

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 3

### Consigna

Expresar en notación binómica:

1.  $e^{i\frac{\pi}{2}}$
2.  $3e^{\pi i}$
3.  $\frac{1-e^{\frac{\pi}{2}i}}{1+e^{\frac{\pi}{2}i}}$
4.  $(i+1)^{100}$

### Resolución

#### Parte 2

- $z = 3e^{i\pi}$ 
  - Módulo:  $|z| = 3$
  - Argumento:  $\theta = \pi$

Para hallar la notación binómica utilizamos que:

- $a = |z| \cdot \cos\theta = 3 \cdot \cos(\pi) = -3$
- $b = |z| \cdot \sin\theta = 3 \cdot \sin(\pi) = 0$

Por lo tanto:

- $z = -3 + 0i$

#### Parte 3

- $z = \frac{1-e^{\frac{\pi}{2}i}}{1+e^{\frac{\pi}{2}i}}$

Antes que nada, obtengamos la notación binómica de  $e^{i\frac{\pi}{2}}$  para obtener una expresión más fácil:

- Módulo:  $|e^{i\frac{\pi}{2}}| = 1$
- Argumento:  $|e^{i\frac{\pi}{2}}| = \frac{\pi}{2}$

Entonces:

- $a = 1 \cdot \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$

- $b = 1 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Por lo tanto:

- $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

Ahora, volviendo a  $z$ , tenemos que:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1-i}{1+i} \\ &= \frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} \\ &= \frac{1-2i-1}{2} \\ &= \frac{-2i}{2} \\ &= -i \end{aligned}$$

## Parte 4

- $z = (i+1)^{100}$

Claramente es imposible calcular esto con la notación binómica que tenemos, y recordando que para calcular productos, la notación polar es mucho más práctica, transformemos  $i+1$  a dicha notación para facilitar el cálculo:

- $i+1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} z &= (\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}})^{100} \\ &= \sqrt{2}^{100} e^{i\frac{100\pi}{4}} \\ &= 2^{50} e^{i25\pi} \end{aligned}$$

Lo que nos deja el siguiente módulo y argumento:

- Módulo:  $2^{50}$
- Argumento:  $25\pi \sim \pi$

Entonces ahora hallemos  $a, b$  para la notación binómica:

- $a = 2^{50} \cos(\pi) = -2^{50}$
- $b = 2^{50} \text{sen}(\pi) = 0$

Entonces  $z = -2^{50}$