

Lógica

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 1

Consigna

Considere un lenguaje de primer orden del tipo $\langle -; 1, 1, 2; 3 \rangle$ con símbolos de función f_1, f_2 (unarios), f_3 (binario) y símbolos de constante c_1, c_2, c_3 .

Sea B una estructura de dicho tipo definida como sigue:

$B = \langle \mathbb{R}, ^2, |\cdot|, -, 0, 1, 2 \rangle$ donde 2 es la función cuadrado, $|\cdot|$ el valor absoluto y $-$ la resta.

Evalúe:

- $(f_2(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2))))^B$
- $(f_2(f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3))))^B$

Resolución

Hagamos dos partes, una para cada evaluación.

Parte 1

Evaluemos $(f_2(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2))))^B$

$$\begin{aligned} & (f_2(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2))))^B \\ &= (\text{interpretación de } f_2 \text{ en } B) \\ & \quad |(f_3(f_1(c_3), f_1(c_2)))^B| \\ &= (\text{interpretación de } f_3 \text{ en } B) \\ & \quad |f_1(c_3)^B - f_1(c_2)^B| \\ &= (\text{interpretación de } f_1 \text{ en } B) \\ & \quad |((c_3)^B)^2 - ((c_2)^B)^2| \\ &= (\text{interpretación de } c_2, c_3 \text{ en } B) \\ & \quad |2^2 - 1^2| \\ &= (\text{aritmética}) \end{aligned}$$

Parte 2

Evalúemos $(f_2(f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3)))))^B$.

$$\begin{aligned} & (f_2(f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3)))))^B \\ & \quad = (\text{interpretación de } f_2 \text{ en } B) \\ & \quad |f_3(c_2, f_3(c_2, f_1(c_3)))^B| \\ & \quad = (\text{interpretación de } f_3 \text{ en } B) \\ & \quad |c_2^B - f_3(c_2, f_1(c_3))^B| \\ & \quad = (\text{interpretación de } c_2, f_3 \text{ en } B) \\ & \quad |1 - (c_2^B - f_1(c_3)^B)| \\ & \quad = (\text{interpretación de } c_2, f_1 \text{ en } B) \\ & \quad |1 - (1 - ((c_3)^B)^2)| \\ & \quad = (\text{interpretación de } c_3 \text{ en } B) \\ & \quad |1 - (1 - 2^2)| \\ & \quad = (\text{aritmética}) \\ & \quad |1 - (-3)| \\ & \quad = (\text{aritmética}) \end{aligned}$$