Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 6

Consigna

Usar el **criterio de la raíz** para estudiar la convergencia de las siguientes series:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

Resolución

Serie #1

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$

Utilicemos el criterio de la raíz para clasificar la serie:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{2n-1}}{\sqrt[n]{(\sqrt{2})^n}}$$
$$=$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{2n-1}}{\sqrt{2}}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n\to\infty} (2n-1)^{\frac{1}{n}}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n\to\infty} e^{log((2n-1)^{\frac{1}{n}})}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n\to\infty} e^{\frac{1}{n}\log(2n-1)}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n\to\infty} e^{\frac{\log(2n-1)}{n}}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{n\to\infty} e^{0}$$
$$=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Por lo tanto, como $L < 1 : \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$ es convergente.

Serie #2

- $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

Utilicemos el criterio de la raíz para clasificar la serie:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n}$$

$$=$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2n-1}$$

$$=$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n}$$

$$=$$

$$\frac{1}{2}$$

Por lo tanto, como $L < 1 : \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$ es convergente.