ústní zkoušky. Celkový čas pro řešení zkouškového testu je stanoven na 110 min. Absenci přihlášeného studenta na zkoušku lze omluvit pouze lékařskou omluvenkou. Student je povinen oznámit omluvu co nejdříve (dle zdravotního stavu).
Test obsahuje:
3 teoretické otázky, s maximálním bodovým ohodnocením 15 bodů celkem (3x5), po kterých následuje krátká přestávka. Čas na vypracování otázek je stanoven na 25 min. Student **pokračuje dále ve zkoušce pouze pokud celkový zisk bodů za teoretické otázky je větší než 5** (více jak třetina maximálního počtu bodů), **v opačném případě je zkouška hodnocena stupněm F** - nedostatečně. Následuje základní část testu a jeden doplňkový příklad. Základní část testu obsahuje:
3 základní příklady s maximálním bodovým ohodnocením 50 bodů celkem. Zadání příkladů (obvodová zapojení) jsou z níže uvedených okruhů:
• výpočet vlastností lineárního elektrického systému z příkladů kapitoly T.4.2. Bude požadován výpočet H(s) a výpočet a vykreslení h(t) a w(t) z příkladů v tabulce pouze na druhé straně s maximálním ziskem 20 bodů, • analýza zapojení s ideálním operačním zesilovačem z příkladů kapitoly T.6. s maximálním ziskem 14 bodů a • výpočet parametrů jednostupňového zesilovače z příkladů kapitoly T.7. (pro základní část mimo modře označených) s maximálním ziskem 16 bodů.
Pro úspěšné absolvování základní části testu je nezbytné částečně nebo zcela správně vyřešit základní příklady, tj. **žádný základní příklad nesmí být hodnocen nulovým bodovým ziskem**. Dále následuje:
1 doplňkový (obtížnější) příklad ze shodných témat jako základní část: např. z příkladů kapitoly T.4.3. (příklady s OZ včetně výpočtu a vykteslení $H(j\omega)$) nebo některý řešený příklad z přednášek ("složitější" jednostupňový zesilovač, generátor, ...) s maximálním bodovým ohodnocením 24 bodů.
Zkoušející si může vyžádat ústní přezkoušení, kde může korigovat výsledek bodového hodnocení zkoušky.

NOT FINISHED

1. Teoretické otázky

1.1. Otázka

Napište jaké jsou možnosti určení časové odezvy lineárního systému na obecný vstupní signál a uveďte postup výpočtu. Jaké znáte "standardizované" odezvy a k čemu je lze použít (viz kapitolu 7.).

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{\mathbb{R}} h(\tau) \cdot x(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_{\mathbb{R}} h(t-\tau) \cdot x(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s) \quad \Longrightarrow \quad y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s) \cdot X(s)\} \quad \text{Zdroj}$$

$h(t)$... Impulsní charakteristika ... Reakce na dirakův impuls
... k určení časové odezvy na obecný vstupní signál

$w(t)$... Přechodová charakteristika ... Reakce na jednotkový skok
... k analýze přechodového jevu

1.2. Otázka

Definujte přenosovou funkci lineárního systému a napište jaké vlastnosti musí takový systém splňovat. Uveďte co lze pomocí přenosové funkce charakterizovat a k čemu to lze využít. Co navíc musí splňovat přenosová funkce stabilního systému a proč? (viz kapitola 7.).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{x(t)\}}$$

Stabilita:

$$\Re\{s_n\} < 0 \quad \forall n$$

Zdroj1 Zdroj2

Systém musí být:

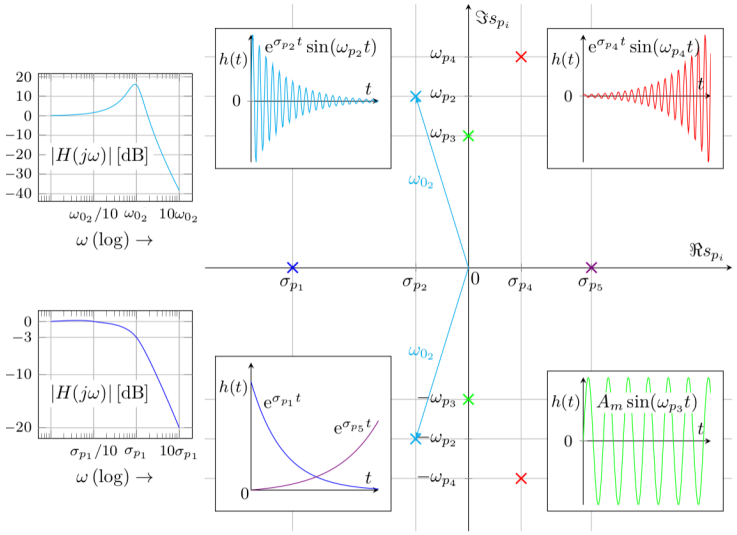
- Časově invariantní - vzhledem k posunu $\delta_d(t-\tau)$ je posunuta i impulzní odezva $h(t-\tau)$
- Lineární - vstupní signál $u(\tau)\delta_d(t-\tau)$ generuje výstupní signál $u(\tau)h(t-\tau)$ a odezvy na jednotlivé vstupní pulzy se sčitají (princip superpozice).

Díky přenosové funkci lze zjistit: zdali je soustava stabilní, kmitočové charakteristiky, atd...
A pokud je soustava stabilní,tak $\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = h(t)$ lze zjistit také impulsní charakteristika.

1.3. Otázka

Napište přenosovou funkci kmitočtového filtru 2. řádu typu dolní/horní/pásmová/propust, případně pásmová zádrž. Definujte jednotlivé parametry a vysvětlete, co určují – ilustrujte graficky v kmitočtové i časové oblasti (viz kapitola 8.).

Dolní propust	Horní propust	Pásmová propust	Pásmová zádrž
$H(s) = \frac{H_0\omega_0^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$ Zdroj	$H(s) = \frac{H_\infty s^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$	$H(s) = \frac{H_B\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$	$H(s) = \frac{H_0(s^2+\omega_0^2)}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$



Vzdálenost pólu od počátku udává zlomový kmitočet kmitočtové charakteristiky $|s_p| = \omega_0$ a charakter pólu (reálný/komplexní) je pro stabilní systémy ($\sigma_p = \Re\{s_p\} < 0$) dán velikostí činitele jakosti Q, který určuje i převýšení amplitudové charakteristiky pro $\omega = \omega_0$ (viz obrázek 8.12). Z činitele Q lze usuzovat i na charakter časové odezvy (viz obrázek 8.11), kde tlumení je dáno tzv. absolutním činitelem tlumení $\sigma_p = \Re\{s_p\}$, tj. reálné části pólu a úhlový kmitočet kmitavé odezvy je dán tzv. vlastním (přirozeným) kmitočtem $\omega_p = \Im\{s_p\}$, tj. imaginární částí pólu.

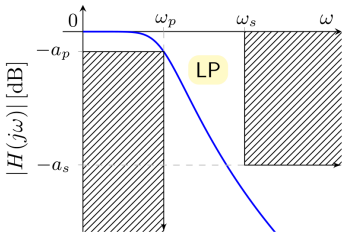
Uvedené vlastnosti shrnuje souhrnná grafická ilustrace vlevo.

Obrázek 8.15: Vliv polohy pólů přenosové funkce na vlastnosti LTI systému 2. řádu.

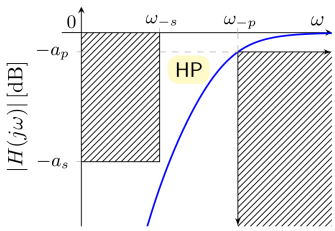
1.4. Otázka

Nakreslete toleranční schéma filtru typu DP/HP/PP/PZ, popište význam charakteristických hodnot. Do schématu pak zakreslete typické modulové charakteristiky pro Besselovu/Butterworthovu/Čebyševovu/inverzní Čebyševovu/Cauerovu aproximaci stejného řádu. Porovnejte jejich vlastnosti i v časové oblasti (viz kapitolu 9.).

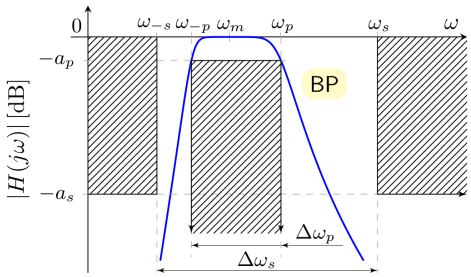
DP (Dolní propust)



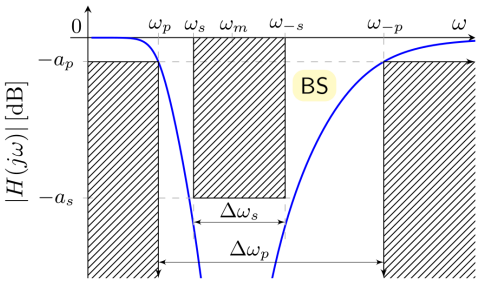
HP (Horní propust)



PP (Pásmová propust)



PZ (Pásmová zádrž)



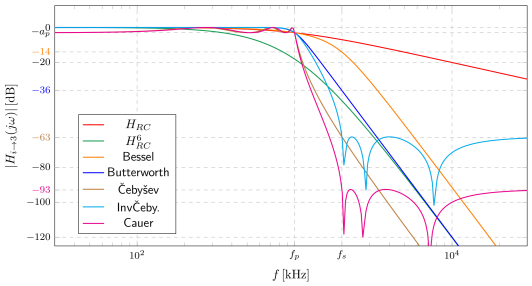
a_p je maximální útlum v propustném pásmu filtru vyjádřený v [dB]

a_s je minimální útlum v nepropustném pásmu filtru vyjádřený v [dB]

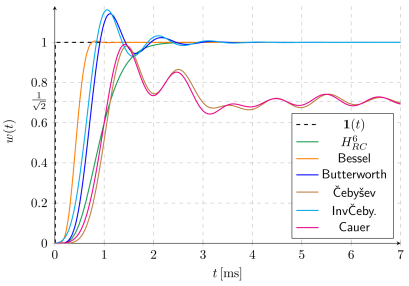
ω_p značí konec propustného pásma a začátek přechodového pásma

ω_s značí konec přechodového pásma a začátek nepropustného pásma

Typická modulová charakteristika různých typů aproximací.



Typická charakteristika v čase pro různé typy aproximací.

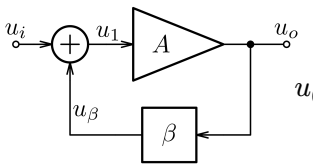


aproximace	**výhody**	**nevýhody**
Bessel	Hladké klesání bez vlnění.	Velmi pomalé klesání.
Butterworth	Velmi plochý přenos bez vln[illegible].	Pomalé klesání s nutností většího řádu.
Čebyšev	Rychlejší klesání a limitov[illegible] vlnění.	Velké časové zpoždění s vlnami.
InvČeby.	Plochá společně se strm[illegible] odezvou.	Netlumí do nekonečna a vlní v pásmu.
Cauer	Nejrychleší klesání.	[illegible]odobné jako InvČeby a drahá realizace.

Zdr[illegible] Zdroj2

1.5. Otázka

Nakreslete principiální zapojení zpětnovazební (ZV) struktury a odvoďte vztah pro výstupní signál. Uveďte základní dělení ZV obvodových struktur a vliv záporné ZV na vstupní a výstupní odpor zesilovače (viz kapitolu 10.).



$$u_1 = u_i + u_\beta \quad , \quad u_\beta = u_o\beta$$

$$u_0 = u_1 A = (u_i + \beta u_o)A = \frac{u_i A}{1 - \beta A}$$

$$\Rightarrow \boxed{A' = \frac{u_o}{u_i} = \frac{A}{1 - \beta A} = \frac{A}{F}}$$

Zdroj1 Zdroj2 Zdroj3

Vliv Z.Z.V. na R_{in} a R_{out}:	
sériová vazba	$Z_{\text{in}} = Z_i F$
pararelní vazba	$Y_{\text{in}} = Y_i F$
napěťová vazba	$Y_{\text{out}} = Y_o F$
proudová vazba	$Z_{\text{out}} = Z_o F$

ZV rozdělujeme podle velikosti vratného rizdílu F takto:

$F > 1 \quad \Rightarrow \quad |A'| < |A|$ ... Z.Z.V.

$F = 1 \quad \Rightarrow \quad |A'| = |A|$ ... Obvod bez vazby.

$1 > F > 0 \quad \Rightarrow \quad |A'| > |A|$ ... Stabilní kladná ZV.

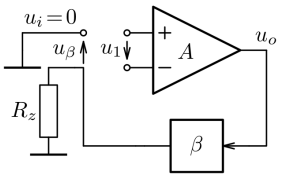
$F = 0 \quad \Rightarrow \quad |A'| \to \infty$ ... Obvod je nestabilní a kmitá (oscilátory).

$F < 0 \quad \Rightarrow \quad |A'|$ obrátilo fázi, výstup narůstá tak, že se obvod bude chovat nelineárně.

1.6. Otázka

Jak se zjišťuje stabilita ZV soustav a co musí platit pro stabilní systém? Vysvětlete pojem "fázová jistota" a "doplňkový zisk". Co je to kmitočtová kompenzace zesilovače a proč se používá? (viz kapitolu 10.).

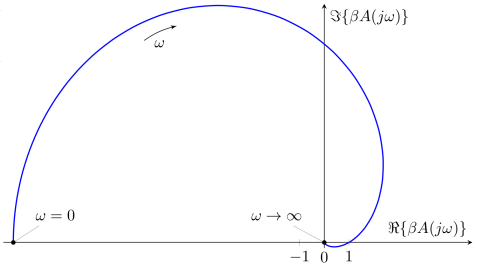
Nejčastěji se nestabilita ZV soustav vyšetřuje na základě přenosu otevřené ZV smyčky pomocí Nyquistova kritéria.



