Matemática Discreta II

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 5

Consigna

Sabiendo que el resto de dividir un entero a por 18 es 5, calcular el resto de:

1. $a^2 - 3a + 11$ al dividir por 18
2. $a^2 + 7$ al dividir por 36
3. $4a + 1$ al dividir por 9
4. $7a^2 + 12$ al dividir por 28

Resolución

Parte 1

- $a^2 - 3a + 11$ al dividir por 18

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$$
\begin{aligned}
& a^2 - 3a + 11 \\
& =_{(\text{sustituyendo por } a=18q+5)} \\
& (18q+5)^2 - 3(18q+5) + 11 \\
& = \\
& 18^2q^2 + 180q + 25 - 54q - 15 + 11 \\
& = \\
& 18^2q^2 + 180q - 54q + 21 \\
& = \\
& 18(18q^2 + 10q - 3q) + 21 \\
& = \\
& 18(18q^2 + 7q + 1) + 3
\end{aligned}
$$

Como $0 \leq 3 < 18$ y $18q^2 + 7q + 1 \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $a^2 - 3a + 11$ entre 18 es 3

Parte 2

- $a^2 + 7$ al dividir por 36

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$$a^2 + 7$$
$$=_{(\text{sustituyendo por } a=18q+5)}$$
$$(18q + 5)^2 + 7$$
$$=$$
$$18^2q^2 + 180q + 25 + 7$$
$$=$$
$$18 \cdot 18q^2 + 180q + 33$$
$$=$$
$$18 \cdot 2 \cdot 9q^2 + 36 \cdot 5q + 33$$
$$=$$
$$36 \cdot 9q^2 + 36 \cdot 5q + 33$$
$$=$$
$$36(9q^2 + 5q) + 33$$

Como $0 \leq 33 < 36$ y $9q^2 + 5q \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $a^2 + 7$ entre 36 es 33

Parte 4

- $7a^2 + 12$ al dividir por 28

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$7a^2 + 12$

$=$(sustituyendo por a=18q+5)

$7(18q + 5)^2 + 12$

$=$

$7(18^2q^2 + 180q + 25) + 12$

$=$

$7 \cdot 2(18 \cdot 9q^2 + 90q) + 7 \cdot 25 + 12$

$=$

$7 \cdot 2 \cdot 2(9 \cdot 9q^2 + 45q) + 7 \cdot 25 + 12$

$=$

$28(9^2q^2 + 45q) + 175 + 12$

$=$

$28(9^2q^2 + 45q) + 189$

$=$

$28(9^2q^2 + 45q) + 168 + 21$

$=$

$28(9^2q^2 + 45q) + 28 \cdot 6 + 21$

$=$

$28(9^2q^2 + 45q + 6) + 21$

Como $0 \leq 21 < 28$ y $9^2q^2 + 45q + 6 \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $7a^2 + 12$ entre 28 es 21