



中国海洋大学
OCEAN UNIVERSITY OF CHINA

数字逻辑 04 组合线路分析

卡诺图化简和组合线路基础

杨永全

计算机科学与技术学院

目录

1. 课程目标
2. 课程内容
3. 课堂练习
4. 课堂讨论
5. 课堂总结
6. 作业

1.课程目标

1. 目标

1. 熟练掌握逻辑函数的卡诺图化简方法
2. 掌握组合线路分析方法

2.课程内容

1. 卡诺图化简

任两个相邻单元可以形成一个圆，消去一个变量

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				1
$\bar{A}B$				
AB		1	1	
$A\bar{B}$				1

$$\begin{aligned} F_1 &= AB\bar{C}D + ABCD \\ &= ABD \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} \\ &= \bar{B}C\bar{D} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ &= ABD + \bar{B}C\bar{D} \end{aligned} \quad (3)$$

1. 卡诺图化简

任四个相邻单元可以形成一个圆，消去两个变量

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$		1	1	
AB		1	1	
$A\bar{B}$				

$$\begin{aligned}F &= AB\bar{C}D + ABCD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD \\&= \bar{A}B(\bar{C}D + CD) + AB(\bar{C}D + CD) \quad (4) \\&= BD\end{aligned}$$

1. 卡诺图化简

任八个相邻单元可以形成一个圆，消去三个变量

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$		1	1	
$\bar{A}B$		1	1	
AB		1	1	
$A\bar{B}$		1	1	

$$F = D \quad (5)$$

1. 卡诺图化简

几个概念

- 蕴涵项：F 表示为积之和式，则任一乘积项称为蕴含项。
- 素项：某蕴涵项不是其他蕴涵项的子集，则为素项。
- 实质素项：某一函数的素项所包含的至少一个最小项不是其他任何素项的子集。

1. 卡诺图化简

举例说明一下

$$F = \sum(0, 5, 7, 8, 9, 10, 14, 15) \quad (6)$$

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	0			
$\overline{A}B$		5	7	
AB			15	14
$A\overline{B}$	8	9	11	10

$$A = \sum(0, 8)$$

$$B = \sum(5, 7)$$

$$C = \sum(7, 15)$$

$$D = \sum(10, 11, 14, 15)$$

$$E = \sum(8, 9, 10, 11)$$

$$F = \sum(8, 9)$$

$$G = \sum(10, 11)$$

$$H = \sum(14, 15)$$

1. 卡诺图化简

卡诺图化简步骤

- 作出卡诺图，找出全部素项。
- 找出实质素项。
- 求出最简素项集（保证覆盖所有最简项）。

1. 卡诺图化简

例 1 使用卡诺图化简逻辑函数

$$F(A, B, C) = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 7) \quad (7)$$

	$\overline{B}\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
\overline{A}	0	1		2
A	4	5	7	

$$F = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C}$$

1. 卡诺图化简

例 2 使用卡诺图将下式化简为最简或与式

$$Y = \prod(4, 5, 6, 7, 9, 11) \quad (8)$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$	4	5	7	6
AB				
$A\bar{B}$		9	11	

$$\bar{Y} = \sum(4, 5, 6, 7, 9, 11)$$

对其进行化简:

$$\bar{Y} = \bar{A}B + A\bar{B}D$$

应用德摩根定理:

$$Y = (A + \bar{B})(\bar{A} + B + \bar{D})$$

1. 卡诺图化简

例 3 使用卡诺图进行化简

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad (9)$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1		1	1
$\bar{A}B$		1		1
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$$F = A + C\bar{D} + \bar{B}C + \bar{B}\bar{D} + B\bar{C}D$$

1. 卡诺图化简

我们来总结一下

- 画出卡诺图
- 先画大圈，再画小圈，直到所有的内容都覆盖
- 根据每一个圈，写出化简后的表达式

1. 卡诺图化简

八个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	1	1	1	1

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB				
$A\bar{B}$				

1. 卡诺图化简

八个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1		
$\bar{A}B$	1	1		
AB	1	1		
$A\bar{B}$	1	1		

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$			1	1
$\bar{A}B$			1	1
AB			1	1
$A\bar{B}$			1	1

1. 卡诺图化简

八个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$		1	1	
$\bar{A}B$		1	1	
AB		1	1	
$A\bar{B}$		1	1	

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$				

1. 卡诺图化简

八个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1			1
$\bar{A}B$	1			1
AB	1			1
$A\bar{B}$	1			1

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$	1	1	1	1

1. 卡诺图化简

四个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1			
$\bar{A}B$	1			
AB	1			
$A\bar{B}$	1			

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

1. 卡诺图化简

四个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1		
$\bar{A}B$	1	1		
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1		
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$	1	1		

1. 卡诺图化简

四个连在一起的情况

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$	1			1
AB	1			1
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1			1
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$	1			1

1. 卡诺图化简

化简结果并不唯一

	$\overline{B} \overline{C}$	$\overline{B} C$	BC	$B\overline{C}$
\overline{A}		1	1	1
A	1	1		1

