

Automates à piles & grammaires

Feuille de travaux dirigés n°11

27–30 avril 2009

1. Donnez une grammaire algébrique pour engendrer le langage accepté par l'automate à pile M :

$$M = [Q = \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Gamma = \{X, Z\}, q_0, \emptyset, Z, \delta]$$

dont la fonction de transition est donnée par la table :

état	lecture	pile	nouvel état	empiler
q_0	1	Z	q_0	XZ
q_0	1	X	q_0	XX
q_0	0	X	q_1	X
q_0	ε	Z	q_0	ε
q_1	1	X	q_1	ε
q_1	0	Z	q_0	Z

2. Sur l'alphabet $\Sigma = \{1, 2, +, =\}$, on considère l'ensemble des mots représentant une égalité numérique (vraie !). Par exemple :

- $1 + 1 = 2$
- $1 + 2 = 1 + 2$
- $1 + 2 + 1 = 2 + 2$

Dans le TD précédent, on a construit un automate à pile qui accepte ce langage. Retrouvez la grammaire à partir de cet l'automate à pile suivant : $M = [\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{1, 2, +, =\}, \{Z, X, Y\}, q_0, \emptyset, Z, \delta]$

état	lecture	pile	nouvel état	empiler	état	lecture	pile	nouvel état	empiler
q_0	1	Z	q_0	YZ	q_1	1	X	q_3	—
q_0	2	Z	q_0	YXZ	q_3	ε	X	q_1	Y
q_0	+	Y	q_0	X	q_1	2	X	q_2	—
q_0	1	X	q_0	YX	q_2	ε	X	q_3	—
q_0	2	X	q_0	YXX	q_1	+	Y	q_1	X
q_0	=	Y	q_1	X	q_3	ε	Z	q_3	—

3.

Dans ce qui suit nous utiliserons l'alphabet ternaire $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Le but de cet exercice est de trouver une grammaire et un automate à pile simple pour le langage des écritures en base 3 des nombres pairs et dont les écritures en base 3 contiennent autant de 0 que de 1 (pour éviter tout malentendu, on considère qu'il n'y a pas de 0 en tête).

- Construire un automate à pile ayant deux états qui reconnaît le langage $L = \{1w \in \Sigma^* t.q. |w|_0 = 1 + |w|_1\}$ par état final.
- Construire un automate fini, qui reconnaît les mots ternaires représentant des nombres pairs.
- Construire l'automate, produit de l'automate à pile et de l'automate fini.
- Transformer l'automate obtenu en un automate qui accepte par pile vide.
- En utilisant l'algorithme du cours, construire la grammaire qui engendre le langage reconnu par l'automate à pile obtenu.
- Nettoyer la grammaire ainsi obtenue.