

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 2

### Consigna

Expresar los siguientes números complejos en:

- Forma binómica:  $a + bi$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$
- Notación polar:  $re^{i\theta}$ , con  $r > 0$  y  $\theta \in \mathbb{R}$

1.  $(1 + i)^2$
2.  $\frac{1}{i}$
3.  $\frac{1}{1+i}$
4.  $(2 + 3i)(3 - 4i)$
5.  $(1 + i)(1 - 2i)$
6.  $i^5 + i^{16}$
7.  $-1$
8.  $-3i$
9.  $1 + i + i^2 + i^3$
10.  $\frac{1}{2}(1 + i)(1 - i^{-8})$
11.  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$
12.  $\frac{1}{(1+i)^2}$

### Resolución

#### Parte 4

Forma binómica y representación en el plano

- $z = (2 + 3i)(3 - 4i)$

Operando:

$$\begin{aligned}(2 + 3i)(3 - 4i) &= 6 - 8i + 6i + 7 \\ &= 13 - 2i\end{aligned}$$

Figura 1

Figure 1: Figura 1

Figura 2

Figure 2: Figura 2

## Notación polar

- Módulo:  $|z| = \sqrt{13^2 + 2^2} = \sqrt{173}$
- Ángulo:  $\arctan(\frac{-2}{13}) \simeq -0,15264$

Es muy importante observar si el argumento tiene algún sentido o no. En este caso, si tiene sentido pues el ángulo nos lleva al cuadrante correcto.

## Parte 5

### Forma binómica y representación en el plano

- $z = (1 + i)(1 - 2i)$

Operando:

$$\begin{aligned}(1 + i)(1 - 2i) &= 1 - 2i + i + 2 \\ &= 3 + i\end{aligned}$$

## Notación polar

- Módulo:  $|z| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$
- Ángulo:  $\arctan(\frac{1}{3}) \simeq 0,32175$

Es muy importante observar si el argumento tiene algún sentido o no. En este caso, si tiene sentido pues el ángulo nos lleva al cuadrante correcto.

## Parte 10

- $z = \frac{1}{2}(1 + i)(1 - i^{-8})$

Operando:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(1 + i)(1 - i^{-8}) &= \frac{1}{2}(1 + i)(1 - 1) \\ &= 0\end{aligned}$$

Entonces este complejo es simplemente el 0.

## Parte 11

- $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

Figura 3

Figure 3: Figura 3

Figura 4

Figure 4: Figura 4

### Forma binómica y representación en el plano

En este caso no tenemos que operar, la forma binómica es:

- $\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$

### Notación polar

- Módulo:  $|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{1} = 1$
- Ángulo:  $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$

**Observación:** El ángulo se determina muy fácilmente usando el gráfico.

## Parte 12

- $z = \frac{1}{(1+i)^2}$

### Forma binómica y representación en el plano

Operando:

$$\begin{aligned}\frac{1}{(1+i)^2} &= \frac{1}{1+2i-1} \\ &= \frac{1}{2i} \\ &= \frac{1}{2i} \cdot \frac{-2i}{-2i} \\ &= \frac{1-2i}{4} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2}i\end{aligned}$$

### Notación polar

- Módulo:  $|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$
- Ángulo:  $\arctan\left(\frac{1}{4} \cdot (-2)\right) = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) \simeq -0,46364$

Es muy importante observar si el argumento tiene algún sentido o no. En este caso, si tiene sentido pues el ángulo nos lleva al cuadrante correcto.