

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 4

### Consigna

Las siguientes sucesiones son convergentes ( $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$ ), es decir, que dado  $\varepsilon > 0$  existe  $n_0 \in \mathbb{N}$  (dependiendo de  $\varepsilon$ ) tal que para todo  $n \geq n_0$ , se cumple  $|a_n - L| < \varepsilon$ .

Determinar en cada caso el primer valor de  $n_0$  que corresponde a los siguientes valores de  $\varepsilon$ : 1, 0.1, 0.01.

1.  $a_n = \frac{1}{n}$

2.  $a_n = \frac{n}{n+1}$

3.  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

4.  $a_n = \frac{1}{n!}$

5.  $a_n = \frac{2n}{n^3+1}$

### Resolución

#### Parte 1

- $a_n = \frac{1}{n}$

Sabemos que  $\lim a_n = 0$ , veamos que  $n_0$  nos sirve para cada  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = 1$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{1}{n}| < 1$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 2$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{10}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{1}{n}| < \frac{1}{10}$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 11$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{100}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{1}{n}| < \frac{1}{100}$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 101$ .

## Parte 2

- $a_n = \frac{n}{n+1}$

Sabemos que  $\lim a_n = 1$ , veamos que  $n_0$  nos sirve para cada  $\varepsilon$

$$\varepsilon = 1$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{n}{n+1} - 1| < 1$ , es decir:
- $|\frac{-1}{n+1}| < 1$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 1$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{10}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{n}{n+1} - 1| < \frac{1}{10}$ , es decir:
- $|\frac{-1}{n+1}| < \frac{1}{10}$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 10$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{100}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

- $|\frac{n}{n+1} - 1| < \frac{1}{100}$ , es decir:
- $|\frac{-1}{n+1}| < \frac{1}{100}$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 100$ .

## Parte 3

- $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

Sabemos que  $\lim a_n = 0$ , veamos que  $n_0$  nos sirve para cada  $\varepsilon$

$$\varepsilon = 1$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

$$\bullet \quad \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| < 1$$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 2$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{10}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

$$\bullet \quad \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| < \frac{1}{10}$$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 11$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{100}$$

Queremos verificar para que  $n_0$  se cumple que:

$$\bullet \quad \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| < \frac{1}{100}$$

Esto se cumple a partir de  $n_0 = 101$ .

## Partes restantes

Son análogas a las anteriores.