Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 4

Consigna

Usar el **criterio del cociente** para estudiar la convergencia de las siguientes series:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$

Resolución

Serie #1

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$

Utilicemos el criterio del cociente:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{(\sqrt{2})^{n+1}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^n}{2n-1}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{\sqrt{2}(2n-1)}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{2n\sqrt{2}}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Entonces, como $L < 1 : \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$ converge.

Serie #2

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$

Utilicemos el criterio del cociente:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \cdot \frac{n^n}{n!}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n(1+\frac{1}{n})}\right)^n$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^n$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(1+\frac{1}{n})^n}$$
$$=$$
$$\frac{1}{e}$$

Donde la última igualdad es un resultado teórico de sucesiones.

Concluyendo, como $L < 1 : \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$ converge.