

# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 1

### Consigna

Estudiar monotonía, acotación y convergencia de las siguientes sucesiones  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , donde:

1.  $a_n = 1 + \frac{1}{n}$
2.  $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$
3.  $a_n = n + \frac{1}{n}$
4.  $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$
5.  $a_n = \frac{n^2}{2^n}$

### Resolución

#### Sucesión #1

- $a_n = 1 + \frac{1}{n}$
- Monotonía: Estrictamente decreciente.
  - Esto porque la sucesión  $a_n = \frac{1}{n}$  es estrictamente decreciente, y se está sumando a una función constante.
- Acotación: Acotada.
  - Pues  $a_1 = 2$  y luego decrece hasta casi llegar a 1.
- Convergencia:  $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$ 
  - Por suma de límites.

#### Sucesión #2

- $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$
- Monotonía: No es monótona.
  - Tiene términos cada vez más cercanos al uno, pero por arriba y por abajo.
- Acotación: Acotada.
  - Le sumamos/restamos a 1, términos cada vez más pequeños (y acotados).

- Convergencia:  $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \frac{(-1)^n}{n} = 1$ 
  - Por suma de límites.

### Sucesión #3

- $a_n = n + \frac{1}{n}$
- Monotonía: Estrictamente creciente.
  - Pues  $a_n = n$  es estrictamente creciente y le estamos sumando
- Acotación: No acotada
  - Crece hasta infinito.
- Convergencia:  $\lim_{n \rightarrow \infty} n + \frac{1}{n} = +\infty$ 
  - Por suma de límites.

### Sucesión #4

- $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$
- Monotonía: Monotona decreciente.
  - Pues el denominador crece muy ligeramente más rápido que el numerador, por lo tanto la función va decreciendo.
- Acotación: Acotada.
  - Pues empieza en  $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  y decrece hasta el límite 1.
- Convergencia:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2}} = 1$$

### Sucesión #5

- $a_n = \frac{n^2}{2^n}$
- Montonía: Monotona decreciente.
  - Pues el denominador crece más rápido que el numerador, por lo tanto la función va decreciendo.
- Acotación: Acotada.
  - Pues empieza en  $a_1 = 1$  y decrece hasta el límite 0
- Convergencia:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$ 
  - Por órdenes de crecimiento.