****

**硕士研究生学位论文开题报告**

|  |  |
| --- | --- |
| **题 目：** | **基于图神经网络的离散曲面的曲线设计方法研究** |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 姓 名： | **王金童** |
| 学 号： | **2023220603066** |
| 学科专业： | **计算机科学与技术** |
| 导 师： | **金耀** |
| 所在学院： | **计算机科学与技术学院** |

开题日期：**二零二四年十一月**

**填 写 说 明**

一、开题报告一律采用A4纸，于左侧装订成册。各栏填写不够时，请自行加页。

二、研究课题来源有国家自然科学基金、国家社会科学基金、省自然科学基金、省哲学社会科学规划课题、自选课题等，具体按《浙江理工大学科研业绩量化标准》相关内容填写。

三、开题报告格式参照《浙江理工大学研究生学位论文规范》执行。

四、硕士研究生学位论文开题报告应在5000字以上。

**目 录**

[1. 选题的目的、意义 1](#_Toc133162400)

[1.1 选题的目的 1](#_Toc133162401)

[1.2 选题的意义 2](#_Toc133162402)

[2. 国内外研究现状 3](#_Toc133162403)

[3. 研究内容与目标 5](#_Toc133162404)

[4. 研究的创新点、重难点及拟解决的关键性问题 6](#_Toc133162405)

[5. 研究方案及可行性分析 7](#_Toc133162406)

