Lógica

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 1

Consigna

Considere un lenguaje de primer orden del tipo $\langle -;\ 1,\ 1,\ 2;\ 3\rangle$ con símbolos de función $f_1,\ f_2$ (unarios), f_3 (binario) y símbolos de constante $c_1,\ c_2,\ c_3$.

Sea B una estructura de dicho tipo definida como sigue:
$B = \langle \mathbb{R},\ ^2,\ |\cdot|,\ -,\ 0,\ 1,\ 2\rangle$ donde ^{2} es la función cuadrado, $|\cdot|$ el valor absoluto y $-$ la resta.

Evalúe:
- $(f_2(f_3(f_1(c_3),\ f_1(c_2))))^B$
- $(f_2(f_3(c_2,\ f_3(c_2,\ f_1(c_3)))))^B$

Resolución

Hagamos dos partes, una para cada evaluación.

Parte 1

Evaluemos $(f_2(f_3(f_1(c_3),\ f_1(c_2))))^B$

$$
\begin{gathered}
(f_2(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2))))^B \\
=\text{(interpretación de } f_2 \text{ en } B) \\
|(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2)))^B| \\
=\text{(interpretación de } f_3 \text{ en } B) \\
|f_1(c_3)^B - f_1(c_2)^B| \\
=\text{(interpretación de } f_1 \text{ en } B) \\
|((c_3)^B)^2 - ((c_2)^B)^2| \\
=\text{(interpretación de } c_2, c_3 \text{ en } B) \\
|2^2 - 1^2| \\
=\text{(aritmética)} \\
3
\end{gathered}
$$

Parte 2

Evaluemos $(f_2(f_3(c_2, f_3(c_2,\ f_1(c_3)))))^B$.

$$
\begin{aligned}
&(f_2(f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3)))))^B \\
=&\text{(interpretación de } f_2 \text{ en } B) \\
&|f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3)))^B| \\
=&\text{(interpretación de } f_3 \text{ en } B) \\
&|c_2^B - f_3(c_2, f_1(c_3))^B| \\
=&\text{(interpretación de } c_2, f_3 \text{ en } B) \\
&|1 - (c_2^B - f_1(c_3)^B)| \\
=&\text{(interpretación de } c_2, f_1 \text{ en } B) \\
&|1 - (1 - ((c_3)^B)^2)| \\
=&\text{(interpretación de } c_3 \text{ en } B) \\
&|1 - (1 - 2^2)| \\
=&\text{(aritmética)} \\
&|1 - (-3)| \\
=&\text{(aritmética)} \\
&4
\end{aligned}
$$