

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 2

### Consigna

Hallar el dominio y los conjuntos de nivel de las siguientes funciones:

1.  $\frac{x}{x-y-z}$
2.  $\sin(x^2 + y^2 + z^2)$

### Resolución

#### Función #1

- $\frac{x}{x-y-z}$

El dominio de esta función es el siguiente:

- $D = \{(x, y, z) : x \neq y + z\} \subset \mathbb{R}^3$

Veamos ahora los conjuntos de nivel:

- Si  $a \neq 1$ , entonces  $\frac{x}{x-y-z} = a \rightarrow x = ax - a(y + z) \rightarrow x = \frac{-a(y+z)}{-a+1}$ . Por lo tanto  $C_a = \{(x, y, z) \in D : \frac{-a(y+z)}{-a+1}\}$
- Por otro lado, si  $a = 1$ , tenemos que  $\frac{x}{x-y-z} = 1 \rightarrow -y - z = 0$ . Por lo tanto  $C_1 = \{(x, y, z) \in D : -y = z\}$

#### Función #2

- $\sin(x^2 + y^2 + z^2)$

Veamos los conjuntos de nivel, para esto observemos rápidamente que si  $a \notin [0, 1]$ ,  $C_a = \emptyset$ , pues sin oscila en esos valores.

- Si  $a \in [0, 1]$ , entonces:  $\sin(x^2 + y^2 + z^2) = a \rightarrow x^2 = \arcsin(a) - y^2 - z^2 \rightarrow x = \pm \sqrt{\arcsin(a) - y^2 - z^2}$ . Por lo tanto  $C_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = \pm \sqrt{\arcsin(a) - y^2 - z^2}\}$

Otra forma de verlo:

- $C_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \|(x, y, z)\|^2 = \arcsin(a)\}$