Zdroj

$$\beta A = \frac{U_o(s)}{U_1(s)} \cdot \frac{U_\beta(s)}{U_o(s)} = \frac{U_\beta(s)}{U_1(s)}$$

Kmitočtová charakteristika přenosu rozpojené ZV smyčky βA v komplexní rovině nesmí pro stabilní ZV systém obepínat bod 1 na reálné ose.



Fázová jistota $\equiv \varphi_a$, pro stabilní systémy se doporučuje $\varphi_a > 30°$
Doplňkový zisk $\equiv M_a$, pro stabilní systém se doporučuje $M_a > 20$ dB

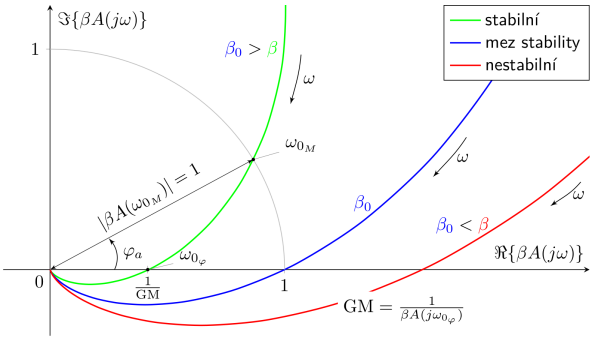
Neboli z grafu:

$$\varphi_a = \arg\left(\omega_{0_M}\right) \quad ; \quad M_a = 1 - \left|\omega_{0_\varphi}\right|$$

Ještě jednoduššeji:

Zelená a šedá se střetnou $\equiv \omega_{0_M}$
φ_a je potom úhel bodu ω_{0_M} od osy x.

Zelená a osa x se střetnou $\equiv \omega_{0_\varphi}$
M_a je potom vzdálenost bodu ω_{0_φ} od bodu [1,0].



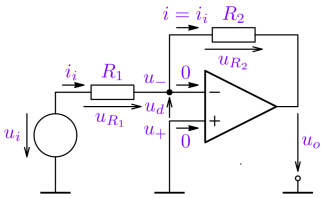
Kmitočtová kompenzace:
Při zesilování střídavého napětí se směrem k vyšším kmitočtům snižuje zesílení a mění fáze signálu. To bývá příčinou nestability.
Pokud se fáze změní až o 180°, změní se původně Z.Z.V. na kladnou a OZ se rozkmitá.
Proto se zavádí kmitočtová kompenzace.
OZ mají kmitočtovou kompenzaci vnitřní, nebo díky vnějším pasivním součástkám podle výrobce.

1.7. Otázka

Nakreslete invertující/neinvertující zesilovač s OZ a odvoďte vztah pro napěťové zesílení v případě ideálního OZ. Jaký je vstupní odpor zapojení? (viz kapitolu 11. i pro následující otázky).

Invertující:

$\mathbf{Z.Z.V.} \implies \boldsymbol{u_d = 0}$



$$i_i = -i_o$$

$$\frac{u_i}{R_1} = -\frac{u_o}{R_2}$$

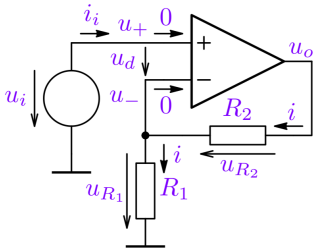
$$\boxed{\frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

$$R_{\text{in}} = \frac{u_i}{i_i} = R_1$$

Zdroj

Neinvertující:

$\mathbf{Z.Z.V.} \implies \boldsymbol{u_d = 0}$



$$i = i$$

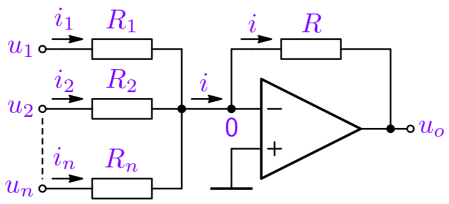
$$\frac{u_i}{R_1} = \frac{u_o - u_i}{R_2}$$

$$\boxed{\frac{u_o}{u_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

$$R_{\text{in}} = \frac{u_i}{i_i} = \infty$$

1.8. Otázka

Nakreslete zapojení invertujícího sumátoru s OZ a odvoďte vztah pro výstupní napětí v případě ideálního OZ.



Zdroj

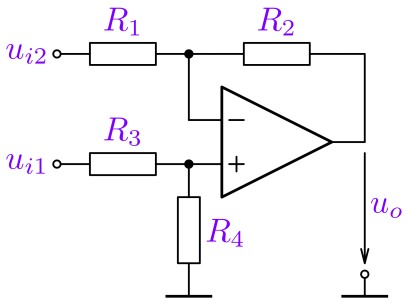
$$\mathbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}$$

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n = \frac{u_1}{R_1} + \frac{i_2}{R_2} + \ldots + \frac{u_n}{R_n}$$

$$u_o = -u_R = -iR \Longrightarrow \boxed{u_o = -R \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i}{R_i}}$$

1.9. Otázka

Nakreslete rozdílový zesilovač s OZ a odvoďte vztah pro výstupní napětí v případě ideálního OZ. Definujte rozdílovou a souhlasnou složku vstupního signálu a odvoďte podmínku, pro kterou je souhlasná složka zesílení nulová. Co udává parametr CMRR?



Zdroj

Vztah pro výstupní napětí odvodíme díky superpozici:

$$u_{o1} = u_{i1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad ; \quad u_{o2} = u_{i2} \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right)$$

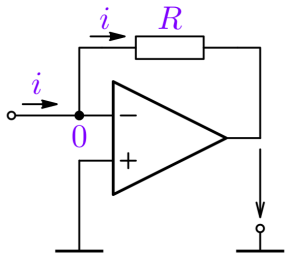
$$u_o = u_{o1} + u_{o2} \Longrightarrow \boxed{u_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot (u_{i1} - u_{i2}) \quad \text{pro} \quad \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\text{CMRR} = \frac{|A_d|}{|A_s|}$$

"Parametr CMRR udává poměr mezi rozdílovým zesílením a souhlasným zesílením. Souhlasné signály na vstupech rozdílového zesilovače jsou typicky rušení, tudíž čím vyšší je CMRR, tím méně je zastoupeno rušení ve výstupním signálu." -Dejf

1.10. Otázka

Nakreslete zapojení převodníku proud-napětí s OZ a odvoďte převodní vztah pro případ ideálního OZ. Jaké jsou hlavní výhody a nevýhody uvedené implementace.



$$\mathbf{Z.Z.V.} \implies \boldsymbol{u_d = 0}$$

$$u_+ = u_-$$

$$i_i = i$$

$$\boxed{u_o = -iR}$$

"Měří se proud protékající do (virtuální) země."

$i_{\text{in}} < 10$ mA

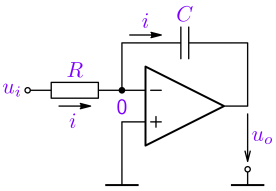
Zdroj

1.11. Otázka

Nakreslete zapojení ideálního a ztrátového invertujícího integrátoru s OZ. Odvoďte jejich přenos a nakreslete modulové charakteristiky s popisem významných hodnot uvedených v odvození.

Ideální:

Z.Z.V. $\Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}$

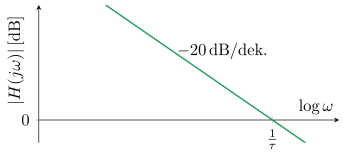


$$i = \frac{u_i}{R} = -\frac{u_o}{Z_C}$$

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{Z_C}{R} = \frac{-1}{sCR}$$

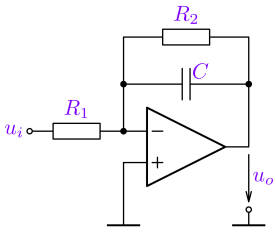
$$H(s) = \frac{-1}{\frac{s}{\omega_0}} = \frac{-1}{s\tau}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$



Neideální:

Z.Z.V. $\Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}$

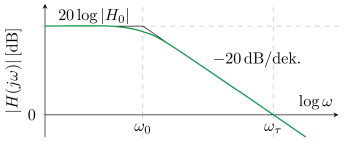


$$i = \frac{u_i}{R_1} = \frac{-u_o}{\frac{Z_C R_2}{Z_C + R_2}}$$

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{\frac{Z_C R_2}{Z_C + R_2}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2}$$

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_0}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + s\tau}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_2 C} = \frac{1}{\tau}$$

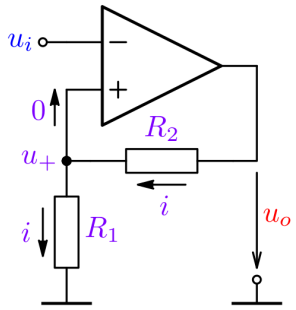


Zdroj

1.12. Otázka

Nakreslete zapojení neinvertujícího/invertujícího komparátoru s hysterezí, uveďte jeho převodní charakteristiku a odvoďte vztahy pro překlápěcí úrovně.

Invertující:

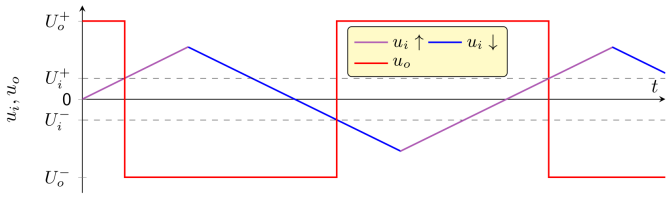


Zdroj1

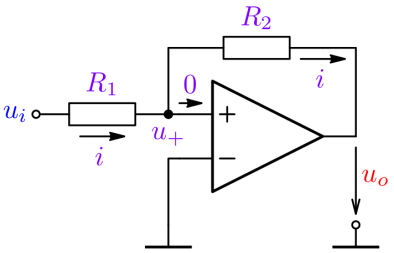
Pouze pro překlápění platí: $u_+ = u_i$

$$i = i \implies u_i = u_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_i^+ = U_o^+ \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad ; \quad U_i^- = U_o^- \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Neinvertující:

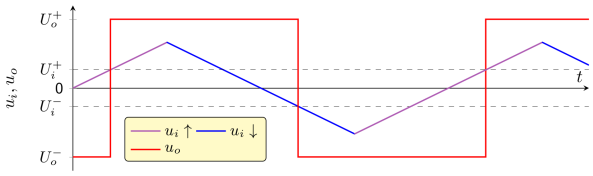


Zdroj2

Pouze pro překlápění platí: $u_+ = 0$

$$i = i \implies u_i = -u_o \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$U_i^+ = -U_o^- \frac{R_1}{R_2} \quad ; \quad U_i^- = -U_o^+ \frac{R_1}{R_2}$$



1.13. Otázka

Nakreslete principiální zapojení obvodu S&H (Sample and Hold) s OZ, popište jejich funkci, vlastnosti (výhody a nevýhody daných zapojení) a využití.

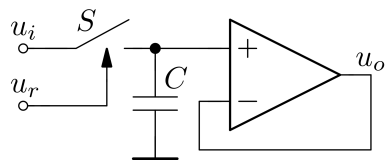
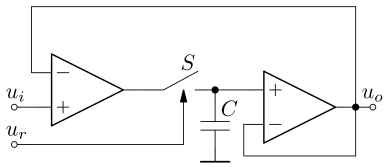
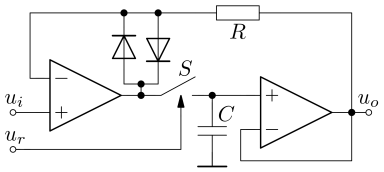
		

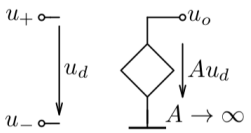
Schéma pro zabránění vybíjení kondenzátoru. Ale je závislý na vstupní impedanci.	Schéma pro zabránění vstupní impedance. Ale první OZ přejde do saturace při rozpojení spínače.	Schéma pro zabránění ztráty Z.Z.V. při rozpojení větve spínačem.
S&H (Sample and Hold) obvody se používají jako vzorkovací obvod, tedy pro udržení napětí po určitou dobu, nejčastěji tedy před převodníky ADC, protože jejich doba převodu je někdy dlouhá. Zdroj		

1.14. Otázka

Nakreslete model ideálního a reálného operačního zesilovače zahrnujícího napěťovou nesymetrii a vstupní proudy a odvoďte vliv těchto parametrů na výstupní napětí invertujícího/neinvertujícího zapojení zesilovače (viz kapitolu 12.).

