

Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 12

Consigna

Se sabe que $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en el origen y verifica:

- $f_x(0, 0) = 2$,
- $f_y(0, 0) = -1$

Calcular $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ para $v = (h, k)$ no nulo.

Resolución

Este ejercicio es muy básico, como la función es diferenciable en el origen, podemos aplicar el teorema sobre la diferenciabilidad que nos dice que:

- Si una función es diferenciable en un punto, entonces en ese punto existen todas las derivadas direccionales y valen $\frac{\partial f}{\partial (v_1, v_2)}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)v_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)v_2 = \langle \nabla f(x_0, y_0), (v_1, v_2) \rangle$

Entonces simplemente aplicamos esto:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial (h, k)}(0, 0) \\ &= (\text{por el teorema mencionado anteriormente}) \\ & \langle \nabla f(0, 0), (h, k) \rangle \\ &= (\text{conociendo } \nabla f(0, 0)) \\ & \langle (2, -1), (h, k) \rangle \\ &= (\text{producto interno estándar}) \\ & 2h - k \end{aligned}$$

Esto resuelve el ejercicio.