

Lógica

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 6

Consigna

Considere el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$, y los lenguajes Γ y Δ definidos inductivamente con las siguientes reglas:

I $\varepsilon \in \Gamma$	I $\varepsilon \in \Delta$
II $a \in \Gamma$	II Si $\alpha \in \Delta$, entonces $babc \in \Delta$
III Si $\alpha \in \Gamma$ y $\beta \in \Gamma$, entonces $bac\beta b \in \Gamma$	III Si $\alpha \in \Delta$, entonces $baba \in \Delta$

Figure 1: consigna

- (a) Encuentre palabras de Σ^* que no pertenezcan a Γ . Análogo para Δ .
- (b) Muestre que Γ no está incluido en Δ y que Δ tampoco está incluido en Γ .

Para probar que un lenguaje no está incluido en otro debe proporcionar una palabra que pertenezca al primer lenguaje y no pertenezca al segundo, con las justificaciones que correspondan.

Resolución

- (a) Veamos 3 palabras que no pertenecen a cada lenguaje:

- **Palabras $w \notin \Gamma$:**
 - bbc
 - $ababccb$
 - $abcb$
- **Palabras $w \notin \Delta$:**
 - a
 - $babc$
 - $baba$

- (b) Veamos que Γ no está incluido en Δ utilizando la sugerencia dada:

La palabra $w = bbc$ no pertenece a Γ , ya que fácilmente se observa que todas las palabras a excepción de los elementos base terminan en b ; pero w si pertenece a Δ , podemos definirla usando la segunda regla con $\alpha = \varepsilon$

Ahora veamos que Δ no está incluido en Γ :

La palabra $w = bcb$ no pertenece a Δ , ya que fácilmente se observa a partir de las reglas que ninguna palabra del conjunto termina en b ; pero w si pertenece a Γ , podemos definirla usando la tercer regla con $\alpha = \beta = \varepsilon$

Esto demuestra que:

$$\Gamma \not\subseteq \Delta \text{ y } \Delta \not\subseteq \Gamma$$