U_{os}... nenulová vstupní napěťová nesymetrie

$I_b^{\pm}$... nenulové vstupní proudy



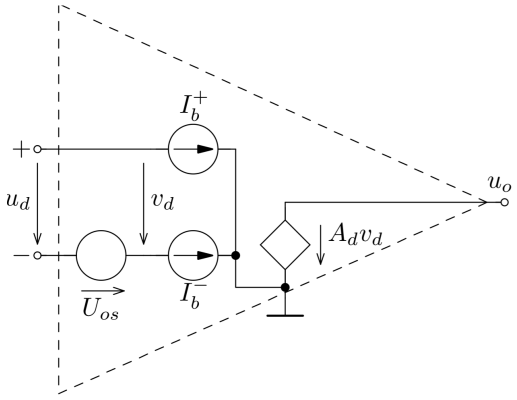
Vliv napěťové nesymterie:

Pro invertující zapojení:

$$I_{R_1} = I_{R_2}$$

$$\frac{U_i - U_{os}}{R_1} = \frac{U_{os} - U_o}{R_2}$$

$$U_o = -U_i \frac{R_2}{R_1} + U_{os}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

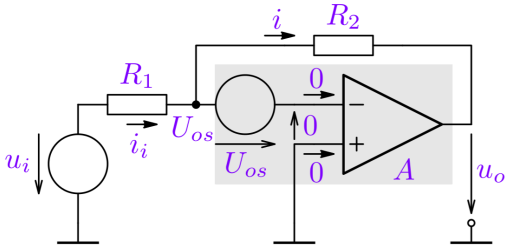


Pro neinvertující zapojení:

$$I_{R_1} = I_{R_2}$$

$$\frac{U_i + U_{os}}{R_1} = \frac{U_o - (U_i + U_{os})}{R_2}$$

$$U_o = U_i\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + U_{os}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$



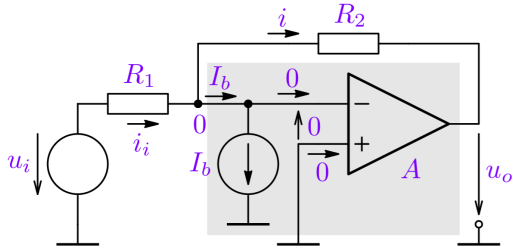
Vliv vstupních proudů:

Pro invertující zapojení:

$$I_{R_1} = I_{R_2} + I_B$$

$$\frac{U_1}{R_1} = -\frac{U_0}{R_2} + I_B$$

$$U_0 = -U_1 \frac{R_2}{R_1} + I_B R_2$$

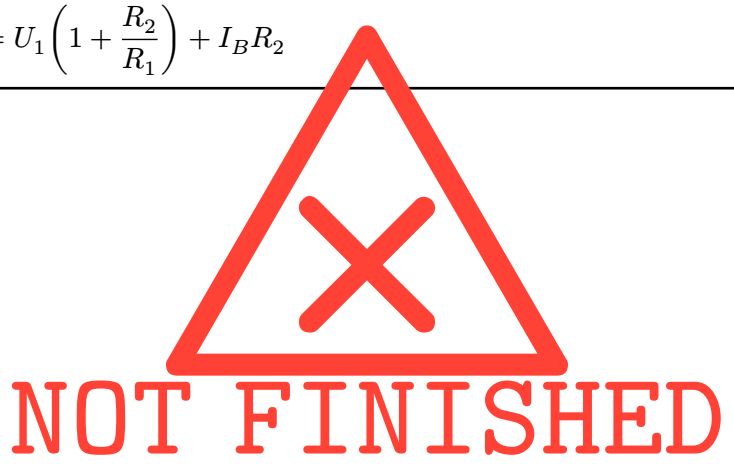


Pro neinvertující zapojení:

$$I_B + I_{R_1} = I_{R_2}$$

$$I_B + \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_0 - U_1}{R_2}$$

$$U_0 = U_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + I_B R_2$$



1.15. Otázka

Nakreslete typické modulové charakteristiky invertujícího zesilovače s OZ pro zesílení $A_u = 1$, 10 a 100, pokud je tranzitní kmitočet OZ $f_t = 1$ MHz. Napište vztah pro základní kmitočtovou závislost vlastního zesílení OZ a vztah pro šířku pásma neinvertujícího i invertujícího zesilovače (viz kapitolu 12.).

Kmitočtová závislost vlastního zesílení OZ:

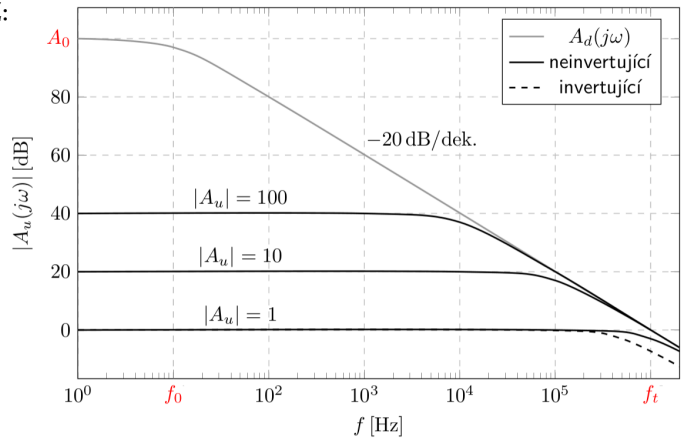
$$A_d(\mathrm{j}\omega) = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Šířka pásma neinvertujícího zesilovače:

$$\omega_c = \frac{\omega_t}{A_{\mathrm{uid}}}$$

Šířka pásma invertujícího zesilovače:

$$\omega_c = \frac{\omega_t}{|A_{\mathrm{uid}}| + 1}$$



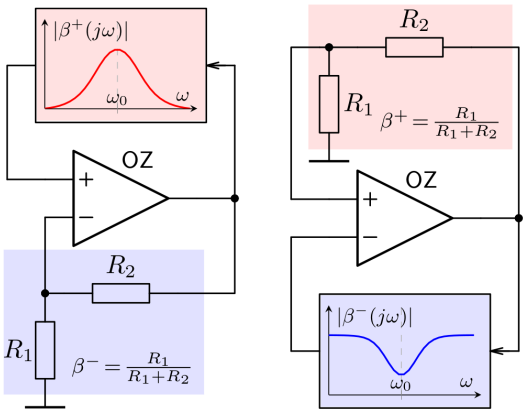
1.16. Otázka

Nakreslete principiální zapojení můstkového oscilátoru. Jaké typy článků (modulových charakteristik) jsou zapojeny v záporné nebo kladné ZV? Co musí být dodrženo, aby výstupní kmity byly harmonické? (viz kapitolu 18. i pro následující otázky).

Můstkové oscilátory mají vždy jednu zpětnou vazbu kmitočtově závislou a druhou nezávisle oslabující.

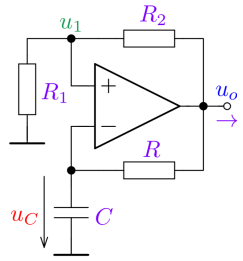
V zapojení kdy je kmitočtově závislý člen zapojen v kladné zpětné vazbě s modulovou charakteristikou $|\beta^+(j\omega_0)|$ odpovídá pásmové propusti. Tak pro nestabilitu musí v maximu modulu platit $|\beta^+(j\omega_0)| > \beta^- = \frac{R_1}{R_1+R_2}$.

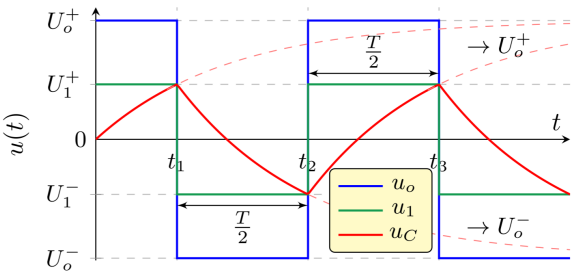
V zapojení kdy je kmitočtově závislý člen zapojen v záporné zpětné vazbě s modulovou charakteristikou $|\beta^-(j\omega_0)|$ odpovídá pásmové zádrži. Tak pro nestabilitu musí v minimu modulu platit $|\beta^-(j\omega_0)| < \beta^+ = \frac{R_1}{R_1+R_2}$.



1.17. Otázka

Nakreslete zapojení astabilního klopného obvodu s s komparátorem (OZ). Popište princip jeho činnosti a nakreslete časové průběhy důležitých veličin.

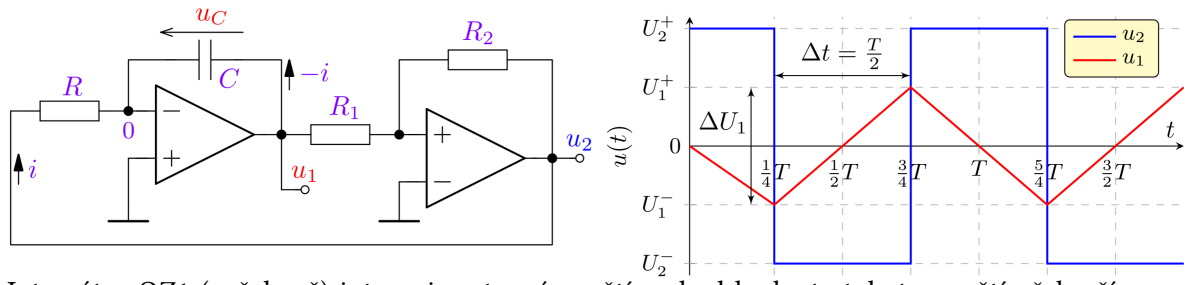




Kapacitor C, se vždy bude nabíjet/vybíjet přes sériovou kombinaci C a R, podle současného výstupu komparátoru.
Zdroj

1.18. Otázka

Nakreslete zapojení generátoru funkcí – trojúhelníkového a obdélníkového průběhu. Popište princip jeho činnosti a nakreslete časové průběhy důležitých veličin.



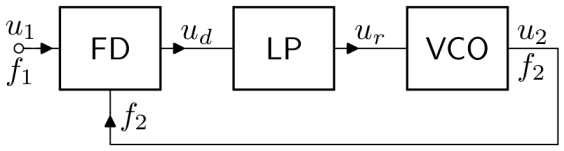
Integrátor OZ1 (nečekaně) integruje vstupní napětí, pokud hodnota tohoto napětí překročí meze komparátoru OZ2. Tak komparátor sepne opačné napětí, díky tomu se začne na integrátoru OZ1 integrovat napětí o opačném znaménku, zase do překročení meze komparátoru OZ2. ↺ Zdroj

1.19. Otázka

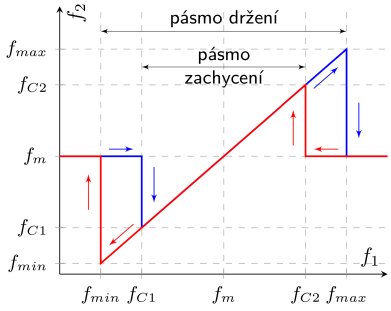
Nakreslete blokové schéma fázového závěsu, popište princip jeho činnosti a vysvětlete pojmy "pásmo zachycení" a "pásmo držení". Dále nakreslete blokové schéma kmitočtové syntézy s fázovým závěsem a odvoďte vztah pro kmitočet výstupního signálu.

Fázový závěs (FZ):

FD ... Fázový detektor
LP ... Dolní propust
VCO ... Napěťově řízený oscilátor



Fázový závěs (FZ) používá napěťově řízený oscilátor pro řízení kmitočtu na výstupu, tak aby byl stejný (nebo ve zvoleném násobku) jako kmitočet na vstupu.
Činost ale platí pouze pokud FZ "zachytil" a "drží" kmitočet.
Neboli že: f_1 nejdříve byl v intervalu $\langle f_{C_1}; f_{C_2} \rangle$ a následně f_1 zůstává v intervalu $\langle f_{min}; f_{max} \rangle$. Přičemž pokud z druhého intervalu vyjede, tak na výstupu FZ bude základní kmitočet f_m.

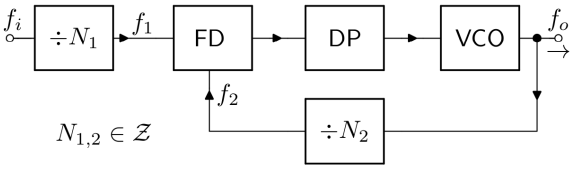


pásmo zachycení ... $\langle f_{C_1}; f_{C_2} \rangle$
pásmo držení ... $\langle f_{min}; f_{max} \rangle$

Zdroj

Kmitočtová syntéza:

FD ... Fázový detektor
LP ... Dolní propust
VCO ... Napěťově řízený oscilátor
} FZ
FZ ... Fázový závěs
$\div N$... Dělička



$$f_1 = f_2 = \frac{f_i}{N_1} \quad , f_2 = \frac{f_0}{N_2} \Longrightarrow \quad \underline{f_0 = f_i \cdot \frac{N_2}{N_1}}$$

1.20. Otázka

Nakreslete základní zapojení s bipolárním/unipolárním tranzistorem jako spínačem pro uzemněnou/neuzemněnou odporovou (LED)/indukční zátěž. Vypočítejte hodnoty prvků dle zadaných hodnot, např. napájecí napětí U_N , proud zátěží I_z , parametry tranzistoru, případný napěťový úbytek na LED (viz kapitolu 14.).

TODO

1.21. Otázka

Nakreslete zapojení jednostupňového zesilovače s BJT NPN/PNP v zapojení SE/SB/SC a podle náhradního linearizovaného schématu odvoďte vztah pro jeho vstupní odpor a napěťové zesílení (viz kapitolu 15.).

TODO

1.22. Otázka

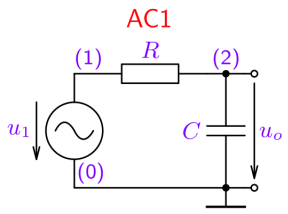
Nakreslete zapojení jednostupňového zesilovače s MOSFET s indukovaným kanálem typu N/P v zapojení SS/SG/SD a podle náhradního linearizovaného schématu odvoďte vztah pro jeho vstupní odpor a napěťové zesílení (viz kapitolu 15.).

TODO

2. Příklady LTI [T.4.1 & T.4.2]

Zadání:
Je zadán lineární obvod dle uvedeného obrázku. Určete obecně přenos obvodu $H(s) = U_o(s)/U_1(s)$ a kmitočtovou charakteristiku $H(\mathrm{j}\omega)$, kterou vykreslete pomocí Bodeho aproximace (modulovou i fázovou) pro zadané hodnoty obvodových prvků.
Z přenosu určete časový průběh výstupního napětí pokud bude zadáno vstupní napětí a výpočet ověřte odečtem z nakreslených charakteristik.
Dále vypočítejte a vykreslete impulzní charakteristiku $h(t)$ a přechodovou charakteristiku $w(t)$, přičemž jejichž význačné body $h(0)$, $h(\infty)$, $w(0)$ a $w(\infty)$ ověřte z přenosu pomocí vět o koncové a počáteční hodnotě.
Výsledky lze ověřovat v editoru GEEC kliknutím na ~~obrázek~~ odkaz.