[6. 研究计划和进度安排 8](#_Toc133162407)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **学位论文题目** | **基于图神经网络的离散曲面的曲线设计方法研究** | | |
| **研究课题来源** |  | **开题报告**  **答辩日期** | **2024年 11月 29日** |
| 选题的目的、意义 随着计算机图形学和几何处理技术的飞速发展，如何在复杂的离散曲面网格上生成光滑且满足几何和拓扑控制条件的曲线，已成为研究中的一个重要课题。尤其是在有限元分析、计算机辅助设计以及物理仿真等领域，曲线的设计对于形状建模、特征提取以及物理仿真等任务至关重要。  目前对于该课题的研究都集中在通过变分法或定义黎曼度量的方式来进行曲线的生成，虽然已经可以对曲线的几何形状进行精确的控制，但是对曲线生成时的拓扑进行控制的文章并不多，主要集中在3D重建领域。目前还没有同时对曲线的几何和拓扑进行控制的研究，并且基于数值优化的方法在输入网格的质量较差或网格接近退化时可能会产生数值问题。  本论文的主要思路是基于机器学习的方法，在三角网格上进行曲线设计和生成，结合水平集方法隐式表示来确保曲线平滑且满足流形约束，并融合几何和拓扑约束来实现对曲线生成过程的精确控制。通过使用机器学习算法，尤其是深度学习技术，学习复杂图形数据中的潜在规律，并以此为基础自动生成符合预期的曲线。这不仅能够提高生成过程的效率，还能使曲线设计过程更加灵活和自适应，能够应对不同场景下的多样化需求。 国内外研究现状 随着计算机图形学和几何处理技术的飞速发展，如何在复杂的离散曲面上生成光滑且满足特定控制条件的曲线，成为了研究的一个重要课题。特别是在有限元（FEM）和计算机辅助设计（CAD）等应用中，光滑曲线的生成对于形状建模、物理仿真和特征提取等领域至关重要。在此背景下，三角网格（2-流形网格）作为广泛使用的几何表示方式，在几何处理和曲线设计中占据着核心地位。 离散曲面网格上的曲线生成 曲线生成是计算机图形学、计算几何学以及计算机辅助设计（CAD）等领域的核心研究方向。传统方法通常基于变分法或通过定义黎曼度量来完成离散曲面网格上的曲线生成任务。这些方法通过优化能量函数或调整曲线在网格上的几何性质，实现对生成曲线的控制。近年来，随着机器学习的迅猛发展，一些研究开始探索将机器学习与几何处理相结合，通过数据驱动的方式完成曲线生成，展现出在复杂场景下的显著潜力。 基于优化方法的曲线生成 传统方法进行离散曲面上的曲线设计通常使用变分思想，将曲线要满足的各种约束条件设计为能量函数，通过数值优化方法最小化该能量函数，来得到满足约束的曲线。  曲线的表示可以分为显式表示和隐式表示。曲线的显示表示方法，直接在网格上设计显式曲线以满足各种几何约束，如流形约束、插值约束和平滑度约束等。Pottmann和Hofer[1]在欧几里得空间中计算出一条偏离曲面的参数曲线，然后将结果投影回曲面。这种方式虽然简单，且可以直观地表示曲线，但欧几里得距离逼近测地距离的误差可能很大，并且将空间的曲线投影到曲面上可能会产生自交，投影后的曲线可能不够光滑。Liu等[2]使用L-BFGS求解器来最小化路径长度的总和，同时考虑非均匀密度和各向异性度量，以及用户指定的几何约束。但是在优化过程中需要频繁更新维护的顶点，计算成本很高。 Xu等[3]通过在简化的壳空间内部松弛B样条曲线，并利用配备的双射映射评估其与表面的距离，结合内外部约束，使用内点法和自适应插入样条结点的方法来最小化曲线与表面的距离。隐式表示也叫做水平集方法（Level Set Method, LSM）。水平集方法通过定义一个标量场（通常是距离函数）来表示曲线或曲面，其优点在于能够方便的处理曲线的生成、演化以及拓扑变化，而不需要显式地维护曲线或曲面的几何表示。在离散曲面网格上使用水平集方法生成光滑曲线，可以保证曲线的连续性和光滑性，并且可以自然地将曲线限制在网格表面上（流形约束）。Zhang等[4]首次利用水平集进行离散曲面上的曲线设计，使用变分框架，通过局部Hessian校正和信赖域策略增强的牛顿法，以接近二次收敛和几何线性复杂度进行数值求解。  传统数值方法在离散曲面上的曲线编辑中已取得广泛研究，但仍存在局限性。显式方法常因投影操作导致数值不准确，隐式方法则容易因网格质量较差出现数值不稳定问题。 基于黎曼度量进行曲线生成 将欧式空间中通过仿射加权平均生成样条曲线的方法扩展到非欧空间中，通过定义黎曼质心（RCM）来等价于仿射加权平均的形式。使用测地距离表示两点之间的距离度量，进而表示流形上的样条曲线。  由于计算测地距离所需计算量较大，Panozzo等[5]提出将网格映射到高维欧几里得空间，计算该高维空间中的欧几里得度量，最后将近似的RCM投影到网格表面。这种方法虽然不需要计算测地距离，但同样会因为投影操作而产生伪影。Sharp 等人[6]提出了一种基于向量热流方法的算法，用于直接在测地度量下计算（RCM）。该方法利用向量热流高效计算流形上的对数映射。然而，对数映射的计算开销较大，在样条曲线生成中效率较低，并且控制点必须位于输入网格的顶点，限制了方法的灵活性。这种方法适用于计算单个黎曼质心，但在复杂应用（如样条曲线设计）中表现不佳。Mancinelli 和 Puppo[7]将牛顿法推广到流形上，并用来求解 RCM 的最优点。通过使用分段线性和分段常数估计大幅减少了梯度和 Hessian 的计算成本。但是梯度和 Hessian 的低阶近似降低了精度，算法对网格质量敏感，在网格剖分不佳时容易失败。  上面这些基于黎曼度量的方法，当控制点彼此距离较远并且控制点之间的离散表面曲率较大时，数值优化算法可能会不收敛。 基于学习的方法 传统的曲线生成方法，在处理非均匀分布的离散网格（尤其是三角网格）时，往往存在效率低下、精度不足和对网格质量敏感的问题。为了克服这些问题，研究者们开始探索基于深度学习的曲线生成方法。深度学习模型能够有效地从大规模数据中学习到更复杂的几何和拓扑结构，并在多种复杂的几何任务中展现出了强大的潜力。  基于学习的方法当前主要关注于利用模型预测离散曲面网格上给定两点之间的最优测地曲线，学习目标是使预测出的曲线满足流形约束的同时曲线的曲率尽可能小。Pang等[8]使用图神经网络（Graph Neural Networks，GNN）[9]学习测地曲线嵌入，来预测给定点之间的测地距离，由于使用了Unet架构[10]，该模型可以处理含噪声或不完整的网格。对于要查询的网格，只需一次前向过程进行预计算，即可查询任意两点间的测地距离。但是无法预测点对之间的测地曲线。Potamias等[11]同样采用 GNN 来预测两点之间的测地路径，该方法将网格视为图结构，并设计了可微的顶点预测器，以逐点预测给定点之间的测地路径，最终生成由网格边组成的测地路径，确保曲线位于曲面上。然而，由于预测的路径只能沿网格边生成，无法穿过面片，导致预测精度受到较大限制。