

Ejercicio 3

Consigna

- (a) Dé por lo menos dos secuencias de formación de largo diferente para cada una de las proposiciones del Ejercicio 1.
- (b) Dé por lo menos dos secuencias de formación diferentes de largo mínimo para:

$$(((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_1)$$

Resolución (parte a)

Proposición 1

La proposición de este caso es la siguiente:

$$(((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)) \in PROP$$

Secuencia 1

$$\{p_1, p_2, p_3, (\neg p_2), (\neg p_3), (p_1 \leftrightarrow p_2), (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2)), ((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))), (((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3))\}$$

Secuencia 2

$$\{p_1, p_2, p_3, \perp, (\neg p_2), (\neg p_3), (p_1 \leftrightarrow p_2), (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2)), ((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))), (((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3))\}$$

Proposición 2

La proposición de este caso es la siguiente:

$$((p_7 \rightarrow (\neg \perp)) \leftrightarrow ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1))$$

Secuencia 1

$$\{p_1, p_2, p_4, p_7, \perp, (\neg p_2), (\neg \perp), (p_4 \wedge (\neg p_2)), (p_7 \rightarrow (\neg \perp)), ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1), ((p_7 \rightarrow (\neg \perp)) \leftrightarrow ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1))\}$$

Secuencia 2

$$\{p_1, p_2, p_4, p_7, \perp, (\neg p_1), (\neg p_2), (\neg \perp), (p_4 \wedge (\neg p_2)), (p_7 \rightarrow (\neg \perp)), ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1), ((p_7 \rightarrow (\neg \perp)) \leftrightarrow ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1))\}$$

Resolución (parte b)

Queremos hallar dos secuencias de formación diferentes de largo mínimo para la proposición:

$$(((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_1)$$

Secuencia 1
$$\{p_1, p_2, (p_1 \rightarrow p_2), ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1), (((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2), (((((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_1))\}$$
Secuencia 2
$$\{p_2, p_1, (p_1 \rightarrow p_2), ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1), (((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2), (((((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_1))\}$$

Solo existen estas dos secuencias, porque como todas dependen de la anterior, solo podemos permutar los elementos de AT entre si.