

# Lógica

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 1

### Consigna

Considere un conjunto  $A$  de números reales que incluya al 0. Considere un lenguaje de primer orden con un símbolo de relación binario  $M$  que denota la relación  $<$  de los reales y otro símbolo binario  $='$  que denota la igualdad. Considere un símbolo de función binario  $m$  que denota la multiplicación. Podemos usar el lenguaje de primer orden para expresar propiedades. Por ejemplo, la propiedad “ser neutro” puede expresarse como:

$$SER\_NEUTRO(x_1) := (\forall x_2)m(x_2, x_1) = ' x_2$$

Usando solamente los símbolos dados, escriba fórmulas de primer orden que expresen las siguientes nociones.

1.  $x_1$  es el máximo de  $A$
2.  $x_1$  es un sucesor inmediato de  $x_2$
3. No hay elementos entre  $x_1$  e  $x_2$
4. La función cuadrado es creciente

### Resolución

Primero definimos la estructura del lenguaje de la siguiente forma:

$$E = \langle A, M, =', m, 0 \rangle$$

#### Parte 1

$$ES\_MAXIMO(x_1) := (\forall x_2)M(x_2, x_1) \vee (x_2 = ' x_1)$$

#### Parte 2

$$ES\_SUCESOR(x_1, x_2) := M(x_2, x_1) \wedge \neg((\exists x_3)(M(x_2, x_3) \wedge M(x_3, x_1)))$$

#### Parte 3

$$SIN\_INTERMEDIOS(x_1, x_2) := ES\_SUCESOR(x_1, x_2) \vee ES\_SUCESOR(x_2, x_1)$$

## Parte 4

$$(\forall x_1)(\forall x_2)(M(x_1, x_2) \rightarrow M(m(x_1, x_1), m(x_2, x_2)))$$