Zhang等人[12]提出的NeuroGF则是通过大量数据来训练一个过拟合的模型，通过模型提取顶点特征，来优化给定的两点之间欧式空间中的直线段。该模型对于给定两点之间的测地路径的预测精度很高。但是不能保证优化之后的曲线完全位于曲面上。且模型的泛化性能很差，每个网格都需要用大量的数据单独训练模型。  使用机器学习的方法来进行离散曲面上的曲线编辑目前的研究并不多，并且主要都集中在预测给定曲面上指定点之间的测地路径上，并没有利用额外的几何或拓扑约束来控制曲线的形状和拓扑。一些方法[14,15,17]虽然将机器学习与水平集方法结合，但是处理的数据为规则数据，如图像或体素，无法处理不规则的离散网格数据。  这些方法主要任务是寻找点对之间的最优测地曲线，通过预测曲线和真实曲线的均方误差损失来训练模型，并没有涉及到给定形状或拓扑约束下的最优曲线生成。 水平集函数与机器学习结合 使用水平集方法来隐式地表示曲线曲面在很早之前就已经流行[13]，随着机器学习的流行，也有很多的研究将水平集方法应用在各种机器学习常见任务中，如：Hu等[14]使用水平集方法辅助进行图像分割，通过在图像上定义水平集函数来表示图像中要分割的显著物体的边缘，使最终的物体边缘连续且具体更多的细节。Chen等[15]使用水平集函数进行掩膜优化，对输入的掩膜进行预处理，得到掩膜上的TSDF值，之后定义水平集损失来对ViT[16]进行有监督训练。Michalkiewicz等[17]定义了一个基于水平集函数的损失函数，来优化定义在体素上的水平集函数，将水平集函数隐式表示的曲面拟合为目标模型的表面。  上面的方法都是在规则的输入数据上定义水平集函数，然后利用真实的水平集函数的值进行有监督训练，优化模型参数。 离散曲面网格卷积 相比于图像和体素数据，离散网格数据具有不规则性，每个网格顶点的邻域顶点数量是不固定的，不具有平移不变性，因此不能用固定的卷积核进行卷积。在欧几里得域中，离散网格数据的卷积通常可以分为两类。一是直接应用图卷积理论，另一种是利用网格的独特属性来定义卷积。通常后者的应用范围有限，但是效果好于前者[18]。  应用图卷积理论的做法有两种：基于空间域的图卷积和基于图谱理论的图卷积。 基于空间域的图卷积 基于空间域的图卷积即在欧式空间中进行卷积。把输入的网格看作图，使用图顶点的邻域近似欧几里得空间中卷积核，来来扩展欧几里得空间中卷积的定义，卷积操作就是对每个顶点邻域内的顶点特征进行聚合，不同的研究主要集中在处理邻域内顶点数量不同的问题。  Hamilton等[19]通过固定卷积核大小，然后从顶点的1环邻域中均匀采样个顶点进行特征聚合。由于顶点邻域是无序的，因此采用对称的聚合函数（如 sum、mean、max）来实现不依赖邻域顺序的特征聚合。Pang等[8]则使用对顶点的1环邻域内所有顶点进行信息聚合，并在池化操作中综合考虑顶点的法向信息，以更精确地进行特征更新和聚合。这种方法更适合捕获网格几何结构中的方向性特征。 基于图谱理论的图卷积 基于图谱理论的图卷积主要在谱域空间中进行特征卷积。Bruna等[20]通过构建图的拉普拉斯矩阵并进行特征分解，利用傅里叶变换将图的数据映射到以拉普拉斯矩阵的特征向量为基的维空间。在该频域空间中，卷积操作可以通过图信号的频谱表示实现，从而能够更有效地捕获图上的全局特征。Dong等提出的Laplacian2Mesh[21]同样是基于图谱理论，但是其谱空间并不是由所有laplacian矩阵的特征向量作为基底构成，而是使用前个代表低频信息的特征值对应的特征向量组成，并且会同时使用多个来得到不同分辨率的特征信息，以更好地学习输入网格的几何特征。 基于网格的特有属性定义卷积 MeshCNN[22]以网格的边为卷积的基本单元，每条边的特征由其相邻的两个面定义。卷积操作基于每条边的四条相邻边，能够充分利用网格的局部几何信息。池化操作通过边折叠方法实现，从而逐步简化网格的分辨率，同时保留其整体几何特性。  Feng等[23]提出MeshNet模型，将面作为卷积的基本结构，把面的特征分割成空间特征和结构特征。 通过聚合邻接面的特征来扩展面的感受野，从而捕获更广泛的局部结构信息。但是 MeshNet的性能比较依赖于初始数据的精度和质量。 曲线设计中的几何控制 Liu等[2]将用户指定的几何约束表示为函数加入目标函数中，使用变分法来最小化目标函数，从而在曲线生成过程中添加几何约束。Zhang等[4]使用变分框架，通过局部Hessian校正和信赖域策略增强的牛顿法进行数值求解，将平滑度、插值、切线控制等约束加入目标函数，对曲线进行几何控制。但是该方法并没有考虑曲线的连通性，对于不同的初始化方法，最终的曲线拓扑可能并不相同。同时，处理接近退化的网格会造成数值问题。 曲线设计中的拓扑控制 拓扑控制在几何设计，尤其是曲线编辑和点云重建中一直是一个有挑战性的问题，持续同调技术可以通过持久图（PD）来跟踪拓扑结构发生改变时的关键点对，进而控制拓扑结构。  持久图将拓扑特征按照其“持久性”在不同尺度下进行编码和描述。持续同调图将不同维度的拓扑特征（如零维连通成分、环、洞等）表示为点集，每个点对应着一个拓扑特征，并记录其出生尺度和消失尺度。持久性越长的特征，表示它在数据中越重要。而持久性较短的特征则通常被认为是噪声。在重建中往往通过增加重要特征的持久性，并减少噪声特征的持久性来使重建结果尽可能与原对象拓扑一致。  Dong等[24]将持续同调方法引入点云重建中，利用拓扑先验，使用持续图中的持久对，通过定义可微的拓扑逆映射来优化隐式B样条的控制系数，以控制通过隐式B样条表示的等值面的拓扑。通过迭代逼近优化结合持续图中的特征来优化重建曲面的拓扑。Jignasu等[25]在Neural-Pull框架的基础上，通过拓扑同调设计拓扑损失，来增强Neural-Pull的损失函数，通过增加持续图中重要特征的持续性并减少持续图中噪声特征的持续性来对重建进行拓扑约束。  **图1：根据持续图构建拓扑损失**  上述方法使用稀疏的点云或采样点来通过拓扑同调计算持续图。但是，在大规模的点云或网格上有效计算持续图需要很大的计算量和内存，不能直接计算持续图用于拓扑控制。因此需要将持续图进行向量化,以便 将这些拓扑特征应用于几何处理的相关问题中。  持续图的向量化可以分为将持续图转换为显式向量表示和隐式向量表示两类方法。持续图向量化的要点是转换得到的向量关于持续图的距离度量是稳定的,即持续图上的小扰动也对应着向量表示上的小扰动[26]。Adams等[27]提出持久图像（PI），将PD转换为灰度图像，然后将PI矢量化用于机器学习任务。然而，获取输入数据的PI通常需要两个步骤：首先计算数据的PD，然后计算从持久性图得到的PI。但这个过程计算开销大，尤其是当数据量较大时，可能导致效率较低。一些研究通过构建模型来直接学习输入数据与PI之间的关系，来简化求PI的这个过程。Som等人[28]提出PI-Net模型，用于高效计算的神经网络架构，用于从输入数据中生成PI，但是该主要应用于处理1D时间序列信号和2D图像，不能处理网格或点云数据。Zhou等[29]提出TopologyNet，通过学习点云与其相应的PI之间的映射，来有效地预测输入点云对应的持续图像。 