Πρωτη εργαστηριακη ασκηση

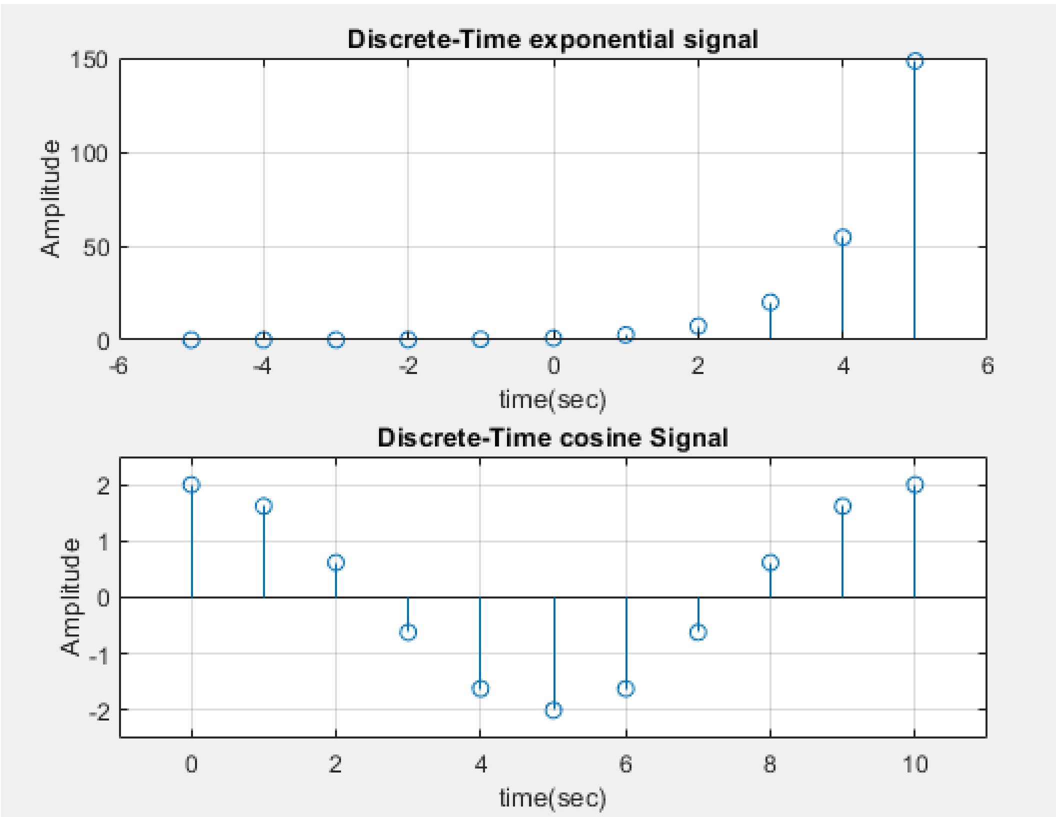
ΟΜΑΔΑ 51
Μέλη ομάδας.

Αντώνιος Μουτσόπουλος	2021030024
Εμμανουήλ Θωμάς Χατζάκης	2021030061
Πολυχρόνης Σταμούλης	2021030006

Ασκηση 1

A)