2.1. AC1



AC1 v GEECu

$$H(s) = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sCR} = \underline{\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{RC}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} = \underline{\omega_1 \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

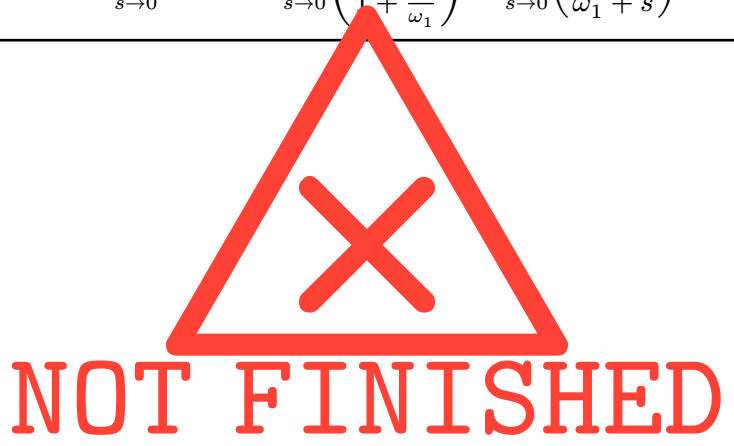
$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{s(\omega_1 + s)}\right\} = \underline{(1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\left(\frac{s}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right) = \lim_{s\to\infty}\left(\frac{\omega_1 s}{\omega_1 + s}\right) = \lim_{s\to\infty}\left(\frac{\omega_1}{1}\right) = \underline{\omega_1}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{\omega_1 s}{\omega_1 + s}\right) = \underline{0}$$

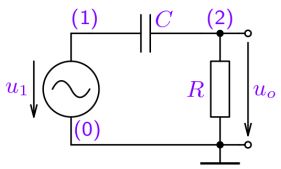
$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\left(\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right) = \lim_{s\to\infty}\left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right) = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right) = \underline{1}$$



2.2. AC2

AC2



AC2 v GEECu

$$H(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1 + sRC} = \underline{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{RC}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{\omega_1 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1 - \frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} = \underline{\delta_\mathrm{d}(t) - \omega_1 \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{\omega_1}{s(\omega_1 + s)}\right\} = \mathbb{1}(t) - (1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t})\mathbb{1}(t) = \underline{\mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

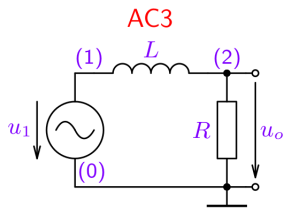
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{s^2}{\omega_1 + s} = \lim_{s\to\infty}\frac{2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{s^2}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{s}{\omega_1 + s} = \lim_{s\to\infty}\frac{1}{1} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{s}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

2.3. AC3



AC3 v GEECu

$$H(s) = \frac{R}{R+sL} = \frac{1}{1+s\frac{L}{R}} = \underline{\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R}{L}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_1}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_1+s}\right\} = \underline{\omega_1 \mathrm{e}^{-\omega_1 t}\cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{s(\omega_1+s)}\right\} = \underline{(1-\mathrm{e}^{-\omega_1 t})\cdot \mathbb{1}(t)}$$

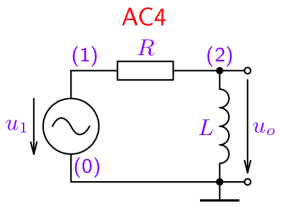
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 s}{\omega_1+s} = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1}{1} = \underline{\omega_1}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_1 s}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{1}$$

2.4. AC4



AC4 v GEECu

$$H(s) = \frac{sL}{R+sL} = \frac{sL}{R+sL} \cdot \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R}} = \frac{s\frac{L}{R}}{1+s\frac{L}{R}} = \underline{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1+\frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R}{L}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{\omega_1+s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1-\frac{\omega_1}{\omega_1+s}\right\} = \underline{\delta_{\mathrm{d}}(t) - \omega_1 \mathrm{e}^{-\omega_1 t}\cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\omega_1+s}\right\} = \underline{\mathrm{e}^{-\omega_1 t}\cdot \mathbb{1}(t)}$$

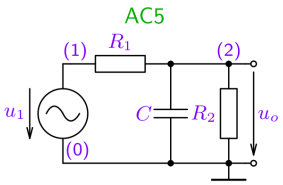
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{s^2}{\omega_1+s} = \lim_{s\to\infty}\frac{2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{s^2}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{s}{\omega_1+s} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{s}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

2.5. AC5



AC5 v GEECu

$$H(s) = \frac{\frac{\frac{R_2}{sC}}{R_2+\frac{1}{sC}}}{R_1+\frac{\frac{R_2}{sC}}{R_2+\frac{1}{sC}}} = \frac{\frac{R_2}{1+sCR_2}}{R_1+\frac{R_2}{1+sCR_2}} =$$

$$= \frac{R_2}{R_2+R_1+sCR_1R_2} = \frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{1}{1+s\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{\omega_1}{\omega_1+s}\right\} =$$

$$= \frac{R_2}{R_2+R_1}\omega_1 \mathrm{e}^{-\omega_1 t}\cdot\mathbb{1}(t) = \underline{\frac{1}{R_1C}\mathrm{e}^{-\omega_1 t}\cdot\mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{\omega_1}{s(\omega_1+s)}\right\} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot(1-\mathrm{e}^{-\omega_1 t})\cdot\mathbb{1}(t)}$$

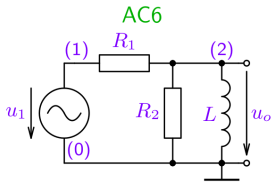
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{s\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}\omega_1 = \frac{1}{R_1C}}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{s\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{\omega_1}{\omega_1+s} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}}$$

2.6. AC6



AC6 v GEECu

$$H(s) = \frac{\frac{sLR_2}{sL+R_2}}{R_1 + \frac{sLR_2}{sL+R_2}} = \frac{sLR_2}{sLR_1 + R_1R_2 + sLR_2} =$$

$$= \frac{sLR_2}{sL(R_1+R_2) + R_1R_2} = \frac{s\frac{L}{R_1}}{1 + sL\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}} = \underline{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1+\frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 > \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1+\frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{s}{\omega_2+s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\left(1-\frac{\omega_2}{\omega_2+s}\right)\right\} =$$

$$= \frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot(\delta_\mathrm{d}(t) - \omega_2 \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\cdot\mathbb{1}(t)) = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot(\delta_\mathrm{d}(t) - \omega_2\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\cdot\mathbb{1}(t))}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\frac{1}{\omega_2+s}\right\} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}\cdot\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\cdot\mathbb{1}(t)}$$

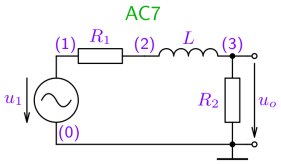
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{s^2}{\omega_2+s} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s\cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{s^2}{\omega_2+s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{s}{\omega_2+s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{\frac{R_2}{R_2+R_1}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{s}{\omega_2+s} = \underline{0}$$

2.7. AC7



AC7 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + sL} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{L}{R_1 + R_2}} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1 + R_2}{L}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \omega_1 \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{\frac{R_2}{L} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1}{s(\omega_1 + s)}\right\} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

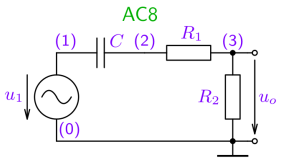
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1 s}{\omega_1 + s} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \omega_1 = \frac{R_2}{L}}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1 s}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

2.8. AC8



AC8 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{sC}} = \frac{sCR_2}{sC(R_2 + R_1) + 1} = \underline{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{CR_2}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{1}{C(R_2 + R_1)}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 > \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} =$$

$$= \frac{\omega_2}{\omega_1}(\delta_{\mathrm{d}}(t) - \omega_2 \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)) = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2}(\delta_{\mathrm{d}}(t) - \omega_2 \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t))}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\omega_2 + s}\right\} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

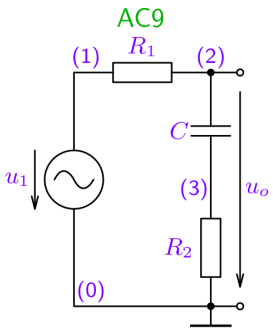
$$h(0) = \lim_{s \to \infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s^2}{\omega_2 + s} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty}(H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0}(H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

2.9. AC9



AC9 v GEECu

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC} + R_2}{\frac{1}{sC} + R_2 + R_1} = \frac{1 + sCR_2}{1 + sC(R_2 + R_1)} = \underline{\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{CR_2}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{1}{C(R_2 + R_1)}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 > \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} =$$

$$= \frac{\omega_2}{\omega_1}(\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2)\mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)) = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}(\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2)\mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t))}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(s + \omega_2)}\right)\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1(s + \omega_2)}\right\} = \mathbb{1}(t) - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \left(1 - \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \left(1 - \left(1 - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right)\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \underline{\left(1 - \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

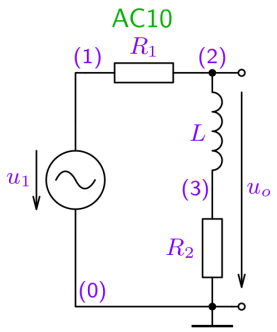
$$h(0) = \lim_{s \to \infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty}(H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0}(H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{1}$$

2.10. AC10



AC10 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2 + sL}{R_1 + R_2 + sL} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + s\frac{L}{R_2}}{1 + s\frac{L}{R_1 + R_2}} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_2}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_2 + R_1}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 < \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right\} = \underline{\delta_{\mathrm{d}}(t) + (\omega_1 - \omega_2)\mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right\} =$$

$$= \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \mathbb{1}(t) - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

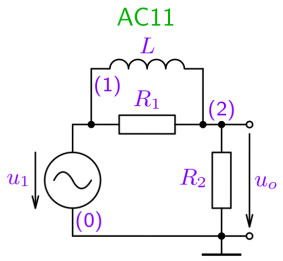
$$h(0) = \lim_{s \to \infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty}(H(s)) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0}(H(s)) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

2.11. AC11



AC11 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2}{R_2 + \frac{sLR_1}{sL+R_1}} = \frac{sLR_2 + R_1R_2}{sL(R_1+R_2) + R_1R_2} =$$

$$= \frac{1 + s\frac{L}{R_1}}{1 + sL\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}} = \underline{\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_2R_1}{(R_2+R_1)L}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 > \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} = \underline{\frac{\omega_2}{\omega_1}(\delta_{\mathrm{d}}(t) + (\omega_1 - \omega_2)\mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t))}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(s + \omega_2)}\right)\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1(s + \omega_2)}\right\} = \mathbb{1}(t) - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \left(1 - \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \left(1 - \left(1 - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right)\mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \underline{\left(1 - \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

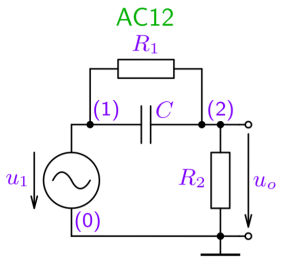
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s\to\infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{1}$$

2.12. AC12



AC12 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2}{R_2 + \frac{\frac{1}{sC}R_1}{\frac{1}{sC}+R_1}} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{1+sCR_1}} = \frac{R_2 + sCR_1R_2}{R_2 + R_1 + sCR_1R_2} =$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + sCR_1}{1 + sC\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{CR_1}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2C}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 < \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right\} = \underline{\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2)\mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right\} =$$

$$= \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \mathbb{1}(t) - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

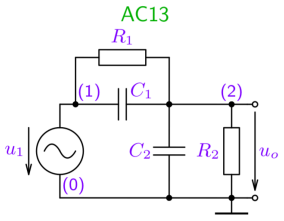
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

2.13. AC13



AC13 v GEECu

$$H(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} = 1 \div \left(1 + \frac{\frac{\frac{1}{sC_1}R_1}{\frac{1}{sC_1}+R_1}}{\frac{\frac{1}{sC_2}R_2}{\frac{1}{sC_2}+R_2}}\right) =$$

$$= 1 \div \left(1 + \frac{\frac{R_1}{1+sR_1C_1}}{\frac{R_2}{1+sR_2C_2}}\right) = 1 \div \left(1 + \frac{R_1(1+sR_2C_2)}{R_2(1+sR_1C_1)}\right) =$$

$$= 1 \div \left(1 + \frac{R_1 + sR_1R_2C_2}{R_2 + sR_1R_2C_1}\right) = \frac{R_2 + sR_1R_2C_1}{R_1 + R_2 + cR_1R_2(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + sR_1C_1}{1 + s\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}(C_1 + C_2)} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}} \; ; \; \underline{\omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2(C_1 + C_2)}} \; ; \; \underline{\begin{vmatrix} C_1R_1 = C_2R_2 & \Rightarrow & \omega_1 = \omega_2 \\ C_1R_1 > C_2R_2 & \Rightarrow & \omega_1 < \omega_2 \\ C_1R_1 < C_2R_2 & \Rightarrow & \omega_1 > \omega_2 \end{vmatrix}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \left(1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} =$$

$$= \underline{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{s(\omega_2 + s)}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right)\right\} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) =$$

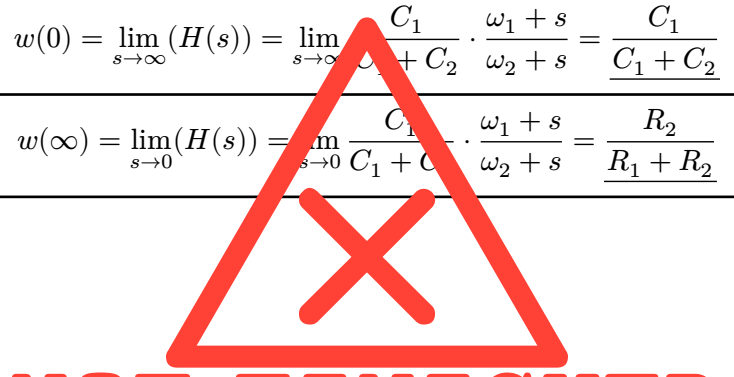
$$= \underline{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{\infty}$$

