

# Lógica

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 2

### Consigna

- (a) Enuncie el principio de inducción primitiva para el conjunto  $P$  definido inductivamente por las siguientes cláusulas:
  - 1.  $0 \in P$
  - 2. Si  $n \in P$  entonces  $n + 2 \in P$
- (b) Pruebe utilizando este principio, que para todo  $n \in P$ , existe  $m \in \mathbb{N}$  tal que  $n = m + m$

### Resolución (parte a)

Enunciemos el PIP para el conjunto  $P$ :

Sea  $S$  una propiedad sobre el conjunto  $P$ , si:

- 1.  $S(0)$
- 2. Si  $S(n)$  entonces  $S(n + 2)$

Entonces la propiedad  $S$  se cumple para todos los elementos de  $P$

### Resolución (parte b)

Llamemos  $S$  a la propiedad que queremos probar:

$$S : \forall n \in P, \text{ existe } m \in \mathbb{N} \text{ tal que } n = m + m$$

**CASO BASE**  $S(0)$ : Se cumple y  $m = 0$

**PASO INDUCTIVO** Suponemos que  $S(n)$  se cumple, queremos probar que se cumple también  $S(n + 2)$ .

Cómo  $S(n)$  se cumple, puedo decir que  $n = m_1 + m_1$  con  $m_1 \in \mathbb{N}$ . Con este razonamiento, podemos decir que:  $n + 2 = m_1 + m_1 + 2 = (m_1 + 1) + (m_1 + 1)$  De esto derivamos que para  $n + 2$  el valor de  $m$  es:  $m = m_1 + 1$

Esto concluye la prueba.