1. 卡诺图化简

卡诺图化简的优势

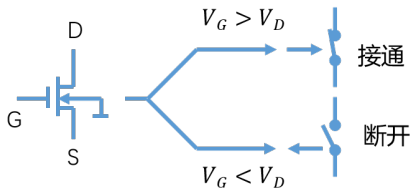
- 简单，直观
- 能够得到最简形式

卡诺图化简的劣势

- 操作步骤繁琐，慢
- 适用于 4 个变量以下（五个变量以上会比较复杂）

2. 组合线路分析 1. 门电路

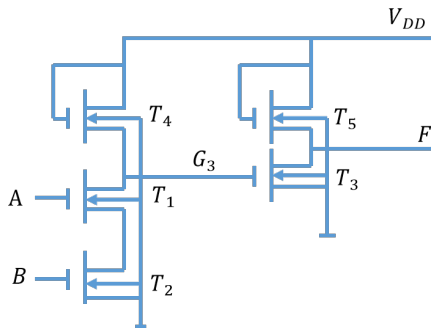
基本概念



- 源极 (S)、栅极 (G)、漏极 (D)
- 栅极为高电位时，源极和漏极之间导通，为低阻抗
- 栅极为低电位时，源极和漏极之间截止，为高阻抗

2. 组合线路分析 1. 门电路

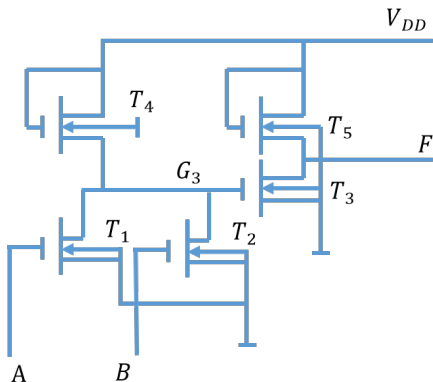
与门



- A、B 任一输入端为低电位，则 T_1 和 T_2 必有一个截止状态， G_3 点为高电位， T_3 导通，输出 F 为低电位。
- A、B 输入端均为高电位，则 T_1 和 T_2 管均导通， G_3 点为低电位， T_3 截止，输出 F 为高电位。

2. 组合线路分析 1. 门电路

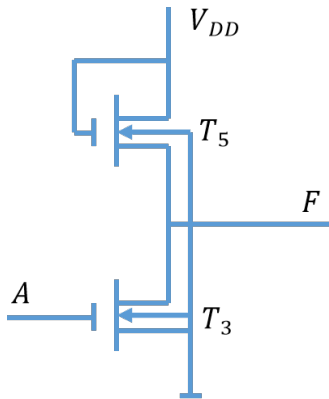
或门



- A 或 B 为高电位时, T_1 或 T_2 有一个管导通, G_3 点位低电位, T_3 管截止, 输出 F 为高电位。
- A 和 B 全为低电位时, T_1 、 T_2 管截止, G_3 点位高电位, T_3 管导通, 输出 F 为低电位。

2. 组合线路分析 1. 门电路

非门



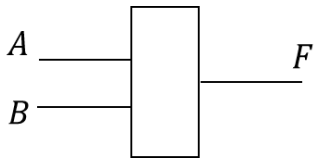
- A 为高电位时， T_3 管导通，输出 F 为低电位。
- A 为低电位时， T_3 管截止，输出 F 为高电位。

2. 组合线路分析 2.1 门电路的主要外特性参数

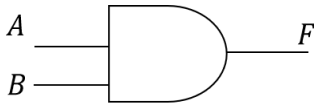
- 标称逻辑电平：电路中表示 0、1 的理想电平值为标称逻辑电平
- 关门电平 V_{OFF} ：保证输出为标准低电平的最大输入低电平值（关门电平表示“0”的最大低电平值）
- 开门电平 V_{ON} ：保证输出为标准高电平的最小输入高电平值（开门电平表示“1”的最小高电平值）
- 扇入系数 N_R 是门电路允许的输入端数目，一般小于 8
- 扇出系数 N_C 是门电路能与下一级多少个输入端相连

2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

与门

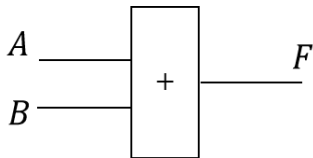


与门: $F = AB$

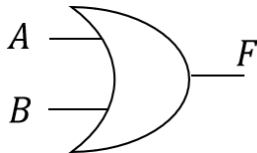


2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

或门

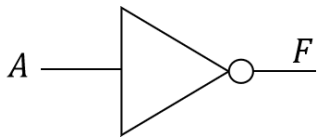


或门: $F = A + B$

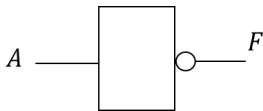


2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

非门

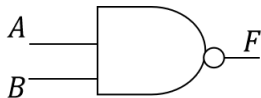
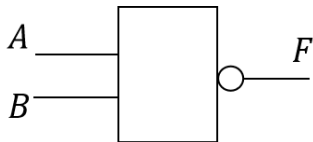