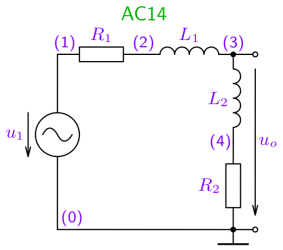
$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{\frac{C_1}{C_1 + C_2}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$



2.14. AC14



AC14 v GEECu

$$H(s) = \frac{sL_2 + R_2}{sL_1 + R_1 + sL_2 + R_2} = \frac{R_2 + sL_2}{R_1 + R_2 + s(L_1 + L_2)} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + s\frac{L_2}{R_2}}{1 + s\frac{L_1 + L_2}{R_1 + R_2}} = \underline{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_2}{L_2}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \left(1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} = \underline{\frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \left(\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right)\right\} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \left(1 - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) =$$

$$= \underline{\left(\frac{R_2}{R_2 + R_1} - \left(\frac{R_2}{R_2 + R_1} - \frac{L_2}{L_2 + L_1}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

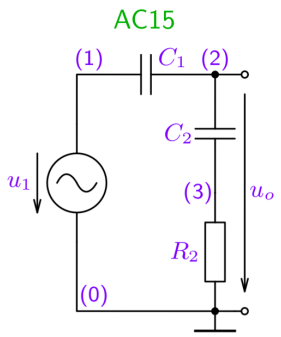
$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s\to 0} \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty} \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{\frac{L_2}{L_2 + L_2}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0} \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

2.15. AC15



AC15 v GEECu

$$H(s) = \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_1}} = \frac{C_1 + sR_2C_2C_1}{C_1 + C_2 + sR_2C_1C_2} =$$

$$= \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1 + sR_2C_2}{1 + sR_2\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}} = \underline{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{R_2C_2}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{C_1 + C_2}{R_2C_1C_2}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 < \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right\} = \underline{(\delta_\mathrm{d}(t) + (\omega_1 - \omega_2) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{s(\omega_2 + s)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right\} =$$

$$= \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{\left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$h(0) = \lim_{s\to\infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 + 2s}{1} = \underline{\infty}$$

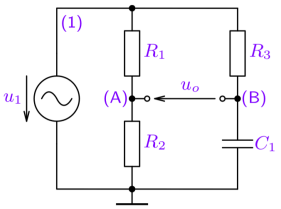
$$h(\infty) = \lim_{s\to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{s\omega_1 + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty}(H(s)) = \lim_{s\to\infty}\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0}(H(s)) = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{\frac{C_1}{C_1 + C_2}}$$

2.16. AC16

AC16



AC16 v GEECu

$$H(s) = \frac{Z_C}{Z_C + Z_{R_3}} - \frac{Z_{R_2}}{Z_{R_2} + Z_{R_1}} = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_1} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}} = \frac{R_1 + R_2 - R_2 - sR_2R_3C}{(R_1 + R_2) \cdot (1 + sR_3C)} =$$

$$= \frac{R_1 - sR_2R_3C}{(R_1 + R_2) \cdot (1 + sR_3C)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 - s\frac{R_2}{R_1}R_3C}{1 + sR_3C} =$$

$$= \underline{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 - \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{R_3C}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{1}{R_3C}} \quad ; \quad \underline{\begin{vmatrix} R_1 > R_2 & \Rightarrow & \omega_1 > \omega_2 \\ R_1 = R_2 & \Rightarrow & \omega_1 = \omega_2 \\ R_1 < R_2 & \Rightarrow & \omega_1 < \omega_2 \end{vmatrix}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{R_3C}}{\frac{1}{R_3C} + s} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right\} =$$

$$= \underline{\frac{1}{R_3C} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{R_3C}t} \cdot \mathbb{1}(t) - \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \delta_{\mathrm{d}}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{R_3C}}{s\left(\frac{1}{R_3C} + s\right)} - \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1}{s}\right\} = \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{1}{R_3C}t} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \underline{\left(\frac{R_1}{R_2 + R_1} - \mathrm{e}^{-\frac{1}{R_3C}t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$h(0) = \lim_{s \to \infty}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to \infty} s \cdot \left(\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right) = \underline{-\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0}(s \cdot H(s)) = \lim_{s \to 0} s \cdot \left(\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right) = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty}(H(s)) = \lim_{s \to \infty}\left(\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right) = \underline{-\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

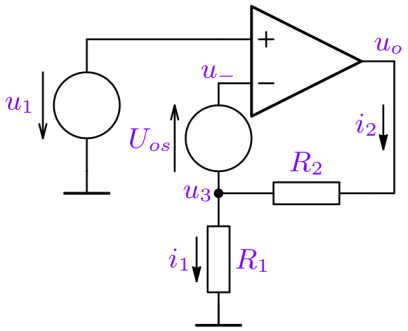
$$w(\infty) = \lim_{s \to 0}(H(s)) = \lim_{s \to \infty}\left(\frac{1}{1 + sR_3C} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}\right) = \underline{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

3. Příklady Operační zesilovače [T.6]

Zadání: Vypočítejte požadované obvodové veličiny následujících zapojení pro zadané hodnoty jednotlivých prvků, případně kmitočtovou charakteristiku u zapojení s akumulačními prvky. Uvažujte ideální operační zesilovač. Všechna uzlová napětí jsou vztažena k referenčnímu bodu.

3.1. OZ1

OZ1



$$i_1 = i_2$$

$$\frac{u_3}{R_1} = \frac{u_0}{R_1 + R_2}$$

$$u_o = u_3 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$u_o = u_3 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$u_3 = U_{os} + u_-$$

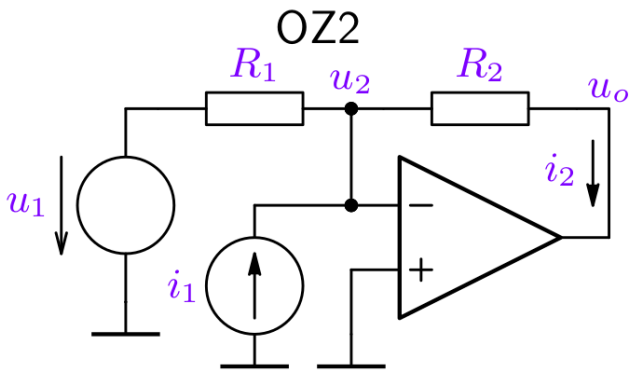
$$u_- = u_+ = u_1$$

$$u_3 = U_{os} + u_1$$

$$\boxed{\mathbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$\underline{u_o = (U_{os} + u_1) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

3.2. OZ2



$$i_1 + i_{R_1} = i_2$$

$$i_1 + \frac{u_1 - u_2}{R_1} = \frac{u_2 - u_o}{R_2}$$

$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_2 = u_- = u_+ = 0$$

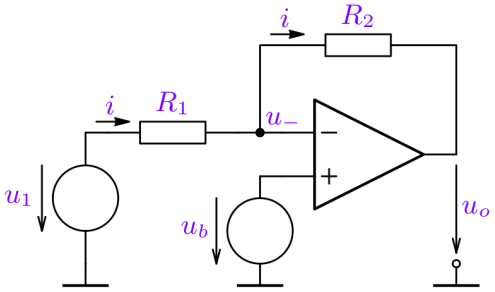
$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_1 + \frac{u_1}{R_1} = -\frac{u_o}{R_2}$$

$$\underline{u_0 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot (u_1 + i_1 R_1)}$$

3.3. OZ3

OZ3

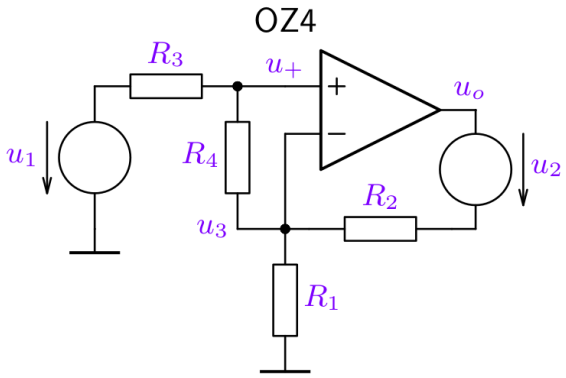


$$i = i$$
$$\frac{u_1 - u_-}{R_1} = \frac{u_- - u_o}{R_2}$$

$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$
$$u_- = u_+ = u_b$$
$$i_+ = i_- = 0$$

$$\frac{u_1 - u_b}{R_1} = \frac{u_b - u_o}{R_2}$$
$$u_o = -u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} - u_b \cdot \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)$$

3.4. OZ4



$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$

$$u_+ = u_- \Longrightarrow \begin{cases} u_{R_4} = 0 \\ i_{R_4} = 0 \end{cases}$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$\Longrightarrow u_1 = u_+ = u_- = u_3$$

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

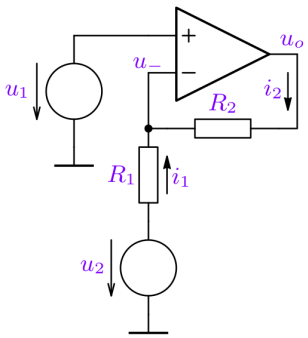
$$\frac{u_3}{R_1} = \frac{u_0 - u_2 - u_3}{R_2}$$

$$u_o = u_3 + u_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} + u_2$$

$$\underline{u_o = u_1 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + u_2}$$

3.5. OZ5

OZ5



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+ = u_1$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$-i_1 = i_2$$

$$\frac{(u_-) - u_2}{R_1} = \frac{u_o - u_-}{R_2}$$

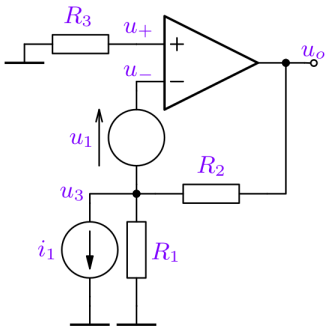
$$u_o = u_- + u_- \cdot \frac{R_2}{R_1} - u_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{u_o = u_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - u_2 \frac{R_2}{R_1}}$$

NOT FINISHED

3.6. OZ6

OZ6



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$0 = u_+ = u_- \Longrightarrow u_3 = u_1$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_1 + i_{R_1} + i_{R_2} = 0$$

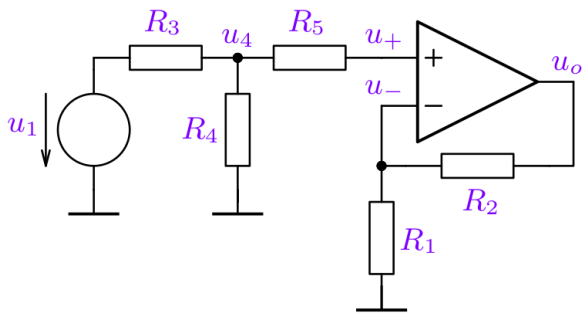
$$i_1 + \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_1 - u_0}{R_2} = 0$$

$$i_1 R_2 + u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} + u_1 = u_o$$

$$\underline{u_o = u_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + i_1 R_2}$$

3.7. OZ7

OZ7



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_+ = u_- = u_4$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

$$\frac{u_4}{R_1} = \frac{u_o - u_4}{R_2}$$

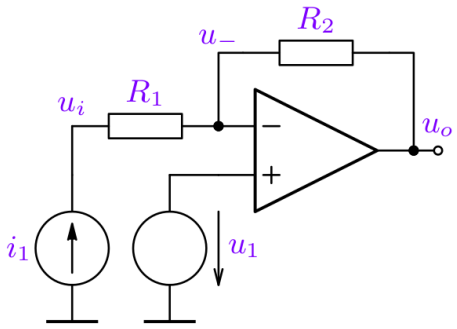
$$u_o = u_4 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$u_4 = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$u_o = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

3.8. OZ8

OZ8



$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$

$u_+ = u_- = u_1$

$i_+ = i_- = 0$

$i_{R_1} = i_{R_2}$

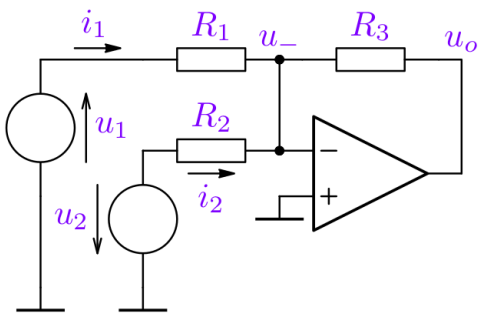
$i_1 = \dfrac{(u_-) - u_o}{R_2}$

$u_o = (u_-) - i_1 R_2$

$\underline{u_o = u_1 - i_1 R_2}$

3.9. OZ9

OZ9



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_+ = u_- = 0$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_{R_3}$$

$$\frac{-u_1 - u_-}{R_1} + \frac{u_2 - u_-}{R_2} = \frac{(u_-) - u_o}{R_3}$$

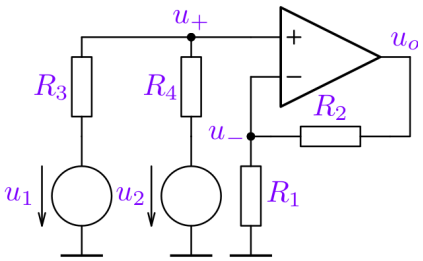
$$\frac{-u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} = -\frac{u_o}{R_3}$$

$$\underline{u_o = u_1 \cdot \frac{R_3}{R_1} - u_2 \cdot \frac{R_3}{R_2}}$$

NOT FINISHED

3.10. OZ10

OZ10



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+$$

$$i_+ = i_- = 0$$

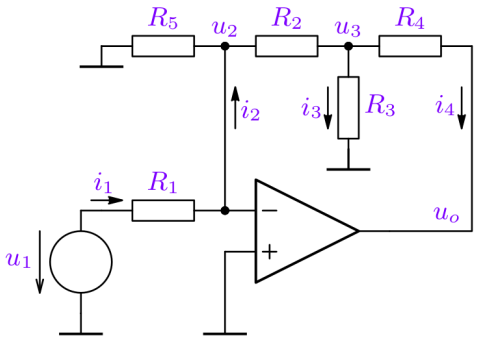
$$u_+ = (u_1 - u_2) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$u_o = u_- \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\underline{u_o = (u_1 - u_2) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

