SI 3 **Année 2008-2009**
Informatique théorique **Langages Formels et Automates**

Grammaires et automates

Feuille de travaux dirigés n^{o}8

23–27 mars 2009

1. Soit l'automate fini défini par $A = \langle Q = \{q_0, ..., q_{10}\}, \Sigma = \{a, b\}, \delta, I = \{q_0\}, T = \{q_{10}\}\rangle$ avec

δ	ε	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_1, q_7\}$		
q_1	$\{q_2, q_4\}$		
q_2		q_3	
q_3	q_6		
q_4			q_5
q_5	q_6		
q_6	$\{q_1, q_7\}$		
q_7		q_8	
q_8			q_9
q_9			q_{10}

a) Donner une expression rationnelle simple qui dénote le langage reconnu par cet automate.
b) Donner une grammaire qui engendre le langage correspondant à cette expression rationnelle.

2. Donner une grammaire qui engendre chacun des langages suivants :
a) Le langage des mots formés de 0 et de 1, de longueur quelconque, tels que toute sous-chaîne de longueur 5 contienne au moins un 0.
b) Le langage des mots sur l'alphabet $\{a, b, c\}$ dont la première et la dernière lettre sont différentes.

3. Nettoyez la grammaire :

$$N = \{S, X, Y, Z\}$$
$$T = \{a, b, c\}$$
$$S$$
$$P \begin{cases} S \rightarrow SX \mid XY \mid SaZ \\ X \rightarrow aX \mid bY \mid c \\ Y \rightarrow SY \mid SbX \mid YY \\ Z \rightarrow aZ \mid bSX \mid c \end{cases}$$

4. Soit la grammaire :

$$N = \{S, A, B, D, E, F, G\}$$
$$T = \{0, 1\}$$
$$S$$
$$P \begin{cases} S \rightarrow 1B \mid 0E \mid 0EF \\ A \rightarrow G \mid 0E \\ B \rightarrow 0D \mid 1S \mid 0 \mid 1 \\ D \rightarrow G \mid 1E \\ E \rightarrow 0S \mid 1D \mid 0 \mid 1 \\ F \rightarrow 0F0 \\ G \rightarrow 0B \end{cases}$$

a) Donner un automate fini déterministe qui reconnaît le langage engendré par cette grammaire.
b) Quel est ce langage ?

5. Est-ce que les grammaires suivantes sont ambiguës ?
a)

$$\begin{array}{l} N = \{S, X, Y\} \\ T = \{a, b\} \\ S \\ P \left\{ \begin{array}{l} S \to XbY \\ X \to aX \mid \varepsilon \\ Y \to aY \mid bY \mid \varepsilon \end{array} \right. \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} N = \{S, X, Y\} \\ T = \{a, b\} \\ S \\ P \left\{ \begin{array}{l} S \to XaSbY \mid \varepsilon \\ X \to aX \mid \varepsilon \\ Y \to bY \mid \varepsilon \end{array} \right. \end{array}$$

6. Soit Σ l'alphabet composé des quatre premières lettres de votre nom (si votre nom ne comporte que trois lettres différentes, rajoutez la première lettre de l'alphabet latin qui n'y figure pas). Soit L le langage des mots m sur Σ qui sont des palyndrômes, dont la longueur est paire et qui ne contiennent pas comme facteur le mot w composé des quatre premiers caractères de votre nom.
a) Donnez une grammaire qui engendre le langage L.
b) Est-ce que votre grammaire est ambigüe ? Justifiez votre réponse en quelques lignes.
c) Est-ce que votre grammaire admet plusieurs suites de dérivation pour un même mot ? Si oui donnez un exemple, avec un mot de longueur au moins 10. Sinon, prouvez que pour tout mot de L il n'existe qu'un seule et unique suite de dérivation.