Matemática Discreta II

Mauro Polenta Mora

Ejercicio 5

Consigna

Sabiendo que el resto de dividir un entero a por 18 es 5, calcular el resto de:

1. $a^2 - 3a + 11$ al dividir por 18
2. $a^2 + 7$ al dividir por 36
3. $4a + 1$ al dividir por 9
4. $7a^2 + 12$ al dividir por 28

Resolución

Parte 1

- $a^2 - 3a + 11$ al dividir por 18

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$$
\begin{aligned}
& a^2 - 3a + 11 \\
& =_{(\text{sustituyendo por } a=18q+5)} \\
& (18q+5)^2 - 3(18q+5) + 11 \\
& = \\
& 18^2q^2 + 180q + 25 - 54q - 15 + 11 \\
& = \\
& 18^2q^2 + 180q - 54q + 21 \\
& = \\
& 18(18q^2 + 10q - 3q) + 21 \\
& = \\
& 18(18q^2 + 7q + 1) + 3
\end{aligned}
$$

Como $0 \leq 3 < 18$ y $18q^2 + 7q + 1 \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $a^2 - 3a + 11$ entre 18 es 3

Parte 2

- $a^2 + 7$ al dividir por 36

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$$
\begin{aligned}
& a^2 + 7 \\
& =_{(\text{sustituyendo por } a = 18q+5)} \\
& (18q + 5)^2 + 7 \\
& = \\
& 18^2 q^2 + 180q + 25 + 7 \\
& = \\
& 18 \cdot 18q^2 + 180q + 33 \\
& = \\
& 18 \cdot 2 \cdot 9q^2 + 36 \cdot 5q + 33 \\
& = \\
& 36 \cdot 9q^2 + 36 \cdot 5q + 33 \\
& = \\
& 36(9q^2 + 5q) + 33
\end{aligned}
$$

Como $0 \leq 33 < 36$ y $9q^2 + 5q \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $a^2 + 7$ entre 36 es 33

Parte 4

- $7a^2 + 12$ al dividir por 28

Por el teorema de la división entera, tenemos que:

- $a = 18q + 5$

Entonces, tenemos que:

$$
\begin{aligned}
&7a^2+12\\
&=\text{(sustituyendo por } a{=}18q{+}5\text{)}\\
&7(18q+5)^2+12\\
&=\\
&7(18^2q^2+180q+25)+12\\
&=\\
&7\cdot 2(18\cdot 9q^2+90q)+7\cdot 25+12\\
&=\\
&7\cdot 2\cdot 2(9\cdot 9q^2+45q)+7\cdot 25+12\\
&=\\
&28(9^2q^2+45q)+175+12\\
&=\\
&28(9^2q^2+45q)+189\\
&=\\
&28(9^2q^2+45q)+168+21\\
&=\\
&28(9^2q^2+45q)+28\cdot 6+21\\
&=\\
&28(9^2q^2+45q+6)+21
\end{aligned}
$$

Como $0 \leq 21 < 28$ y $9^2q^2+45q+6 \in \mathbb{Z}$, lo llamamos q' y por lo tanto el resto de dividir $7a^2+12$ entre 28 es 21