3.11. OZ11

OZ11



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+ = u_2 = 0$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$u_2 = 0 \Longrightarrow i_{R_5} = 0$$

$$i_1 = i_2$$

$$i_1 = \overbrace{i_{R_5} + i_{R_2}}^{=i_2}$$

$$i_1 = \overbrace{i_{R_5}}^{=0} + \overbrace{\frac{0 - u_3}{R_2}}^{=i_{R_2}}$$

$$\frac{u_1}{R_1} = -\frac{u_3}{R_2}$$

$$u_3 = u_1 \cdot -\frac{R_2}{R_1}$$

$$u_3 = u_o \cdot \frac{R_2 \parallel R_3}{(R_2 \parallel R_3) + R_4}$$

$$u_3 = u_o \cdot \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_4}$$

$$u_3 = u_o \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_4 R_2 + R_4 R_3}$$

$$u_3 = u_1 \cdot -\frac{R_2}{R_1} \quad \wedge \quad u_3 = u_o \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_4 R_2 + R_4 R_3}$$

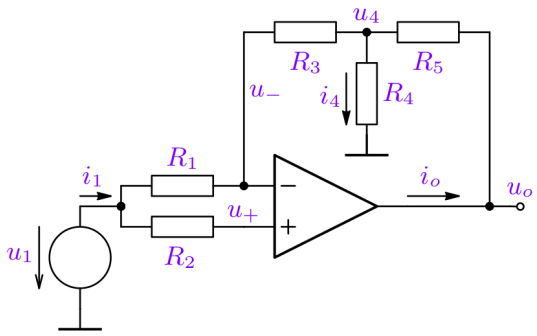
$$u_o \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_4 R_2 + R_4 R_3} = u_1 \cdot -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{u_o = -u_1 \cdot \frac{R_2 R_3 + R_4 R_2 + R_4 R_3}{R_3 R_1}}$$

NOT FINISHED

3.12. OZ12

OZ12



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+ = u_1$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_{R_1} = i_{R_2} = i_{R_3} = 0$$

$$i_4 = i_o$$

$$\frac{u_4}{R_4} = \frac{u_o - u_4}{R_5}$$

$$u_4 \cdot \frac{R_5}{R_4} + u_4 = u_o$$

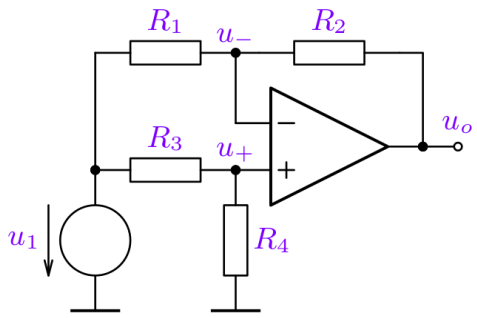
$$u_o = u_4 \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)$$

$$u_4 = u_1$$

$$\underline{u_o = u_1 \cdot \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)}$$

3.13. OZ13

OZ13



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$u_+ = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

$$\frac{u_1 - u_-}{R_1} = \frac{(u_-) - u_o}{R_2}$$

$$\frac{u_1 - u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4}}{R_1} = \frac{u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} - u_o}{R_2}$$

$$\frac{u_1 \cdot \left(1 - \frac{R_4}{R_3+R_4}\right)}{R_1} = \frac{u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} - u_o}{R_2}$$

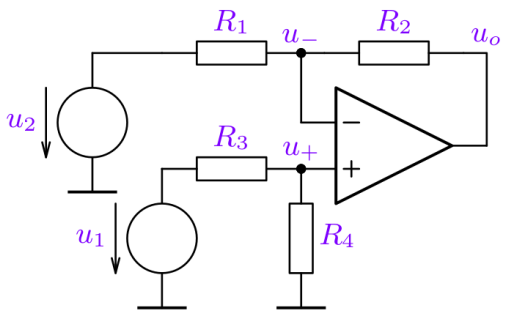
$$u_1 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2}{R_1} = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - u_o$$

$$u_1 \cdot \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) = -u_o$$

$$\underline{u_o = u_1 \cdot \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

3.14. OZ14

OZ14



Z.Z.V. $\Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}$

$$u_- = u_+$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$u_+ = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

$$\frac{u_2 - (u_-)}{R_1} = \frac{(u_-) - u_o}{R_2}$$

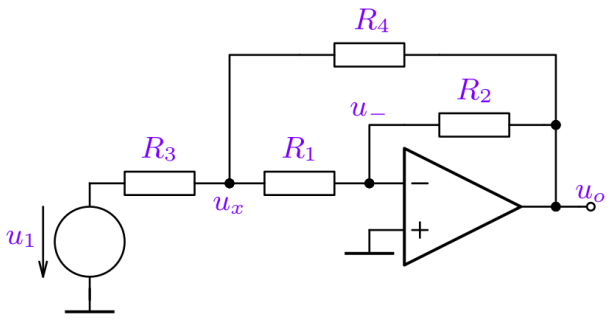
$$(u_-) \cdot \frac{R_2}{R_1} + (u_-) - u_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = u_o$$

$$(u_-) \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} - u_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} = u_o$$

$$\underline{u_o = u_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} - u_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}}$$

3.15. OZ15

OZ15



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+ = 0$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

$$\frac{u_x}{R_1} = -\frac{u_2}{R_2}$$

$$\underbrace{\boldsymbol{u_x} = -u_2 \cdot \frac{R_1}{R_2}}_{\text{První vztah}}$$

$$i_{R_3} = i_{R_1} + i_{R_4}$$

$$\frac{u_1 - u_x}{R_3} = \frac{u_x}{R_1} + \frac{u_x - u_2}{R_4}$$

$$\frac{u_1}{R_3} - \frac{u_x}{R_3} = \frac{u_x}{R_1} + \frac{u_x}{R_4} - \frac{u_2}{R_4}$$

$$\underbrace{\frac{u_1}{R_3} + \frac{u_2}{R_4} = \boldsymbol{u_x} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)}_{\text{Druhý vztah}}$$

$$\frac{u_1}{R_3} + \frac{u_2}{R_4} = -u_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)$$

$$\frac{u_1}{R_3} + \frac{u_2}{R_4} = -u_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_3R_4}{R_1R_3R_4}$$

$$\frac{u_1}{R_3} = -u_2 \cdot \left[\frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_3R_4}{R_1R_3R_4} + \frac{1}{R_4}\right]$$

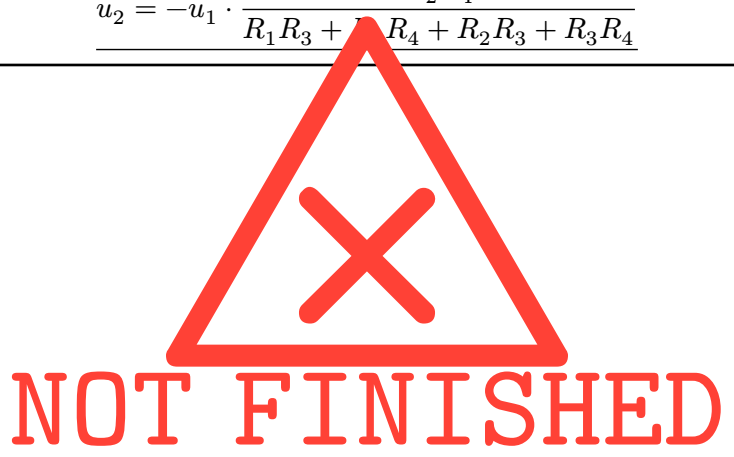
$$u_1 = -u_2 \cdot \left[\frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_3R_4}{R_1R_4} + \frac{R_3}{R_4}\right]$$

$$u_1 = -u_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \left[\frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_3R_4}{R_1R_4} + \frac{R_2R_3}{R_1R_4}\right]$$

$$u_1 = -u_2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \left[\frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_3R_4}{R_1R_4}\right]$$

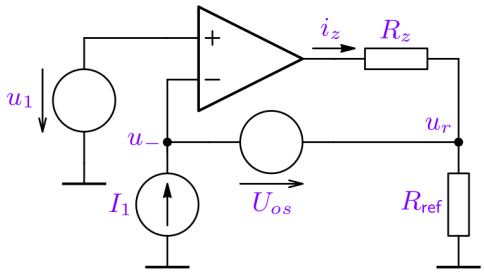
$$u_1 = -u_2 \cdot \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_3R_4}{R_2R_4}$$

$$\underline{u_2 = -u_1 \cdot \frac{R_2R_4}{R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_3R_4}}$$



3.16. OZ16

OZ16



$$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$$

$$u_- = u_+ = u_1$$

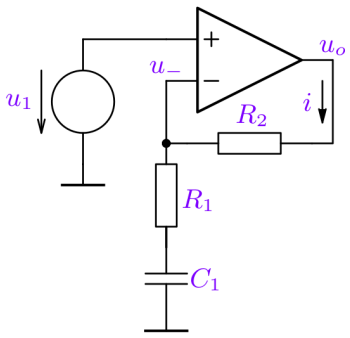
$$i_+ = i_- = 0$$

$$u_r : I_1 + i_Z - \frac{u_- - U_{os}}{R_{\text{ref}}}$$

$$\underline{i_z = \frac{u_- - U_{os}}{R_{\text{ref}}} - I_1}$$

3.17. OZ17

OZ17



$$\omega C \gg G_1 = \frac{1}{R_1}, \forall \omega > 0$$

$\boxed{\textbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$ $\quad u_- = u_+ \quad \wedge \quad i_+ = i_- = 0$

Pro DC složku, se bude kondík chovat jako rozpojení.
(Odpor R_1 nebude spojen se zemí.)

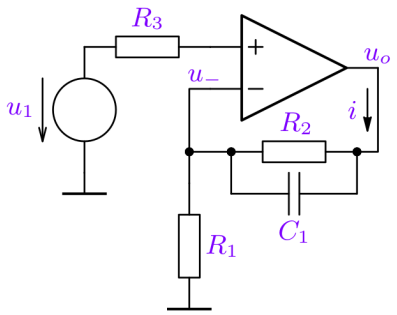
$$u_- = u_+ = u_{1_{\text{DC}}}$$
$$i_{R_1} = 0$$
$$i_- = 0 \Longrightarrow i_{R_2} = 0$$
$$\Longrightarrow \underline{u_{0_{\text{DC}}} = u_{1_{\text{DC}}}}$$

Pro AC složku, se bude kondík chovat jako zkrat.
(Odpor R_1 bude spojen se zemí.)

$$u_- = u_+ = u_{1_{\text{AC}}}$$
$$\underline{u_{0_{\text{AC}}} = u_{1_{\text{AC}}} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

3.18. OZ18

OZ18



$$\omega C \gg G_2 = \frac{1}{R_2}, \forall \omega > 0$$

$\boxed{\mathbf{Z.Z.V.} \Longrightarrow \boldsymbol{u_d = 0}}$ $\quad u_- = u_+ \quad \wedge \quad i_+ = i_- = 0$

Pro DC složku, se bude kondík chovat jako rozpojení.
(Jakoby tam kondík C_1 nebyl.)

$$u_- = u_+ = u_{1_{\mathrm{DC}}}$$
$$i_{R_1} = 0$$
$$i_- = 0 \Longrightarrow i_{R_2} = 0$$
$$\Longrightarrow \underline{u_{0_{\mathrm{DC}}} = u_{1_{\mathrm{DC}}}}$$

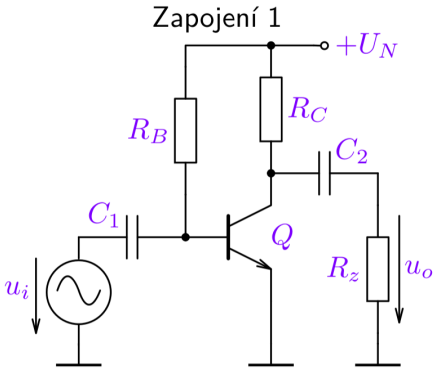
Pro AC složku, se bude kondík chovat jako zkrat.
(Jakoby tam rezistor C_1 nebyl, a R_2 byl zkrat.)

$$u_- = u_+ = u_{1_{\mathrm{AC}}}$$
$$i_{R_2} = 0 \Longrightarrow u_{1_{\mathrm{AC}}} = u_{0_{\mathrm{AC}}}$$
$$\underline{u_{0_{\mathrm{AC}}} = u_{1_{\mathrm{AC}}}}$$

4. Příklady Jednostupňových zesilovačů [T.7]

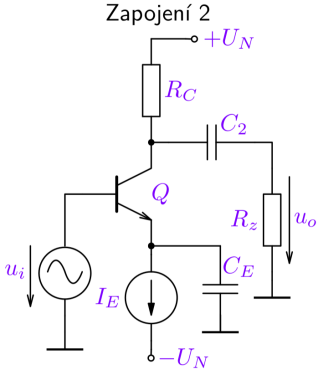
Zadání:
Vypočítejte napěťové zesílení (naprázdno pro $R_z \to \infty$, případně i zatíženého zesilovače), vstupní a výstupní odpor a proudové zesílení nakrátko (pro $R_z = 0$) následujících zapojení jednostupňových tranzistorových zesilovačů pro malé změny obvodových veličin v SKP, pokud jsou známy hodnoty všech rezistorů, velikost napájecího napětí U_N a případného proudového zdroje I_E, resp. I_S a proudového zesilovacího činitele bipolárního tranzistoru β (nakrátko v zapojení SE), resp. parametry unipolárního tranzistoru (K_p , U_{TO} W a L). Vstupní signál uvažujte u_i, výstupní signál na výstupu s napětím u_o. Předpokládejte, že napájecí zdroje U_N a I_E , resp. I_S mají nulovou střídavou složku a budící střídavý zdroj u_i má naopak nulovou stejnosměrnou složku.