非门: $F = \bar{A}$



2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

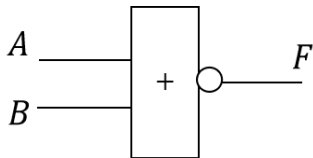
与非门



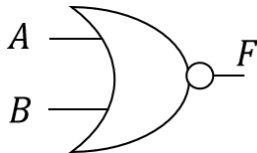
与非门: $F = \overline{AB}$

2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

或非门

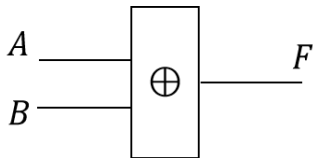


■ 或非门: $F = \overline{A + B}$

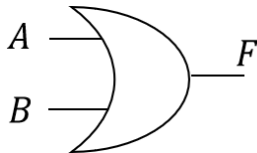


2. 组合线路分析 3. 门电路的逻辑符号

异或门



■ 异或门: $F = A \oplus B$



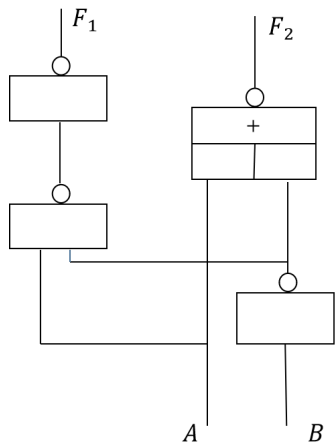
2. 组合线路分析 4.组合线路的分析方法

组合线路分析，就是确定给定组合线路的输出与输入之间的关系，进而判断该线路的逻辑功能。

- 给定组合线路
- 列写逻辑表达式
- 列真值表
- 指出线路的逻辑功能
- 对线路的评价与改进

2. 组合线路分析 4.组合线路的分析方法

试用列写逻辑表达式法分析下面逻辑电路的功能。



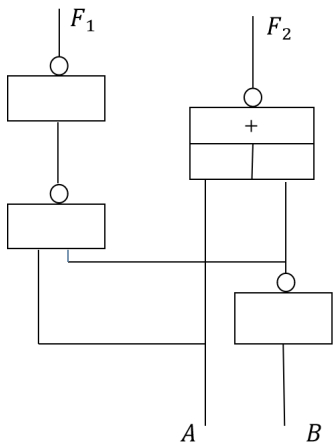
1. 写出逻辑表达式

$$F_1 = \overline{\overline{A} \overline{B}} = A\overline{B}$$

$$F_2 = \overline{A + \overline{B}} = \overline{A}B$$

2. 组合线路分析 4.组合线路的分析方法

试用列写逻辑表达式法分析下面逻辑电路的功能。



1. 写出逻辑表达式

$$F_1 = \overline{A}B = \overline{A}B$$

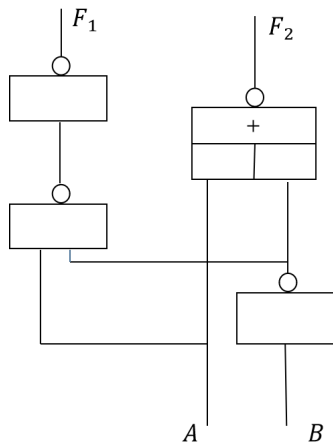
$$F_2 = A + \overline{B} = \overline{A}B$$

2. 写出真值表

A	B	F_1	F_2
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

2. 组合线路分析 4.组合线路的分析方法

试用列写逻辑表达式法分析下面逻辑电路的功能。



3. 分析功能

电路的功能为判 A、B 的大小， $A=B$ ， F_1F_2 为 00； $A<B$ ， F_1F_2 为 01； $A>B$ ， F_1F_2 为 10

3.课堂练习

1. 问题

使用卡诺图化简下列逻辑函数为最简积之和式

■ $F = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 7)$

■ $F = \sum(2, 3, 6, 7, 8, 10, 12, 14)$

2. 答案

化简后的结果

$$F = \bar{B} + AC + \bar{A}\bar{C}$$

$$F = \bar{A}C + A\bar{D}$$

4.课堂讨论

1. 问题

在海大好声音的例子中，如果改变一下规则：如果学员要通过，必须要求两个以上的导师通过，并且其中至少要包含刘老师，根据学习过的编码规则和卡诺图化简原理，有什么方法能让最终的线路更加简单吗？

可以使用德摩根定理证明最大项和最小项表达式之间的关系吗？

5.课堂总结

1. 课堂总结

笔记

现在可以总结自己的笔记，提炼大纲，回顾课程。

总结

还可以将课程的总结、心得记录在总结区。

6.作业

1. 题目

使用卡诺图化简下列逻辑函数为最简积之和式（4 分）

■ $F = \sum(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14)$

① 注意

- 1、先画出正确的卡诺图
- 2、在卡诺图上画圈后，依次写出表达式



中国海洋大学
OCEAN UNIVERSITY OF CHINA

问答环节