

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 2 (evaluaciones anteriores)

### Consigna

La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \left( \frac{1}{3^n} + e^{-(n+1)^2} - e^{-n^2} \right)$

- (A) converge a  $\frac{3}{2}$ .
- (B) converge a  $\frac{1}{2}$ .
- (C) converge a 1.
- (D) converge a  $3 - e$ .
- (E) diverge.

### Resolución

- $\sum_{n=0}^{+\infty} \left( \frac{1}{3^n} + e^{-(n+1)^2} - e^{-n^2} \right)$

Notemos que podemos separar la serie en:

- $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{3^n} + \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-(n+1)^2} - e^{-n^2}$

Entonces para calcular el límite tenemos en cuenta que:

- La primera serie es geométrica, por lo tanto converge a  $\frac{3}{2}$ .
- Por otra parte la segunda es telescópica, al desarrollarse obtenemos que su reducida enésima es:

$$- s_n = e^{-(n+1)^2} - e^0$$

Por lo tanto el límite de esta es  $-1$ .

Por álgebra de límites, concluimos que la serie original converge a  $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ . Entonces la respuesta correcta es:

- (B) converge a  $\frac{1}{2}$ .