

Lemme de l'étoile

Feuille de travaux dirigés n°6

20 – 26 mars 2008

Devoir 6. Les conjugués

Soit Σ un alphabet fini. Deux mots $w, w' \in \Sigma^*$ sont conjugués s'il existe deux mots $u, v \in \Sigma^*$ tels que $w = uv$ et $w' = vu$. Dans la suite, on note $C(w)$ l'ensemble des conjugués du mot $w \in \Sigma^*$. De même, pour un langage $L \subset \Sigma^*$, on note $C(L) = \bigcup_{w \in L} C(w)$ l'ensemble des conjugués des mots de L .

a) Donner $C(aabaab)$.

b) Donner $C(a^n b^n | n > 0)$.

c) Montrer que si L est un langage rationnel alors $C(L)$ l'est aussi, en adaptant l'automate fini qui reconnaît L .

d) Donner un exemple de votre construction.

Corrigé partiel

a) $C(aabaab) = \{abaaba, baabaa, aabaab\}$.

b) $C(\{a^n b^n | n > 0\}) = \{a^i b^n a^{n-i}\} \cup \{b^i a^n b^{n-i}\}$.

c) Soit $A = (Q, q_0, F, \delta)$ un automate déterministe qui reconnaît le langage L . Pour tout état q et q' de Q , on note $L(q, q')$ l'ensemble des mots reconnus par A en prenant q comme état initial et q' comme unique état de reconnaissance. Ainsi L est l'union des $L(q_0, f)$ pour tout état f appartenant à F . Pour tout état q de Q et tout état f de F , le langage $L(q, f).L(q_0, q)$ est inclus dans $C(L)$ et réciproquement tout mot vu de $C(L)$ appartient à la concaténation de $L(\delta(u), \delta(uv)).L(q_0, \delta(u))$. Donc $C(L)$ est l'union des $L(q, f).L(q_0, q)$ où q appartient à Q et f à F .