Geometría y Álgebra Lineal 2

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 3

Consigna

Sea $T : \mathbb{R}_2[t] \to \mathbb{R}^4$ tal que $T(p) = (2a+3b-8c, a+b+c, 4a-5c, 6b)$, con $p(t) = a+bt+ct^2$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Hallar ${}_{\mathcal{A}}(T)_{\mathcal{B}}$ en los siguientes casos:

1. $\mathcal{B}$ y $\mathcal{A}$ son las bases canónicas de $\mathbb{R}_2[t]$ y $\mathbb{R}^4$ respectivamente.
2. $\mathcal{B} = \{1, t-1, (t-1)^2\}$ y $\mathcal{A}$ es la base canónica de $\mathbb{R}^4$.

Resolución (parte 1)

- $\mathcal{B} = \{1, t, t^2\}$
- $\mathcal{A} = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

Antes de calcular los transformados de la base $\mathcal{B}$, busquemos los valores de (a, b, c) para cada uno de ellos (aunque en este caso sea trivial).

- $1 : (1, 0, 0)$
- $t : (0, 1, 0)$
- $t^2 : (0, 0, 1)$

Entonces ahora si, hallemos los transformados de estos vectores:

- $T(1) = (2, 1, 4, 0)$
- $T(t) = (3, 1, 0, 6)$
- $T(t^2) = (-8, 1, -5, 0)$

Y como la base de llegada es canónica:

$$ {}_{\mathcal{A}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -5 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} $$

Resolución (parte 2)

- $\mathcal{B} = \{1, t-1, (t-1)^2\}$
- $\mathcal{A} = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

Calculemos (a, b, c) para cada vector de la base $\mathcal{B}$:

- $1 : (1, 0, 0)$
- $t - 1 : (-1, 1, 0)$
- $(t-1)^2 = t^2 - 2t + 1 : (1, -2, 1)$

Ahora si, los transformados de los vectores de la base $\mathcal{B}$ son:

- $T(1) = (2, 1, 4, 0)$
- $T(t-1) = (1, 0, -4, 6)$
- $T((t-1)^2) = (-12, 0, -1, -12)$

$$_{\mathcal{A}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -12 \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -1 \\ 0 & 6 & -12 \end{pmatrix}$$