Ejercicio 2

Consigna

(a) Enuncie el principio de inducción primitiva para el conjunto P definido inductivamente por las siguientes cláusulas:

1. $0 \in P$
2. Si $n \in P$ entonces $n + 2 \in P$

(b) Pruebe utilizando este principio, que para todo $n \in P$, existe $m \in \mathbb{N}$ tal que $n = m+m$

Resolución (parte a)

Enunciemos el PIP para el conjunto P:

Sea S una propiedad sobre el conjunto P, si:

1. $S(0)$
2. Si $S(n)$ entonces $S(n + 2)$

Entonces la propiedad S se cumple para todos los elementos de P

Resolución (parte b)

Llamemos S a la propiedad que queremos probar:

$$S : \forall n \in P, \text{ existe } m \in \mathbb{N} \text{ tal que } n = m + m$$

CASO BASE $S(0)$: Se cumple y $m = 0$

PASO INDUCTIVO Suponemos que $S(n)$ se cumple, queremos probar que se cumple también $S(n + 2)$.

Cómo $S(n)$ se cumple, puedo decir que $n = m_1 + m_1$ con $m_1 \in \mathbb{N}.$ Con este razonamiento, podemos decir que: $n + 2 = m_1 + m_1 + 2 = (m_1 + 1) + (m_1 + 1)$ De esto derivamos que para $n + 2$ el valor de m es: $m = m_1 + 1$

Esto concluye la prueba.