Systèmes d'équations et quotients

Feuille de travaux dirigés n^{o}3

9 février 2009

1. Soit l'automate fini $B = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ où $\Sigma = \{0, 1\}$, $F = \{q_1, q_2\}$ défini par la table de transition suivante :

	0	1
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_3
q_2	q_1	q_2
q_3	q_1	q_3

a) Donnez une représentation graphique de B

b) En utilisant les systèmes d'équations gauche, trouvez une expression rationnelle décrivant $L(B)$.

c) En utilisant les systèmes d'équations droite, trouvez une expression rationnelle décrivant $L(B)$.

2. Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ et l'automate $A = \langle \Sigma, Q = \{1, 2, 3, 4\}, I = \{1\}, T = \{1\}, \delta \rangle$, où δ est définie par :

δ	a	b
1	2	3
2	1	4
3	4	1
4	3	2

En utilisant les systèmes d'équations gauche, trouvez une expression rationnelle décrivant $L(A)$.

Rappel des règles de calcul des quotients gauches

$$
\begin{array}{ll}
a^{-1}\varnothing = a^{-1}\varepsilon = \varnothing & a^{-1}(X+Y) = a^{-1}X + a^{-1}Y \\
a^{-1}a = \varepsilon & a^{-1}X^\star = (a^{-1}X).X^\star \\
a^{-1}b = \varnothing \text{ pour } a \neq b & a^{-1}(X.Y) = (a^{-1}X).Y + (X \cap \{\varepsilon\})a^{-1}Y
\end{array}
$$

3. Soit L le langage des mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ admettant $baba$ comme suffixe.
a) Construisez un automate non déterministe qui reconnaît L ;
b) Déterminisez l'automate obtenu ;
c) Calculez $Q(L)$, l'ensemble des quotients gauches de ce langage ;
d) Déduisez-en l'automate minimal.

4. Prenez les quatre premières lettres de votre nom, écrits en majuscule. Transformez ce mot en une suite de 4 chiffres entre 0 et 5, en attribuant à chaque lettre sa valeur en code ASCII, modulo 6 (A=65 devient 5 ; B=66 devient 0 ; ...). Soit $w = n_1n_2n_3n_4$ le mot ainsi obtenu. Soit L le langage des mots contenant ces chiffres dans l'ordre, c.à.d. $L = \Sigma^\star n_1 \Sigma^\star n_2 \Sigma^\star n_3 \Sigma^\star n_4 \Sigma^\star$. En utilisant la méthode des quotients gauches construisez un automate fini déterministe minimale qui reconnaît L.