

## Un bref corrigé pour le devoir n° 9

On donne une grammaire sous forme normale de Greibach (modifiée) qui engendre l'ensemble des mots de longueur paire qui ne sont pas des palindromes (cf. TD n° 8, exo 2.b) sur l'alphabet  $\{1,2,3,4\}$ .

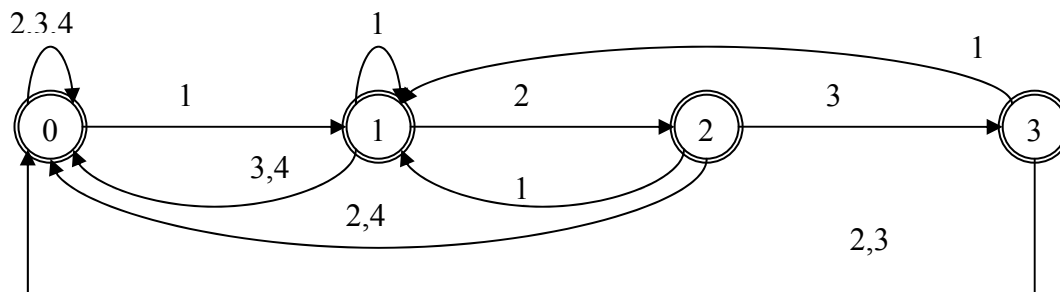
Dans toute la suite

- $x$  désigne un chiffre quelconque de  $\{1,2,3,4\}$
- $y$  désigne une lettre quelconque de  $\{U,D,T,Q\}$
- $\text{Prem}(1)=U$  ;  $\text{Prem}(2)=D$  ;  $\text{Prem}(3)=T$  ;  $\text{Prem}(4)=Q$

Les productions de la grammaire  $G$  sont :

- $S \rightarrow x S \text{Prem}(x)$  (4 productions)
- $S \rightarrow x R Y$  avec  $Y \neq \text{Prem}(x)$  (12 productions)
- $R \rightarrow x R Y$  (16 productions)
- $R \rightarrow \varepsilon$
- $\text{Prem}(x) \rightarrow x$  (4 productions)

Un automate déterministe non complet qui reconnaît l'ensemble des mots ne contenant pas le facteur 1234 est  $A$ , l'automate suivant ayant 4 états qui sont tous gagnants :



La grammaire  $H$  sous FNG donne un automate à pile à un seul état. En faisant le produit de cet automate à pile à un état avec l'automate fini  $A$ , on obtient un automate à pile à quatre états dont les transitions sont données par :

- pour toute transition  $q' \in \delta(q,a)$  de  $A$  on obtient 9 transitions

état	lecture	pile	n. état	empiler
$q$	$x$	$S$	$q'$	$S \text{Prem}(x)$
$q$	$x$	$S$	$q'$	$R Y$ avec $Y \neq \text{Prem}(x)$
$q$	$x$	$R$	$q'$	$R Y$
$q$	$x$	$\text{Prem}(x)$	$q'$	$\varepsilon$

- pour tout état  $q$  de  $A$  on a la transition

état	lecture	pile	n. état	empiler
$q$	$\varepsilon$	$R$	$q$	$\varepsilon$

- on ajoute la production initiale

état	lecture	pile	n. état	empiler
$0$	$\varepsilon$	$Z$	$0$	$S Z$

- on ajoute les quatre productions « de reconnaissance » pour tout état de  $A$

état	lecture	pile	n. état	empiler
$q$	$\varepsilon$	$Z$	$4$	$\varepsilon$

où 4 est un nouvel état.

On obtient un automate à pile qui reconnaît à la fois par pile vide et par état final (état 4) le langage cherché.