4.1. Zapojení 1

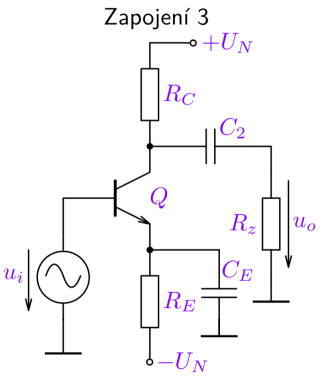


4.2. Zapojení 2

Zapojení 2

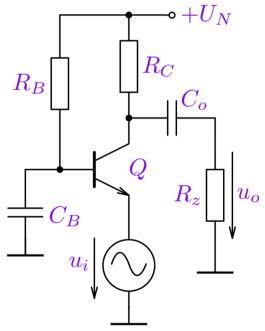


4.3. Zapojení 3



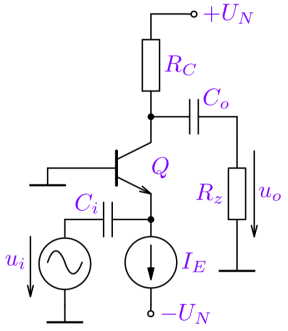
4.4. Zapojení 4

Zapojení 4



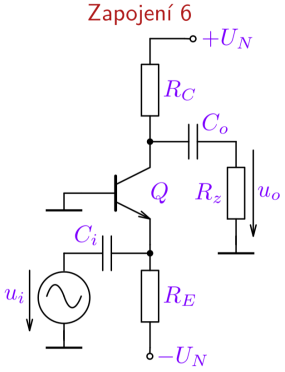
4.5. Zapojení 5

Zapojení 5

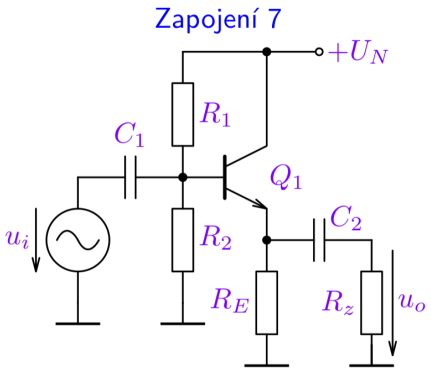


4.6. Zapojení 6

Zapojení 6

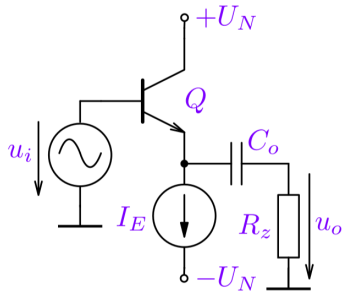


4.7. Zapojení 7



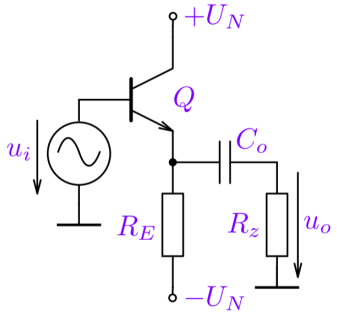
4.8. Zapojení 8

Zapojení 8



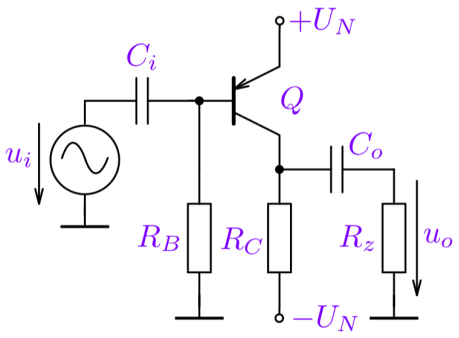
4.9. Zapojení 9

Zapojení 9

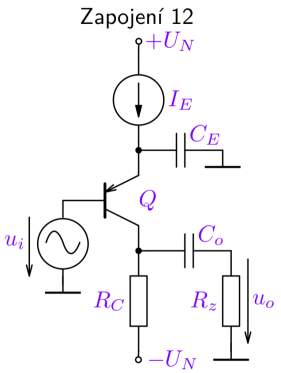


4.10. Zapojení 11

Zapojení 11

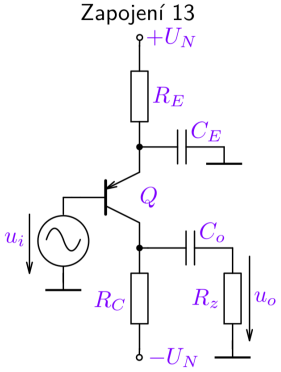


4.11. Zapojení 12



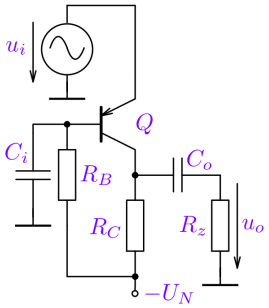
4.12. Zapojení 13

Zapojení 13



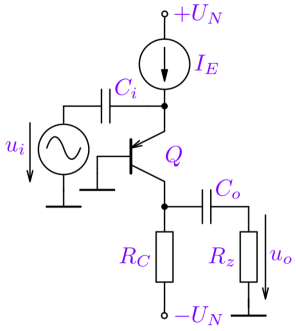
4.13. Zapojení 14

Zapojení 14

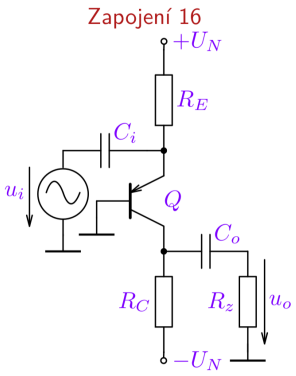


4.14. Zapojení 15

Zapojení 15

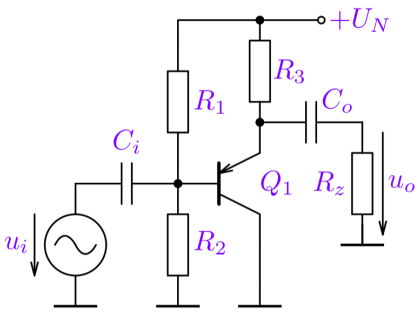


4.15. Zapojení 16



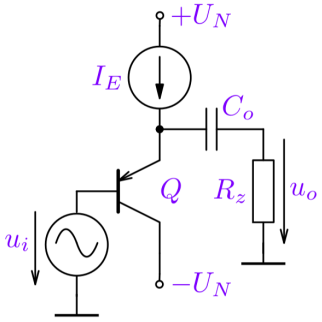
4.16. Zapojení 17

Zapojení 17



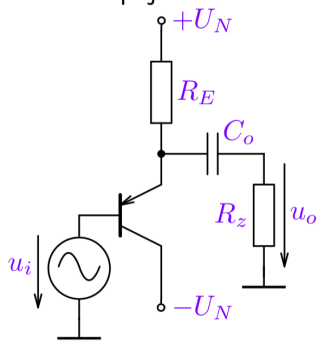
4.17. Zapojení 18

Zapojení 18



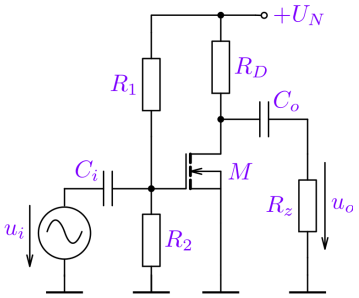
4.18. Zapojení 19

Zapojení 19



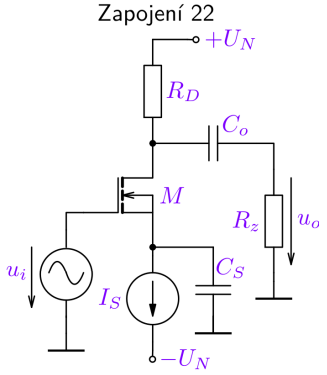
4.19. Zapojení 21

Zapojení 21



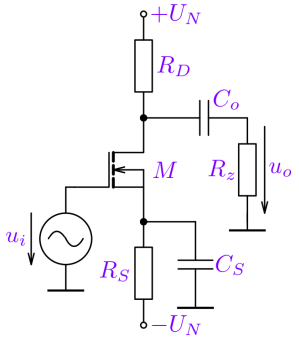
4.20. Zapojení 22

Zapojení 22



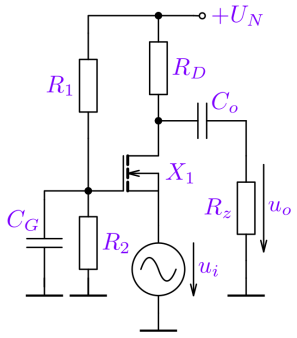
4.21. Zapojení 23

Zapojení 23



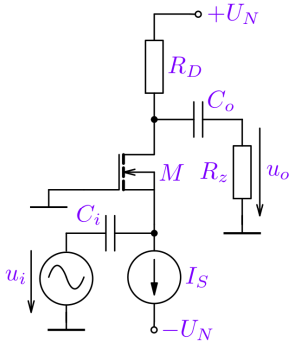
4.22. Zapojení 24

Zapojení 24



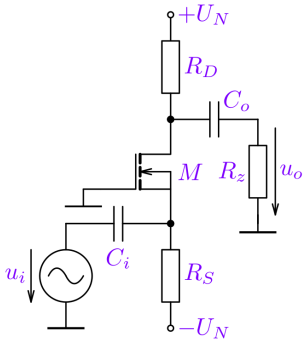
4.23. Zapojení 25

Zapojení 25

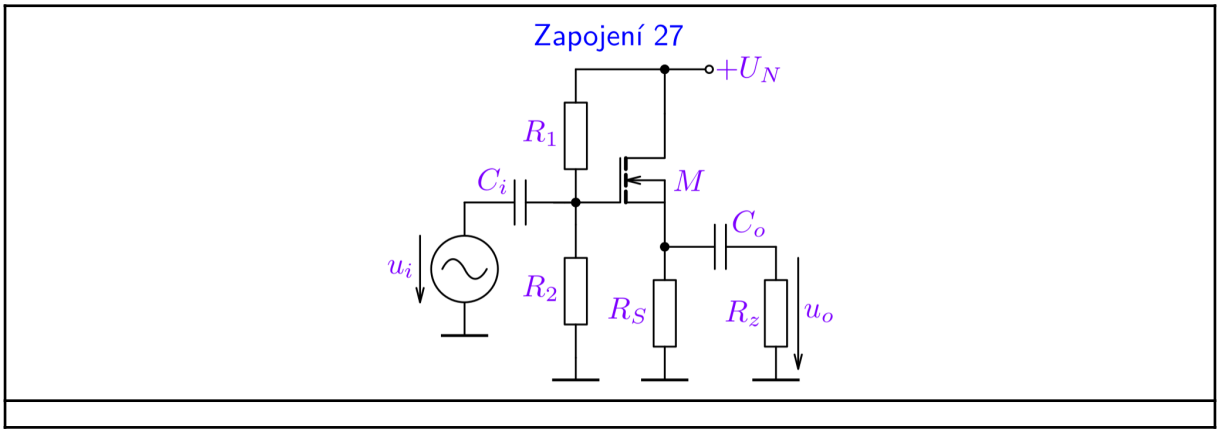


4.24. Zapojení 26

Zapojení 26

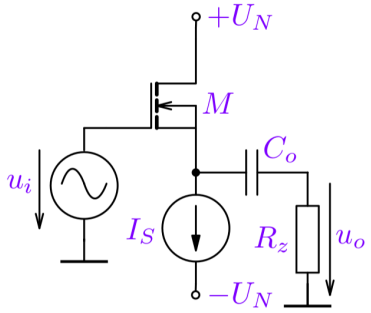


4.25. Zapojení 27



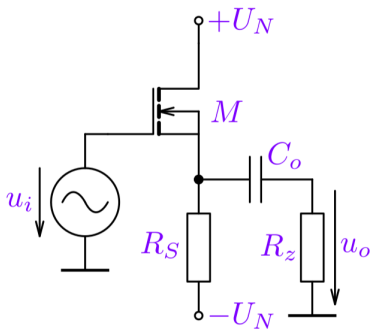
4.26. Zapojení 28

Zapojení 28



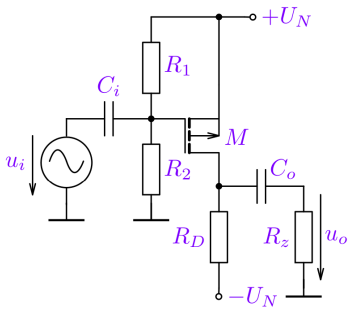
4.27. Zapojení 29

Zapojení 29



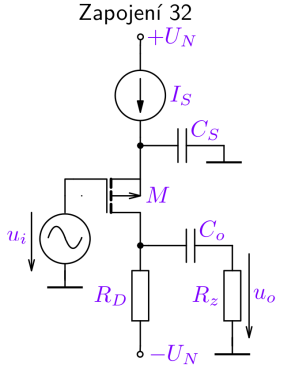
4.28. Zapojení 31

Zapojení 31



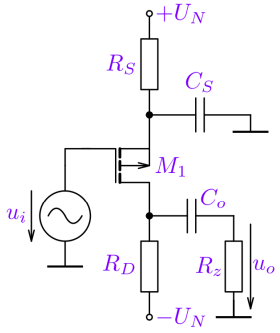
4.29. Zapojení 32

Zapojení 32



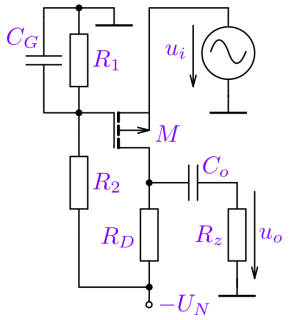
4.30. Zapojení 33

Zapojení 33



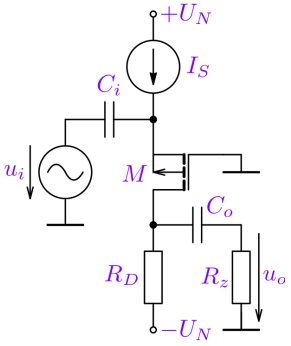
4.31. Zapojení 34

Zapojení 34



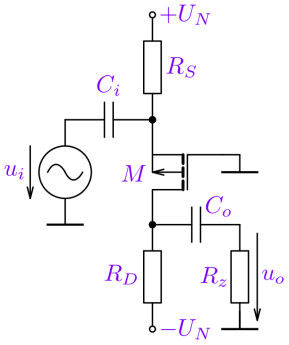
4.32. Zapojení 35

Zapojení 35



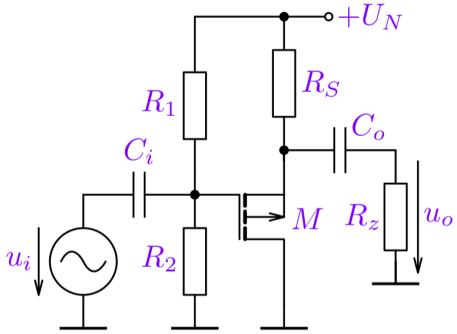
4.33. Zapojení 36

Zapojení 36



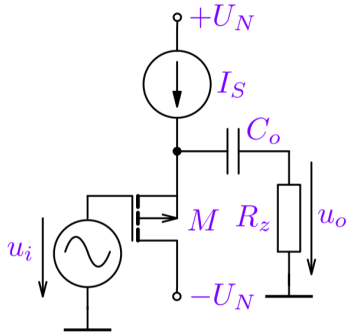
4.34. Zapojení 37

Zapojení 37



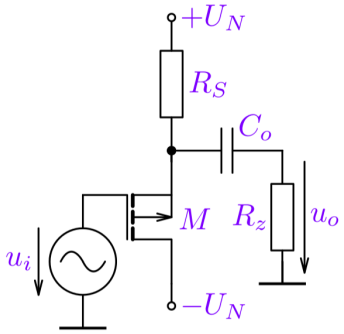
4.35. Zapojení 38

Zapojení 38



4.36. Zapojení 39

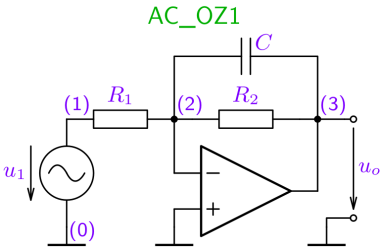
Zapojení 39



5. Příklady Doplňkové (nejen)[T.4.3.]

Zadání:
Je zadán lineární obvod dle uvedeného obrázku. Určete obecně přenos obvodu $H(s) = U_o(s)/U_1(s)$ a kmitočtovou charakteristiku $H(\mathrm{j}\omega)$, kterou vykreslete pomocí Bodeho aproximace (modulovou i fázovou) pro zadané hodnoty obvodových prvků.
Z přenosu určete časový průběh výstupního napětí pokud bude zadáno vstupní napětí a výpočet ověřte odečtem z nakreslených charakteristik.
Dále vypočítejte a vykreslete impulzní charakteristiku $h(t)$ a přechodovou charakteristiku $w(t)$, přičemž jejichž význačné body $h(0)$, $h(\infty)$, $w(0)$ a $w(\infty)$ ověřte z přenosu pomocí vět o koncové a počáteční hodnotě.
Výsledky lze ověřovat v editoru GEEC kliknutím na ~~obrázek~~ odkaz.

5.1. AC_OZ1



AC_OZ1 v GEECu

$$H(s) = -\frac{Z_C \parallel Z_{R_2}}{Z_{R_1}} = -\frac{Z_C \cdot Z_{R_2}}{Z_{R_1} \cdot \left(Z_C + Z_{R_2}\right)} =$$

$$= -\frac{\frac{R_2}{sC}}{R_1 \cdot \left(\frac{1}{sC} + R_2\right)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{R_2 C}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \omega_1 \cdot e^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{-\frac{1}{R_1 C} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s(s + \omega_1)}\right\} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

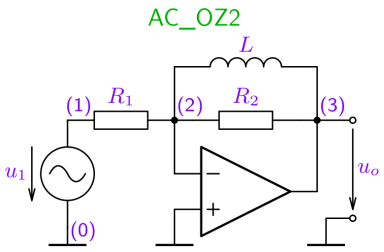
$$h(0) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{-\frac{1}{R_1 C}}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0} sH(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0} H(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{-\frac{R_2}{R_1}}$$

5.2. AC_OZ2



AC_OZ2 v GEECu

$$H(s) = -\frac{Z_C \parallel Z_{R_2}}{Z_{R_1}} = -\frac{Z_C \cdot Z_{R_2}}{Z_{R_1} \cdot \left(Z_C + Z_{R_2}\right)} =$$

$$= -\frac{\frac{R_2}{sC}}{R_1 \cdot \left(\frac{1}{sC} + R_2\right)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{R_2 C}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \omega_1 \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{-\frac{1}{R_1 C} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s(s + \omega_1)}\right\} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

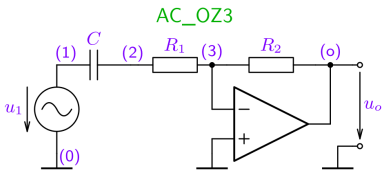
$$h(0) = \lim_{s \to \infty} sH(s) = \lim_{s \to \infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{-\frac{1}{R_1 C}}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0} sH(s) = \lim_{s \to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty} H(s) = \lim_{s \to \infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0} H(s) = \lim_{s \to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s + \omega_1} = \underline{-\frac{R_2}{R_1}}$$

5.3. AC_OZ3



AC_OZ3 v GEECu

$$H(s) = -\frac{Z_L \parallel Z_{R_2}}{Z_{R_1}} = -\frac{Z_L \cdot Z_{R_2}}{\left(Z_L + Z_{R_2}\right) \cdot Z_{R_1}} =$$

$$= -\frac{sLR_2}{sLR_1 + R_1R_2} = -\frac{R_1R_2}{R_1R_2} \cdot \frac{s\frac{L}{R_1}}{1 + s\frac{L}{R_2}} = \underline{-\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_2}{L}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{\frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(\delta_{\mathrm{d}}(t) - \frac{R_2}{L} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{1}{\omega_2 + s}\right\} = -\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

