

# Lógica

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 6

### Consigna

Considere el alfabeto  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , y los lenguajes  $\Gamma$  y  $\Delta$  definidos inductivamente con las siguientes reglas:

I $\varepsilon \in \Gamma$	I $\varepsilon \in \Delta$
II $a \in \Gamma$	II Si $\alpha \in \Delta$ , entonces $babc \in \Delta$
III Si $\alpha \in \Gamma$ y $\beta \in \Gamma$ , entonces $bac\beta b \in \Gamma$	III Si $\alpha \in \Delta$ , entonces $baba \in \Delta$

Figure 1: consigna

- (a) Encuentre palabras de  $\Sigma^*$  que no pertenezcan a  $\Gamma$ . Análogo para  $\Delta$ .
- (b) Muestre que  $\Gamma$  no está incluido en  $\Delta$  y que  $\Delta$  tampoco está incluido en  $\Gamma$ .

Para probar que un lenguaje no está incluido en otro debe proporcionar una palabra que pertenezca al primer lenguaje y no pertenezca al segundo, con las justificaciones que correspondan.

### Resolución

- (a) Veamos 3 palabras que no pertenecen a cada lenguaje:

- **Palabras  $w \notin \Gamma$ :**
  - $bbc$
  - $ababccb$
  - $abcb$
- **Palabras  $w \notin \Delta$ :**
  - $a$
  - $babc$
  - $baba$

- (b) Veamos que  $\Gamma$  no está incluido en  $\Delta$  utilizando la sugerencia dada:

La palabra  $w = bbc$  no pertenece a  $\Gamma$ , ya que fácilmente se observa que todas las palabras a excepción de los elementos base terminan en  $b$ ; pero  $w$  si pertenece a  $\Delta$ , podemos definirla usando la segunda regla con  $\alpha = \varepsilon$

Ahora veamos que  $\Delta$  no está incluido en  $\Gamma$ :

La palabra  $w = bcb$  no pertenece a  $\Delta$ , ya que fácilmente se observa a partir de las reglas que ninguna palabra del conjunto termina en  $b$ ; pero  $w$  si pertenece a  $\Gamma$ , podemos definirla usando la tercer regla con  $\alpha = \beta = \varepsilon$

Esto demuestra que:

$$\Gamma \not\subseteq \Delta \text{ y } \Delta \not\subseteq \Gamma$$