

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 12

### Consigna

Se sabe que  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  es diferenciable en el origen y verifica:

- $f_x(0, 0) = 2$ ,
- $f_y(0, 0) = -1$

Calcular  $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$  para  $v = (h, k)$  no nulo.

### Resolución

Este ejercicio es muy básico, como la función es diferenciable en el origen, podemos aplicar el teorema sobre la diferenciabilidad que nos dice que:

- Si una función es diferenciable en un punto, entonces en ese punto existen todas las derivadas direccionales y valen  $\frac{\partial f}{\partial(v_1, v_2)}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)v_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)v_2 = \langle \nabla f(x_0, y_0), (v_1, v_2) \rangle$

Entonces simplemente aplicamos esto:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial(h, k)}(0, 0) \\ &= (\text{por el teorema mencionado anteriormente}) \\ & \langle \nabla f(0, 0), (h, k) \rangle \\ &= (\text{conociendo } \nabla f(0, 0)) \\ & \langle (2, -1), (h, k) \rangle \\ &= (\text{producto interno est\'andar}) \\ & 2h - k \end{aligned}$$

Esto resuelve el ejercicio.