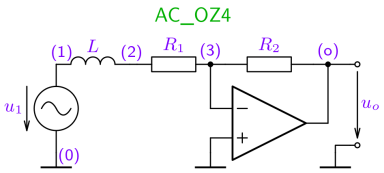
$$h(0) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s^2}{\omega_2 + s} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0} sH(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s} = -\frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{-\frac{R_2}{R_1}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0} H(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{s}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

5.4. AC_OZ4



AC_OZ4 v GEECu

$$H(s) = -\frac{Z_{R_2}}{Z_L + Z_{R_1}} = -\frac{R_2}{sL + R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{L}{R_1}} =$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1}{L}}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s}\right\} =$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \omega_1 \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{-\frac{R_2}{L} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_1 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{s(\omega_1 + s)}\right\} = \underline{-\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\omega_1 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$h(0) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s \cdot \omega_1}{\omega_1 + s} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \omega_1 = \underline{-\frac{R_2}{L}}$$

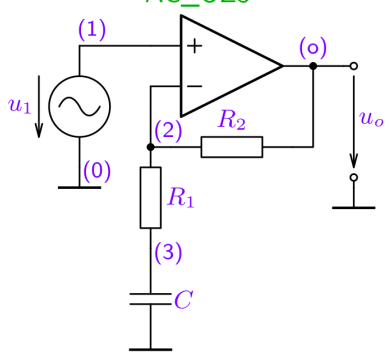
$$h(\infty) = \lim_{s\to 0} sH(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s \cdot \omega_1}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s} = \underline{0}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0} H(s) = \lim_{s\to 0} -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1 + s} = \underline{-\frac{R_2}{R_1}}$$

5.5. AC_OZ5

AC_OZ5



AC_OZ5 v GEECu

$$H(s) = 1 + \frac{Z_{R_2}}{Z_C + Z_{R_1}} = 1 + \frac{sR_2C}{1 + sR_1C} =$$

$$= \frac{1 + sC(R_1 + R_2)}{1 + sCR_1} = \underline{\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{1}{C(R_1 + R_2)}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{1}{CR_1}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 < \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right)\right\} =$$

$$= \underline{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot (\delta_{\mathrm{d}}(t) + (\omega_1 - \omega_2) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{s(\omega_2 + s)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(\omega_2 + s)}\right)\right\} =$$

$$= \left(1 - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t} \cdot \mathbb{1}(t)}$$

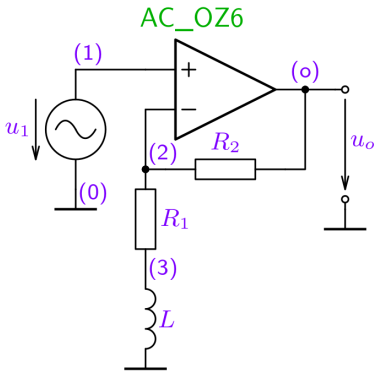
$$h(0) = \lim_{s \to \infty} sH(s) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0} sH(s) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 s + s^2}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s \to \infty} H(s) = \lim_{s \to \infty} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \underline{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0} H(s) = \lim_{s \to 0} \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{1}$$

5.6. AC_OZ6



AC_OZ6 v GEECu

$$H(s) = 1 + \frac{Z_{R_2}}{Z_L + Z_{R_1}} = 1 + \frac{R_2}{sL + R_1} =$$

$$= \frac{sL + R_1 + R_2}{sL + R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{s\frac{L}{R_1+R_2} + 1}{s\frac{L}{R_1} + 1} =$$

$$= \underline{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}}$$

$$\underline{\omega_1 = \frac{R_1 + R_2}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_2 = \frac{R_1}{L}} \quad ; \quad \underline{\omega_1 > \omega_2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{1 + \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2 + s}\right\} = (\delta_{\mathrm{d}}(t) + (\omega_1 - \omega_2) \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}) \cdot \mathbb{1}(t) =$$

$$= \underline{\left(\delta_{\mathrm{d}}(t) + \frac{R_2}{L} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}H(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1 + s}{s(\omega_2 + s)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{1}{s} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2(s + \omega_2)}\right\} =$$

$$= \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t) = \underline{\left(\left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] - \frac{R_2}{R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\omega_2 t}\right) \cdot \mathbb{1}(t)}$$

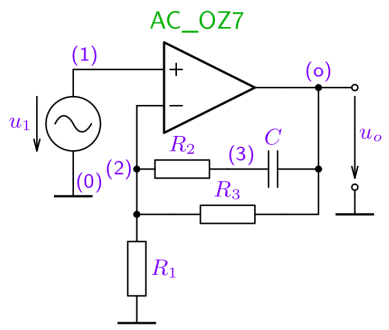
$$h(0) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{\infty}$$

$$h(\infty) = \lim_{s\to 0} sH(s) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{0}$$

$$w(0) = \lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \underline{1}$$

$$w(\infty) = \lim_{s\to 0} H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\omega_1 + s}{\omega_2 + s} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \underline{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

5.7. AC_OZ7

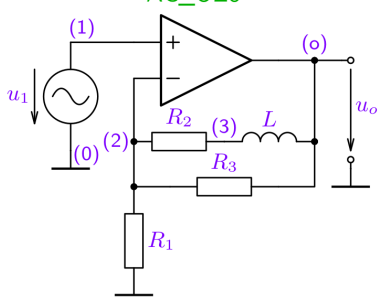


AC_OZ7 v GEECu

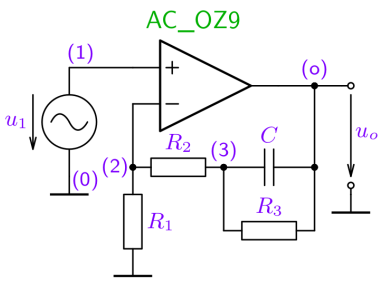
$H(s)$

$h(t)$
$w(t)$
$h(0)$
$h(\infty)$
$w(0)$
$w(\infty)$

5.8. AC_OZ8

AC_OZ8  AC_OZ8 v GEECu	$H(s)$
$h(t)$	
$w(t)$	
$h(0)$	
$h(\infty)$	
$w(0)$	
$w(\infty)$	

5.9. AC_OZ9

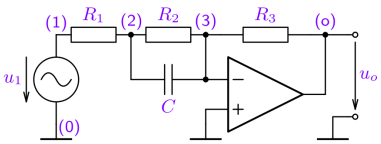


AC_OZ9 v GEECu

$H(s)$

$h(t)$
$w(t)$
$h(0)$
$h(\infty)$
$w(0)$
$w(\infty)$

5.10. AC_OZ10

AC_OZ10  **AC_OZ10** v GEECu	$H(s)$
$h(t)$	
$w(t)$	
$h(0)$	
$h(\infty)$	
$w(0)$	
$w(\infty)$