

Grammaires

Feuille de travaux dirigés n°7
16–20 mars 2009

1. Soit la grammaire :

$$\begin{aligned} N &= \{S, A, B\} \\ T &= \{a, b\} \\ P &= \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aB \mid bA \\ A \rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{array} \right\} \\ S \end{aligned}$$

- a) Donner une suite de dérivations gauches permettant d'engendrer le mot *aaabbabbba*.
- b) Donner une suite de dérivations droites permettant d'engendrer le mot *aaabbabbba*.
- c) Construire un arbre syntaxique permettant d'engendrer le mot *aaabbabbba*.

2. Montrer que les langages suivants sont algébriques :

- a) $L_1 = \{a^n b^n c^m \mid n, m > 0\}$
- b) $L_2 = \{w\overline{w'} \mid w \neq w', |w| = |w'|\}$ où \overline{w} est le miroir du mot w
- c) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ou } j \neq k\}$
- d) L'ensemble des mots dont le nombre de a est différent du nombre de b .
- e) L'ensemble des expressions rationnelles.

3. Montrer que la grammaire :

$$\begin{aligned} N &= \{S\} \\ T &= \{a, b\} \\ P &= \{ S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon \} \\ S \end{aligned}$$

engendre l'ensemble des mots w tels que tout préfixe de w a au moins autant de a que de b .

4. Soit G la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} N &= \{S\} \\ T &= \{a, b\} \\ P &= \{ S \rightarrow aSS \mid SSb \mid \varepsilon \} \\ S \end{aligned}$$

- a) Trouvez une dérivation droite pour le mot *aabb*.
- b) Trouvez une dérivation gauche pour le même mot.
- c) On considère la suite de dérivation suivante : **S** \rightarrow *aSS* \rightarrow *aSSSb* \rightarrow *aSaSSSb* \rightarrow **aSaSSSbSb** \rightarrow *aaSSSbSb* \rightarrow *aaaSSSSbSb* \rightarrow *aaaSSSSbSSbb* \rightarrow *aaaSSSbSSbb* \rightarrow *aaaSSSbSSSbbb* \rightarrow *aaaSSbSSSbbb* \rightarrow *aaaSbSSSbbb* \rightarrow *aaabSSSbbb* \rightarrow *aaabSSbbb* \rightarrow *aaabSbbb* \rightarrow *aaabbbb* (en gras la lettre dérivée).
- Dessinez A , l'arbre de dérivations associée.
- d) Combien de suites de dérivations différentes peut-on obtenir à partir de A ?