

Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 9

Consigna

Sea $A = \{(\cos(\frac{\pi}{7}) + i \sin(\frac{\pi}{7}))^n : n \in \mathbb{N}\}$

¿Cuántos elementos tiene el conjunto A ?

Resolución

La resolución es muy simple, observando primero que el módulo de dicho complejo es 1 (por lo tanto elevarlo a la n no lo altera), solo nos tenemos que fijar cuando se empieza a repetir el argumento.

Expresemos el conjunto dado usando notación polar:

- $A = \{e^{i\frac{n\pi}{7}} : n \in \mathbb{N}\}$

Por lo tanto sus elementos son:

- $z_0 = 1$
- $z_1 = e^{i\frac{\pi}{7}}$
- $z_2 = e^{i\frac{2\pi}{7}}$
- $z_3 = e^{i\frac{3\pi}{7}}$
- $z_4 = e^{i\frac{4\pi}{7}}$
- $z_5 = e^{i\frac{5\pi}{7}}$
- $z_6 = e^{i\frac{6\pi}{7}}$
- $z_7 = e^{i\pi}$
- $z_8 = e^{i\frac{8\pi}{7}}$
- $z_9 = e^{i\frac{9\pi}{7}}$
- $z_{10} = e^{i\frac{10\pi}{7}}$
- $z_{11} = e^{i\frac{11\pi}{7}}$
- $z_{12} = e^{i\frac{12\pi}{7}}$
- $z_{13} = e^{i\frac{13\pi}{7}}$

Entonces la respuesta final es que A tiene 14 elementos.