

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 6

### Consigna

Usar el **criterio de la raíz** para estudiar la convergencia de las siguientes series:

1.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$
2.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

### Resolución

#### Serie #1

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$

Utilicemos el criterio de la raíz para clasificar la serie:

$$\begin{aligned}
& \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}} \\
&= \\
& \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2n-1}}{\sqrt[n]{(\sqrt{2})^n}} \\
&= \\
& \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2n-1}}{\sqrt{2}} \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} (2n-1)^{\frac{1}{n}} \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\log((2n-1)^{\frac{1}{n}})} \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{n} \log(2n-1)} \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{\log(2n-1)}{n}} \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} e^0 \\
&= \\
& \frac{1}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, como  $L < 1$ :  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$  es convergente.

## Serie #2

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

Utilicemos el criterio de la raíz para clasificar la serie:

$$\begin{aligned}
& \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n} \\
&= \\
& \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n-1} \\
&= \\
& \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n} \\
&= \\
& \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, como  $L < 1 : \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$  es convergente.