

### Ejercicio 3

#### Consigna

Sea  $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$  tal que  $T(p) = (2a + 3b - 8c, a + b + c, 4a - 5c, 6b)$ , con  $p(t) = a + bt + ct^2, \forall t \in \mathbb{R}$ . Hallar  $\mathcal{A}(T)_{\mathcal{B}}$  en los siguientes casos:

1.  $\mathcal{B}$  y  $\mathcal{A}$  son las bases canónicas de  $\mathbb{R}_2[t]$  y  $\mathbb{R}^4$  respectivamente.
2.  $\mathcal{B} = \{1, t - 1, (t - 1)^2\}$  y  $\mathcal{A}$  es la base canónica de  $\mathbb{R}^4$ .

#### Resolución (parte 1)

- $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$
- $\mathcal{A} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

Antes de calcular los transformados de la base  $\mathcal{B}$ , busquemos los valores de  $(a, b, c)$  para cada uno de ellos (aunque en este caso sea trivial).

- $1 : (1, 0, 0)$
- $t : (0, 1, 0)$
- $t^2 : (0, 0, 1)$

Entonces ahora si, hallemos los transformados de estos vectores:

- $T(1) = (2, 1, 4, 0)$
- $T(t) = (3, 1, 0, 6)$
- $T(t^2) = (-8, 1, -5, 0)$

Y como la base de llegada es canónica:

$$\mathcal{A}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -5 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Resolución (parte 2)

- $\mathcal{B} = \{1, t - 1, (t - 1)^2\}$
- $\mathcal{A} = \{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

Calculemos  $(a, b, c)$  para cada vector de la base  $\mathcal{B}$ :

- $1 : (1, 0, 0)$
- $t - 1 : (-1, 1, 0)$
- $(t - 1)^2 = t^2 - 2t + 1 : (1, -2, 1)$

Ahora si, los transformados de los vectores de la base  $\mathcal{B}$  son:

- $T(1) = (2, 1, 4, 0)$
- $T(t - 1) = (1, 0, -4, 6)$
- $T((t - 1)^2) = (-12, 0, -1, -12)$

$$\mathcal{A}^{(T)}_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -12 \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -1 \\ 0 & 6 & -12 \end{pmatrix}$$