总结 对于离散曲面上进行曲线生成和编辑，传统方法在理论基础和数值优化方面具有优势，但在处理复杂曲面或拓扑变化时往往面临效率和稳定性问题。而基于机器学习的方法则展现出在大规模数据驱动任务中的潜力，但当前研究更多关注于特定的点对路径预测，缺乏对曲线整体几何和拓扑的精确控制。  未来的研究需要结合两种方法的优点：既要借助传统方法的数学基础和优化能力，又要充分发挥深度学习在处理复杂高维数据方面的潜力。设计结合几何约束和拓扑约束的混合优化目标，使得生成的曲线不仅满足测地性，还能够满足形状和拓扑约束。开发对网格质量不敏感的鲁棒模型，提升对低质量网格的适应性。提升模型的泛化能力，使其能够在多种类型的离散曲面上生成高质量曲线，而无需针对每个网格单独训练。探索隐式曲线表示（如水平集方法）与机器学习的结合，利用学习模型对曲线的演化过程进行数据驱动的优化，兼顾效率和效果。  参考文献  [1] POTTMANN H, HOFER M. A variational approach to spline curves on surfaces[J/OL]. Computer Aided Geometric Design, 2005, 22(7): 693-709. DOI:10.1016/j.cagd.2005.06.006.  [2] LIU B, CHEN S, XIN S Q, 等. An optimization-driven approach for computing geodesic paths on triangle meshes[J/OL]. Computer-Aided Design, 2017, 90: 105-112. DOI:10.1016/j.cad.2017.05.022.  [3] XU R, JIN Y, ZHANG H, 等. A variational approach for feature-aware B-spline curve design on surface meshes[J/OL]. The Visual Computer, 2023, 39(8): 3767-3781. DOI:10.1007/s00371-023-03001-x.  [4] ZHANG X, WU S, CHEN J, 等. Versatile Curve Design by Level Set with Quadratic Convergence[J/OL]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2024: 1-10. DOI:10.1109/TVCG.2024.3427365.  [5] PANOZZO D, BARAN I, DIAMANTI O, 等. Weighted averages on surfaces[J/OL]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(4): 1-12. DOI:10.1145/2461912.2461935.  [6] SHARP N, SOLIMAN Y, CRANE K. The vector heat method[J/OL]. ACM Transactions on Graphics, 2019, 38(3): 1-19. DOI:10.1145/3243651.  [7] MANCINELLI C, PUPPO E. Computing the riemannian center of mass on meshes[J/OL]. Computer Aided Geometric Design, 2023, 103: 102203. DOI:10.1016/j.cagd.2023.102203.  [8] PANG B, ZHENG Z, WANG G, 等. Learning the Geodesic Embedding with Graph Neural Networks[J/OL]. ACM Transactions on Graphics, 2023, 42(6): 1-12. DOI:10.1145/3618317.  [9] SCARSELLI F, GORI M, TSOI A C, 等. The graph neural network model[J]. 2007.  [10] RONNEBERGER O, FISCHER P, BROX T. U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation[A/OL]. arXiv, 2015[2024-11-25]. http://arxiv.org/abs/1505.04597. DOI:10.48550/arXiv.1505.04597.  [11] POTAMIAS R A, NEOFYTOU A, BINTSI K M, 等. GraphWalks: Efficient Shape Agnostic Geodesic Shortest Path Estimation[C/OL]//2022 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). New Orleans, LA, USA: IEEE, 2022: 2967-2976[2024-09-08]. https://ieeexplore.ieee.org/document/9857269/. DOI:10.1109/CVPRW56347.2022.00335.  [12] ZHANG Q, HOU J, ADIKUSUMA Y Y, 等. NeuroGF: A Neural Representation for Fast Geodesic Distance and Path Queries[J].  [13] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations[J/OL]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1): 12-49. DOI:10.1016/0021-9991(88)90002-2.  [14] HU P, SHUAI B, LIU J, 等. Deep Level Sets for Salient Object Detection[C/OL]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Honolulu, HI: IEEE, 2017: 540-549[2024-10-11]. http://ieeexplore.ieee.org/document/8099548/. DOI:10.1109/CVPR.2017.65.  [15] CHEN G, YU Z, LIU H, 等. DevelSet: Deep Neural Level Set for Instant Mask Optimization[J/OL]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2023, 42(12): 5020-5033. DOI:10.1109/TCAD.2023.3286262.  [16] DOSOVITSKIY A, BEYER L, KOLESNIKOV A, 等. An image is worth 16x16 words: Transformers for image recognition at scale[A/OL]. arXiv, 2021[2024-11-26]. http://arxiv.org/abs/2010.11929. DOI:10.48550/arXiv.2010.11929.  [17] MICHALKIEWICZ M, PONTES J K, JACK D, 等. Deep Level Sets: Implicit Surface Representations for 3D Shape Inference[A/OL]. arXiv, 2019[2024-10-10]. http://arxiv.org/abs/1901.06802.  [18] MANCINELLI C, PUPPO E. Splines on manifolds: A survey[J/OL]. Computer Aided Geometric Design, 2024, 112: 102349. DOI:10.1016/j.cagd.2024.102349.  [19] HAMILTON W L, YING R, LESKOVEC J. Inductive representation learning on large graphs[A/OL]. arXiv, 2018[2024-11-25]. http://arxiv.org/abs/1706.02216. DOI:10.48550/arXiv.1706.02216.  [20] BRUNA J, ZAREMBA W, SZLAM A, 等. Spectral networks and locally connected networks on graphs[A/OL]. arXiv, 2014[2024-11-25]. http://arxiv.org/abs/1312.6203. DOI:10.48550/arXiv.1312.6203.  [21] DONG Q, WANG Z, LI M, 等. Laplacian2Mesh: Laplacian-based mesh understanding[J/OL]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2024, 30(7): 4349-4361. DOI:10.1109/TVCG.2023.3259044.  [22] HANOCKA R, HERTZ A, FISH N, 等. MeshCNN: A network with an edge[J/OL]. ACM Transactions on Graphics, 2019, 38(4): 1-12. DOI:10.1145/3306346.3322959.  [23] FENG Y, FENG Y, YOU H, 等. MeshNet: Mesh neural network for 3D shape representation[J/OL]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019, 33(01): 8279-8286. DOI:10.1609/aaai.v33i01.33018279.  [24] DONG Z, CHEN J, LIN H. Topology-controllable implicit surface reconstruction based on persistent homology[J/OL]. Computer-Aided Design, 2022, 150: 103308. DOI:10.1016/j.cad.2022.103308.  [25] JIGNASU A, BALU A, SARKAR S, 等. SDFConnect: Neural implicit surface reconstruction of a sparse point cloud with topological constraints[C/OL]//2024 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). Seattle, WA, USA: IEEE, 2024: 5271-5279[2024-11-05]. https://ieeexplore.ieee.org/document/10678305/. DOI:10.1109/CVPRW63382.2024.00536.  [26] 计算机辅助拓扑设计——持续...调在几何设计和处理中的应用\_董哲同[Z].  [27] ADAMS H, CHEPUSHTANOVA S, EMERSON T, 等. Persistence images: A stable vector representation of persistent homology[A/OL]. arXiv, 2016[2024-11-25]. http://arxiv.org/abs/1507.06217. DOI:10.48550/arXiv.1507.06217.  [28] SOM A, CHOI H, RAMAMURTHY K N, 等. PI-net: A deep learning approach to extract topological persistence images[A/OL]. arXiv, 2020[2024-11-25]. http://arxiv.org/abs/1906.01769. DOI:10.48550/arXiv.1906.01769.  [29] ZHOU C, DONG Z, LIN H. Learning persistent homology of 3D point clouds[J/OL]. Computers & Graphics, 2022, 102: 269-279. DOI:10.1016/j.cag.2021.10.022.  [30] ROUY E, TOURIN A. A viscosity solutions approach to shape-from-shading[J/OL]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(3): 867-884. DOI:10.1137/0729053.  [31] HORIE M, MORITA N, HISHINUMA T, 等. Isometric transformation invariant and equivariant graph convolutional networks[A/OL]. arXiv, 2021[2024-10-24]. http://arxiv.org/abs/2005.06316.  [32] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J/OL]. Journal of Computational Physics, 2019, 378: 686-707. DOI:10.1016/j.jcp.2018.10.045.  [33] CHIU P H, WONG J C, OOI C, 等. CAN-PINN: A fast physics-informed neural network based on coupled-automatic–numerical differentiation method[J/OL]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 395: 114909. DOI:10.1016/j.cma.2022.114909.  [34] REN P, RAO C, LIU Y, 等. PhyCRNet: Physics-informed convolutional-recurrent network for solving spatiotemporal PDEs[J/OL]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 389: 114399. DOI:10.1016/j.cma.2021.114399.  [35] HORIE M, MITSUME N. Physics-embedded neural networks: Graph neural PDE solvers with mixed boundary conditions[A/OL]. arXiv, 2023[2024-10-24]. http://arxiv.org/abs/2205.11912.  [36] CHEN C, NI X, BAI Q, 等. A topological regularizer for classiﬁers via persistent homology[J].  [37] PRATIKAKIS I, SAVELONAS M A, ARNAOUTOGLOU F, 等. Partial shape queries for 3D object retrieval[A/OL]//Eurographics Workshop on 3D Object Retrieval. The Eurographics Association, 2016: 10 pages[2024-11-26]. https://diglib.eg.org/handle/10.2312/3dor20161091. DOI:10.2312/3DOR.20161091. 研究内容与目标 离散曲面上的曲线设计的关键在于如何处理流形约束、几何约束与拓扑约束，并确保模型对输入网格的质量具有较强的鲁棒性。本研究结合传统数值方法与先进的深度学习技术，设计了一种高效且可控的三角网格曲线生成方法。  在算法框架上，本研究使用机器学习解决三角网格上的曲线设计的方法，关注如何从输入网格中提取有意义的多层次特征，解决传统方法中对网格质量敏感的问题。输入网格的特征提取需要充分考虑几何和拓扑信息，以便在曲线生成时对这些约束条件进行准确描述和应用。此外，本研究试图减少曲线生成过程中不必要的计算开销，尤其是迭代优化过程中常见的高计算成本问题，通过更高效的模型设计，使生成过程更加快速和稳健。  针对几何和拓扑约束，本研究聚焦于如何对生成的曲线进行准确的形状控制和拓扑结构约束的方法。几何约束需要确保曲线的光滑性、连续性以及对用户输入点的精确插值，而拓扑约束则需要在生成过程中保持曲线的拓扑特性不变或满足特定的用户需求。如何在设计并在生成过程中动态平衡这些约束，以保证最终结果的几何与拓扑特性达到最优，是研究的核心挑战之一。  为了提升用户的交互体验，本研究还开发了一个基于机器学习的曲线设计系统。该系统允许用户根据输入的三角网格对象以及控制条件，快速生成符合几何与拓扑要求的光滑曲线。系统通过实时反馈用户输入的控制信息，使得用户能够方便地编辑和调整曲线，并通过该平台进行高效的曲线设计和优化。 研究的创新点、重难点及拟解决的关键性问题研究的创新点 提出将机器学习引入三角网格曲线生成任务中，通过模型从数据中自动学习并优化曲线生成的规律的方法。采用水平集隐式表示方法，确保生成曲线的光滑性并满足流形约束。  本研究通过引入图神经网络直接预测隐式曲线的方法，克服了传统数值优化方法计算复杂度高、收敛速度慢且对网格质量要求高的局限。一阶优化方法效率低，二阶方法计算复杂度高，而图神经网络通过一次前向传播即可直接预测最终曲线结果，显著减少了优化过程的时间消耗。同时，通过图卷积和图池化操作，模型能够从多层次提取网格的拓扑与几何特征，从根本上避免因网格质量差而导致的数值不稳定问题。为确保预测的精确性，本研究设计了专门的数据集，结合有监督训练，进一步提升模型的鲁棒性与适用性。  此外，本研究在曲线生成过程中注重几何和拓扑特性的精确控制。利用水平集函数进行隐式曲线表示，自然地满足流形约束，同时保证曲线的光滑性和连续性；引入持续同调技术对曲线拓扑结构进行严格控制，确保生成的曲线满足指定的拓扑要求。这些特性结合到损失函数设计中，使得模型在训练时能够动态调整几何和拓扑约束之间的权重，从而优化曲线生成的质量与稳定性。通过这种设计，本研究在提高曲线生成效率的同时，实现了对曲线形状和拓扑的精确控制，并在鲁棒性与收敛速度方面表现出明显优势。 重难点和关键性问题 如何有效地提取输入网格和约束条件的关键特征。与传统数值优化方法通过计算水平集的矩阵来优化隐式曲线不同，机器学习方法主要依赖对输入网格特征的提取来预测隐式曲线。因此，如何合理设计输入网格和约束条件的特征表达，并构建能够高效提取这些特征的模型，是基于机器学习进行曲线设计的关键。特征提取的质量将直接影响模型的预测能力和生成曲线的准确性。  如何设计损失函数对隐式曲线的几何和拓扑进行约束。隐式曲线的几何和拓扑特性是衡量生成质量的重要指标，而水平集函数的准确性直接影响最终曲线的形状和拓扑。因此，在模型训练中，需要通过精心设计的损失函数将几何约束（如光滑性、插值点约束）和拓扑约束（如连通性、环结构）引入优化过程。同时，还需动态调整几何与拓扑约束的权重，以平衡两者之间的影响，兼顾生成曲线的质量和模型的收敛速度。这是提升曲线生成性能与模型鲁棒性的核心问题之一。  如何计算模型预测出的微分算子并同时兼顾精度和效率。