

# Lógica

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 1

### Consigna

Considere el conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales; la lista de subconjuntos de  $\mathbb{R}$  de la columna izquierda; y los conjuntos de reglas de la columna derecha.

A. $\mathbb{N}$	1. I $2 \in S$
B. $\mathbb{Z}$	II Si $n \in S$ , entonces $n + 2 \in S$
C. $\{2n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$	2. I $3 \in S$
D. $\{\pi + k : k \in \mathbb{Z}\}$	II Si $n \in S$ , entonces $n + 1 \in S$
E. $\emptyset$	III Si $n \in S$ , entonces $n - 1 \in S$
F. $\mathbb{R}$	3. I Si $n \in S$ , entonces $n + 1 \in S$

Figure 1: conjuntos y reglas

1. Indique cuales subconjuntos satisfacen cuales conjuntos de reglas.
2. Para cada conjunto de reglas, indicar que conjunto definen.

### Resolución (parte 1)

#### Conjunto A: $\mathbb{N}$

Conjunto de reglas 1: 1.  $2 \in S$ : Cumple con este punto porque  $2 \in \mathbb{N}$  2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 2 \in S$ : Cumple con este punto, porque la suma entre naturales es cerrada; es decir que si a cualquier natural le sumo 2 en particular, voy a obtener otro natural

Conjunto de reglas 2: 1.  $3 \in S$ : Cumple con este punto porque  $3 \in \mathbb{N}$  2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 1 \in S$ : Cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior. 3. Si  $n \in S$ , entonces  $n - 1 \in S$ : No cumple:  $n = 0$  es un contraejemplo

Conjunto de reglas 3:

Se ignorará de aquí en adelante porque tiene una regla sola que ya probamos en el conjunto 3.

### Conjunto B: $\mathbb{Z}$

Conjunto de reglas 1: 1.  $2 \in S$ : Cumple con este punto porque  $2 \in \mathbb{Z}$  2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 2 \in S$ : Cumple con este punto, porque la suma entre enteros es cerrada; es decir que si a cualquier entero le sumo 2 en particular, voy a obtener otro entero

Conjunto de reglas 2: 1.  $3 \in S$ : Cumple con este punto porque  $3 \in \mathbb{Z}$  2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 1 \in S$ : Cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior. 3. Si  $n \in S$ , entonces  $n - 1 \in S$ : Cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior,  $-1$  es un entero, entonces la suma con otro entero será un entero.

### Conjunto C: $\{2n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$

Conjunto de reglas 1: 1.  $2 \in S$ : No cumple con este punto, porque el conjunto  $C$  es el conjunto de los impares, y 2 es par 2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 2 \in S$ : Cumple con este punto, porque la suma entre un par e impar, siempre me da un impar, en particular, 2 es par; mientras que  $n \in C$  tiene que ser de la forma  $2k + 1$  para algún  $k \in \mathbb{N}$ , es decir: impar

Conjunto de reglas 2: 1.  $3 \in S$ : Cumple con este punto porque 3 es impar 2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 1 \in S$ : No cumple con este punto; pues  $3 \in C$  pero  $4 \notin C$  3. Si  $n \in S$ , entonces  $n - 1 \in S$ : No cumple con este punto; pues  $3 \in C$  pero  $2 \notin C$

### Conjunto D: $\{\pi + k : k \in \mathbb{Z}\}$

Conjunto de reglas 1: 1.  $2 \in S$ : No cumple con este punto, porque al sumar o restar un entero a  $\pi$ , no puedo obtener 2 2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 2 \in S$ : Cumple con este punto, porque si  $n \in D$  entonces  $n = \pi + k$  para algún  $k \in \mathbb{Z}$ ; sumando 2 a este número, puedo llamar  $k' = k + 2$ , obteniendo entonces que  $n + 2 = \pi + k'$ . Como  $k'$  es entero por construcción, entonces podemos decir que  $n + 2 \in D$

Conjunto de reglas 2: 1.  $3 \in S$ : No cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior (regla 1) 2. Si  $n \in S$ , entonces  $n + 1 \in S$ : Cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior (regla 2) 3. Si  $n \in S$ , entonces  $n - 1 \in S$ : Cumple con este punto por el mismo razonamiento anterior (regla 2)

**Observación:** Varios de estos razonamientos son verdaderos porque la suma de enteros es cerrada, y para obtener el siguiente elemento (o anterior) sumamos (o restamos) una cantidad entera

## Resolución (parte 2)

### Conjunto de reglas 1

El conjunto construido por estas reglas es:

$$A : \{2n : n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$$

**Conjunto de reglas 2**

El conjunto construido por estas reglas es:  $\mathbb{Z}$

**Conjunto de reglas 3**

Este conjunto de reglas no construye ningún conjunto de forma inductiva, porque no tenemos elementos base.