Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 2

Consigna

Hallar el dominio y los conjuntos de nivel de las siguientes funciones:

1. $\frac{x}{x-y-z}$
2. $\sin(x^2 + y^2 + z^2)$

Resolución

Función #1

- $\frac{x}{x-y-z}$

El dominio de esta función es el siguiente:

- $D = \{(x, y, z) : x \neq y + z\} \subset \mathbb{R}^3$

Veamos ahora los conjuntos de nivel:

- Si $a \neq 1$, entonces $\frac{x}{x-y-z} = a \to x = ax - a(y + z) \to x = \frac{-a(y+z)}{-a+1}$. Por lo tanto $C_a = \{(x, y, z) \in D : \frac{-a(y+z)}{-a+1}\}$
- Por otro lado, si $a = 1$, tenemos que $\frac{x}{x-y-z} = 1 \to -y - z = 0$. Por lo tanto $C_1 = \{(x, y, z) \in D : -y = z\}$

Función #2

- $\sin(x^2 + y^2 + z^2)$

Veamos los conjuntos de nivel, para esto observemos rápidamente que si $a \notin [0, 1], C_a = \emptyset$, pues sin oscila en esos valores.

- Si $a \in [0, 1]$, entonces: $\sin(x^2 + y^2 + z^2) = a \to x^2 = \arcsin(a) - y^2 - z^2 \to x = \pm\sqrt{\arcsin(a) - y^2 - z^2}$. Por lo tanto $C_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = \pm\sqrt{\arcsin(a) - y^2 - z^2}\}$

Otra forma de verlo:

- $C_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \|(x, y, z)\|^2 = \arcsin(a)\}$