微分算子的准确性是隐式曲线生成中的关键，尤其对于基于水平集表示的曲线生成方法，梯度和拉普拉斯等算子直接决定损失函数的优化效果，进而影响生成曲线的几何和拓扑特性。如何在保证计算精度的同时提高效率，对模型预测的水平集函数进行高效的微分算子计算，是优化水平集方法的技术难点和关键挑战。 研究方案及可行性分析 本研究旨在利用图神经网络结合水平集方法，实现三角网格上的曲线生成，并引入形状和拓扑约束以提高曲线设计的灵活性和准确性。 研究方案模型架构设计 模型架构采用Unet结构，结合残差连接融合多层次的特征，以解决传统方法对网格质量要求高的局限。架构中的卷积和池化层结合本研究的具体情况定义如下：  图卷积模块用于聚合和更新图上的特征，对于输入网格，其中和分别表示网格的顶点和面的几何，以网格的顶点作为卷积的基本单元。由于没有迭代的过程，通过将用户输入的约束条件映射为定义在网格上的特征，从而使特定的约束条件在预测过程中起作用。因此顶点的特征分为内部特征和外部特征，内部特征为顶点的坐标及法向。外部特征通过用户输入的约束得到，如插值点、障碍点及法向约束等。首先根据插值点生成经过插值点且无自交的闭环，结合Fast Marching 算法构造初始符号距离场(Signed Distance Field, SDF)。并将所有用户输入的约束转换为顶点上的特征。结合顶点的内部特征得到输入网格的初始特征。顶点的特征表示为：  通过图卷积聚合其一环邻域内相邻顶点的特征。图卷积的定义如下：  图池化用于对输入的图进行下采样，通过顶点聚合的方式来减少图的尺寸。由于三角网格表面任意点对之间的距离为测地距离，而非欧式空间中的距离，因此在进行顶点聚合时，会同时综合考虑顶点的坐标、法向量以及顶点的有符号距离。  同时通过跟踪池化操作前后顶点之间的映射关系，并通过使用缓存的映射关系反转池化过程来进行上采样。  模型预测的输出为网格顶点的符号距离值，曲线由零水平集隐式表示。对于预测的水平集函数，通过遍历网格的边，定位符号距离值异号的边，并插值计算符号距离值为零的交点。将所有交点按照顺序连接，即可得到满足约束条件的目标曲线。为了保证结果的准确性，在训练过程中需要更强的监督，因此构造新的数据集，将输入数据的真值引入损失函数，对模型进行有监督训练。训练完成后，模型只需一次前向操作即可得到给定网格和约束条件下的隐式曲线。 几何和拓扑约束的设计 为了使模型预测的标量场稳定，不要太陡或太平，引入eikonal正则项[30]。同时为了避免公式中存在的稳定性问题，参考Zhang等[4]的做法，定义正则化SDF函数为：  其中，为水平集函数在顶点处的值。  几何约束通过用户输入的约束和预测的水平集函数定义。  对于插值点约束，只需保证用户选择的插值点在预测的零水平集上即可：  其中，为用户指定的插值点的数量，为插值点的坐标。  障碍点为预测的零水平集需要远离的区域，通过将障碍点附近的权重c设为较大的值，使零水平集远离障碍点区域：  其中，为用户指定障碍点的数量，为障碍点的坐标。  切线约束主要通过使用户指定点的水平集切线垂直于用户指定的方向，来控制指定点的切线：  其中，为用户指定点的数量， 分别为用户指定的点坐标和对应点的方向。  光滑性约束通过零水平集的曲率来定义：  其中，为网格的顶点数， 为狄拉克函数，将网格所有非零的水平集点加权为零。因此模型的几何约束由插值点约束、障碍点约束、切线约束和光滑性约束构成，即：  拓扑约束通过持续同调技术的持续图进行定义。根据用户指定的约束构建初始的水平集后，通过持续同调计算当前隐式曲线的拓扑得到对应的PD，同样将其转换为网格的特征用于输入。  通过结合PD定义拓扑损失使模型预测的隐式曲线的拓扑与初始拓扑保持一致。  因此，模型的损失函数为：  几何损失中包含预测水平集函数的梯度和拉普拉斯。考虑到现有的方法中通过有限差分的方式来计算质量较差的网格时存在较大误差，而有限元方法虽然求解精度很高，但是计算量大，比较耗时，因此通过额外训练一个简单的图卷积网络（GCN）来近似离散曲面标量场的微分算子。  本研究通过使用Horie等[31]提出的IsoGCN模型来完成这一任务，IsoGCN具有等方差和等距变换不变性，非常适合空间微分算子的近似。  首先通过FEA 软件FrontISTR构造数据集用于IsoGCN的训练，数据集为定义在三角网格顶点上的水平集标量场以及对应的梯度场和拉普拉斯场。通过对IsoGCN进行有监督训练，将训练完成的模型用于水平集微分算子的近似。 可行性分析理论可行性 本研究方案基于PyTorch框架，充分利用其成熟的自动微分和GPU加速功能，确保高效的模型训练和推理。在模型构建上，结合了图神经网络（GNN）与水平集方法，具有明确的数学理论支持和成熟的算法框架，使得几何和拓扑控制成为可能。物理约束通过将其引入模型训练的损失函数进行无监督学习，类似于PINNs[32]及其各种变体的应用[33–35]。这些方法在效率和预测精度方面已取得显著进展，验证了其可行性。  几何约束方面，本研究采用了Zhang等人的方法[4]，该方法已被证明能够有效地在优化过程中控制隐式曲线的形状。损失函数的设计经过理论推导，合理且有效地平衡了形状和拓扑的约束，确保优化过程的稳定性和精度。同时，Horie等人的IsoGCN模型[31]已在深度学习任务中成功替代了传统的有限元方法，证明了其在数值计算中的精度与效率，且具有较好的泛化能力，能够很好地处理复杂的几何结构。  拓扑约束方面，持续同调技术在众多研究中已显示出其强大的拓扑控制能力[24,25,29,36]。结合基于Unet的多层次图卷积网络架构和残差连接设计，本研究能够有效处理复杂曲面或退化网格，且该架构已在不规则数据的特征提取任务中取得了广泛应用。因此，本研究的技术方案具备了实现预期目标的充分可行性。 技术可行性 为了验证研究方法的基本可行性，本研究进行了一个基于简化版本研究方案的初步实验。该实验主要测试核心方法（如图神经网络与水平集结合）的有效性，而未引入完整研究方案中的所有约束条件和优化设计。  训练数据集为SHREC16数据集[37]中选取的不同类型的共10个三角网格，并对其进行loop细分，细分后每个模型大约1000个顶点。  输入数据为三角网格及插值点约束，未加入更复杂的拓扑约束和高维特征处理。实验中使用了图神经网络作为主要模型，仅基于初始符号距离场进行简单的优化迭代，水平集的微分算子使用有限差分方式来近似。  通过对生成曲线与目标约束的匹配度进行评估，验证方法的有效性。实验结果显示，基于简化方案生成的曲线能够较好地满足插值点和光滑性约束，初步验证了方法在曲线生成任务中的有效性。  局限性分析：由于未引入完整的损失函数设计（如障碍点约束、拓扑约束）以及微分算子近似，曲线在光滑性和拓扑一致性上仍存在一定缺陷，但这正是后续研究中将重点优化的方向。 资源支持 研究所具备必要的计算资源： NVIDIA GeForce RTX 4090，以及相关领域数据集和工具（如SHREC19数据集、 MeshLab软件等）。 | | | |

