

Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 5

Consigna

Calcular el polinomio de Taylor de grado 3 de $f(x, y, z) = \frac{yz}{x}$ en el punto $(1, 0, 0)$.

Resolución

La estrategia para este ejercicio será usar la propiedad del producto para polinomios de Taylor que ya vimos en anteriores ejercicios. Notemos que $f(x, y, z) = \frac{1}{x} \cdot yz$

Por lo que es un producto de las funciones:

- $h(x) = \frac{1}{x}$
- $g(y, z) = yz$

Como g es una función polinómica, tenemos que en $(0, 0)$:

- $T_3g(y, z) = yz$

Por otro lado, como en queremos evaluar con $x = 1$, veremos ese desarrollo de Taylor para h :

- $T_3h(x) = 1 - (x - 1) + (x - 1)^2 - (x - 1)^3$

Con esto, ya estamos en condiciones de usar la propiedad del producto:

$$\begin{aligned} & T_3f(x, y, z) \\ & \quad = (\text{propiedad del producto}) \\ & T_3h(x) \cdot T_3g(y, z) \\ & \quad = (\text{reemplazando por lo conocido (ya eliminando los términos de grado mayor a tres)}) \\ & yz - (x - 1)yz \\ & \quad = (\text{operatoria}) \\ & 2yz - xyz \end{aligned}$$