

Домашняя работа 13 - Задачи

1. (a) Найдём производную и приравняем её 0:

$$\frac{p}{dp}(Np(1-p)^{N-1}) = N(1-p)^{N-2}(1-Np) = 0 \rightarrow p = 1 \text{ или } p = \frac{1}{N}$$

Посмотрим на значения в точках экстремумов:

$$p = 1 \rightarrow 0, p = \frac{1}{N} \rightarrow (1 - \frac{1}{N})^{N-1}$$

Значит максимум достигается при $p = \frac{1}{N}$.

(b)

$$(1 - \frac{1}{N})^{N-1} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} e^{-1}$$

2. (a) Если "передать с первого раза" это "до этого момента ничего успешно не передавалось с порта А то получаем $p(1-p)^4(1-p)^3 = p(1-p)^7$, т.к. p – вероятность того, что в 5ый квант мы передали пакет успешно, $(1-p)^4$ – вероятность того, что до этого успешных передач не было, $(1-p)^3$ – вероятность того, что другие каналы не передают ничего в 5ый квант

Если "передать с первого раза" это "первый пакет отправлен в 5ый квант с порта А то получаем $p(1-p)^3 \cdot (1-p(1-p)^3)^4$, т.к. $p(1-p)^3$ – вероятность того, что в квант времени будет отправлен пакет, в частности в 5ый, $(1-p(1-p)^3)^4$ – вероятность того, что до этого не был отправлен ни один пакет.

(b) необходимо просто разделить ответ на соответствующий множитель для каждого из случаев, т.е. $1-p$ или $1-p(1-p)^3$, т.к. квант времени 4, и ещё надо умножить на 3. Тогда получаем $3p(1-p)^6$ или $3p(1-p)^3 \cdot (1-p(1-p)^3)^3$.

(c) $4p(1-p)^3 \cdot (1-4p(1-p)^3)^2$, т.к. $p(1-p)^3$ – вероятность того, что в квант времени будет отправлен пакет, в частности в 2ый, а множитель 4 из того, что это может произойти для любого порта, $(1-4p(1-p)^3)^2$ – вероятность того, что до этого не был отправлен ни один пакет.

(d) Зная из 1ой задачи, что максимальная эффективность равна $Np(1-p)^{N-1} = 4p(1-p)^3$ при $p = \frac{1}{N} = 0.25$, получаем максимальную эффективность равную $4p(1-p)^3 = 4 \cdot 0.25 \cdot (1-0.25)^3 = 0.421875$.

3. Q бит будут переданы за $\frac{Q}{R} + d_{\text{опрос}}$, значит максимальная пропускная способность будет равна $\frac{NQ}{N(\frac{Q}{R} + d_{\text{опрос}})} = \frac{QR}{Q + Rd_{\text{опрос}}}$.