|  |
| --- |
| 研究计划和进度安排 第一阶段（2024年12月~2025年2月）  通过文献调研与理论分析，明确几何和拓扑约束的实现方式，初步设计两个模型框架，并构建数据集，完成基础功能模块（如符号距离场的生成、梯度和拉普拉斯计算）。  第二阶段（2025年3月~2025年8月）  优化模型架构，重点研究拓扑约束的实现方式，探索几何约束与拓扑约束的平衡。搭建三角网格曲线设计系统，使用户能够通过界面交互进行几何与拓扑控制。  第三阶段（2025年9月~2026年1月）  进行模型对比实验，与其他相关算法进行比较，分析并总结模型优缺点，优化模型设计，进行消融实验和性能评估。  第四阶段（2026年2月~2026年5月）  完成论文初稿，撰写方法介绍、实验结果与讨论，修改完善后提交正式论文，并准备答辩材料。  **导师意见：**  （对课题选题等进行必要的补充说明。明确是否同意开题。）  **导师签名： 年 月 日** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **硕士研究生学位论文开题报告答辩小组名单** | | | | |
| **姓名** | **职称** | **是否硕导** | **工 作 单 位** | **签名** |
| **侯健** | **副教授** | **是** | **浙江理工大学计算机学院** |  |
| **宋滢** | **副教授** | **是** | **浙江理工大学计算机学院** |  |
| **郑尚菲** | **副教授** | **是** | **浙江理工大学计算机学院** |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| **开题报告答辩小组审查意见：**  （对学位论文选题依据、研究创新性、研究方案可行性和研究生本人工作基础等方面进行评价；提出开题报告存在的主要问题和修改意见；明确开题报告“通过”或“不通过”。）    **开题报告评议小组组长签名： 年 月 日** | | | | |