

# Lógica

Mauro Polenta Mora

## Ejercicio 12

### Consigna

(a) Calcule:

1.  $((p_1 \wedge p_0) \rightarrow (p_0 \rightarrow p_3))[(\neg p_0 \rightarrow p_3)/p_0]$
2.  $((p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \rightarrow (\neg p_0)))[(\neg p_0 \rightarrow p_3)/p_0]$
3.  $(p_0 \rightarrow (p_1 \vee p_0))[(p_0 \wedge (\neg p_1))/p_0][(\neg p_2)/p_0]$

(b) Encuentre una sustitución tal que el resultado de aplicar la sustitución a

$$((\neg p_1) \leftrightarrow ((\neg p_0) \wedge (p_0 \rightarrow p_1)))$$

es

$$((\neg(p_0 \rightarrow p_1)) \leftrightarrow ((\neg p_0) \wedge (p_0 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_1))))$$

### Premisa

Recordemos la definición de la función de sustitución:

$$\_[_/_/_] : PROP \times PROP \times P \rightarrow PROP$$

Observemos que  $P$  es el conjunto donde solamente tenemos las proposiciones simples de  $PROP$

1.  $\perp[\varphi/p] = \perp$
2.  $q[\varphi/p] = \begin{cases} \varphi & \text{si } q = p \\ q & \text{si } q \neq p \end{cases}$
3.  $(\alpha * \beta)[\varphi/p] = (\alpha[\varphi/p] * \beta[\varphi/p])$

### Resolución (parte a)

#### Sustitución #1

La proposición en la que quiero sustituir es:

$$((p_1 \wedge p_0) \rightarrow (p_0 \rightarrow p_3))$$

Y quiero sustituir  $[((\neg p_0) \rightarrow p_3)/p_0]$ , entonces el resultado es:

$$((p_1 \wedge ((\neg p_0) \rightarrow p_3)) \rightarrow (((\neg p_0) \rightarrow p_3) \rightarrow p_3))$$

## Sustitución #2

La proposición en la que quiero sustituir es:

$$((p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \rightarrow (\neg p_0)))$$

Y quiero sustituir  $[((\neg p_0) \rightarrow p_3)/p_0]$ , entonces el resultado es:

$$((p_3 \leftrightarrow ((\neg p_0) \rightarrow p_3)) \vee (p_2 \rightarrow (\neg((\neg p_0) \rightarrow p_3))))$$

## Sustitución #3

La proposición en la que quiero sustituir es:

$$(p_0 \rightarrow (p_1 \vee p_0))$$

Y quiero sustituir  $[(p_0 \wedge (\neg p_1))/p_0][(\neg p_2)/p_0]$ , observemos que es una doble sustitución, veamos como queda:

### Paso 1

$$((p_0 \wedge (\neg p_1)) \rightarrow (p_1 \vee (p_0 \wedge (\neg p_1))))$$

### Paso 2

$$(((\neg p_2) \wedge (\neg p_1)) \rightarrow (p_1 \vee (((\neg p_2) \wedge (\neg p_1)))))$$

## Resolución (parte b)

Queremos buscar una sustitución tal que el resultado de aplicar la sustitución a

$$((\neg p_1) \leftrightarrow ((\neg p_0) \wedge (p_0 \rightarrow p_1)))$$

es

$$((\neg(p_0 \rightarrow p_1)) \leftrightarrow ((\neg p_0) \wedge (p_0 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_1))))$$

La respuesta es:

$$((\neg p_1) \leftrightarrow ((-p_0) \wedge (p_0 \rightarrow p_1)))[(p_0 \rightarrow p_1)/p_1]$$

Esto solo se observa, entiendo que no existe una receta para encontrar esto de forma genérica.