

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 5

### Consigna

Verificar que la función  $u(x, t) = e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx)$  satisface la ecuación del calor.

- $u_t = a^2 u_{xx}$

### Resolución

La solución es bastante fácil, calcular  $u_{xx}$  es lo primero:

- $u_x(x, t) = k e^{-a^2 k^2 t} \cos(kx)$
- $u_{xx}(x, t) = -k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx)$

Por otra parte, tenemos que calcular  $u_t$ :

- $u_t(x, t) = -a^2 k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx)$

Esto efectivamente verifica que:

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} \\ \Leftrightarrow & \text{(reemplazando por lo calculado)} \\ -a^2 k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx) &= a^2 (-k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx)) \\ \Leftrightarrow & \text{(operatoria)} \\ -a^2 k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx) &= -a^2 k^2 e^{-a^2 k^2 t} \sin(kx) \end{aligned}$$

Como lo último se cumple, tenemos que la función  $u(x, t)$  cumple con la ecuación del calor.