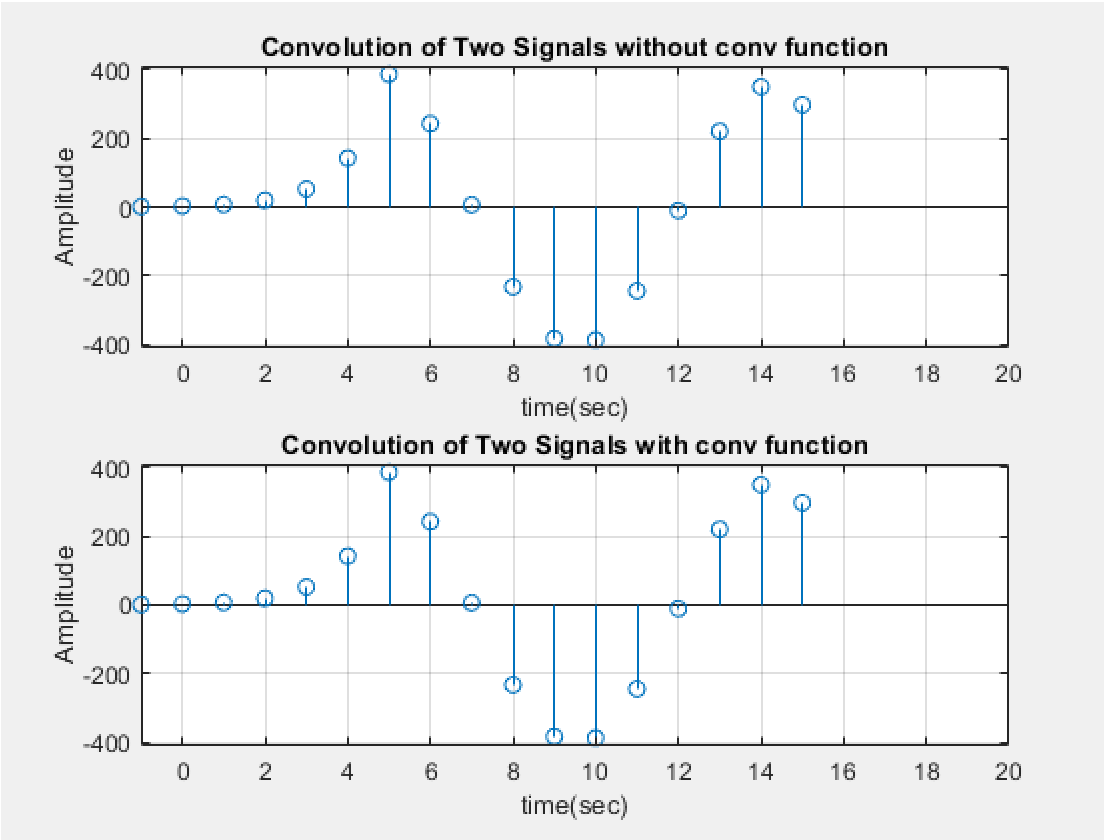
Για την συνέλιξη χρησιμοποιήθηκαν τα σήματα διακριτού χρόνου $x1[n1] = e^{n1}$ όπου n1 διάνυσμα (-5:1:5) και $x2[n2] = 2 * cos(2π * f * n2)$ όπου $f = 0.1\ Hz$ και n2 διάνυσμα (0:1:10)



Αφού ορίστηκαν δύο σήματα διακριτού χρόνου θα πραγματοποιηθεί η συνέλιξη τους χωρίς την χρήση της συνάρτησης **conv** της Matlab.
Αρχικά ορίζονται δύο μεταβλητές που περιέχουν το μήκος των δύο σημάτων. Αυτές στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθούν για τη συνέλιξη.
Στο επόμενο βήμα πραγματοποιείται **zero-padding** στα δύο σήματα ώστε να έχουν το ίδιο μήκος και να μη υπάρχουν προβλήματα στις πράξεις μεταξύ τους.

Για να πραγματοποιηθεί η συνέλιξη ορίζουμε ένα νέο σήμα **X** με μήκος **t+m-1** (m =μήκος του **x1** και **t** = μήκος του **x2**) το οποίο είναι το μήκος της συνέλιξης. Το παραπάνω βήμα πραγματοποιείται με τη χρήση μιας λούπας απο το 1 μεχρι το **t+m-1.**
Μέσα στη προηγούμενη λούπα υπάρχει μια ακόμα λούπα απο το 1 μέχρι το **m.** Με αυτή τη λούπα γίνεται προσπέλαση όλων των στοιχείων του **x1.** Μέσα σε αυτή του λούπα υπάρχει ένας έλεγχος που αν η συνθήκη του είναι αληθινή πραγματοποιείται η συνέλιξη με βάση τον ορισμό.
Τέλος αφού πραγματοποιηθεί η συνέλιξη ορίζεται ο χρόνος αυτής **n_conv**

Πραγματοποιείται η συνέλιξη και με τη χρήση της **conv** της Matlab και γίνονται και τα δύο αποτελέσματα **stem** για τη σύγκριση τους.

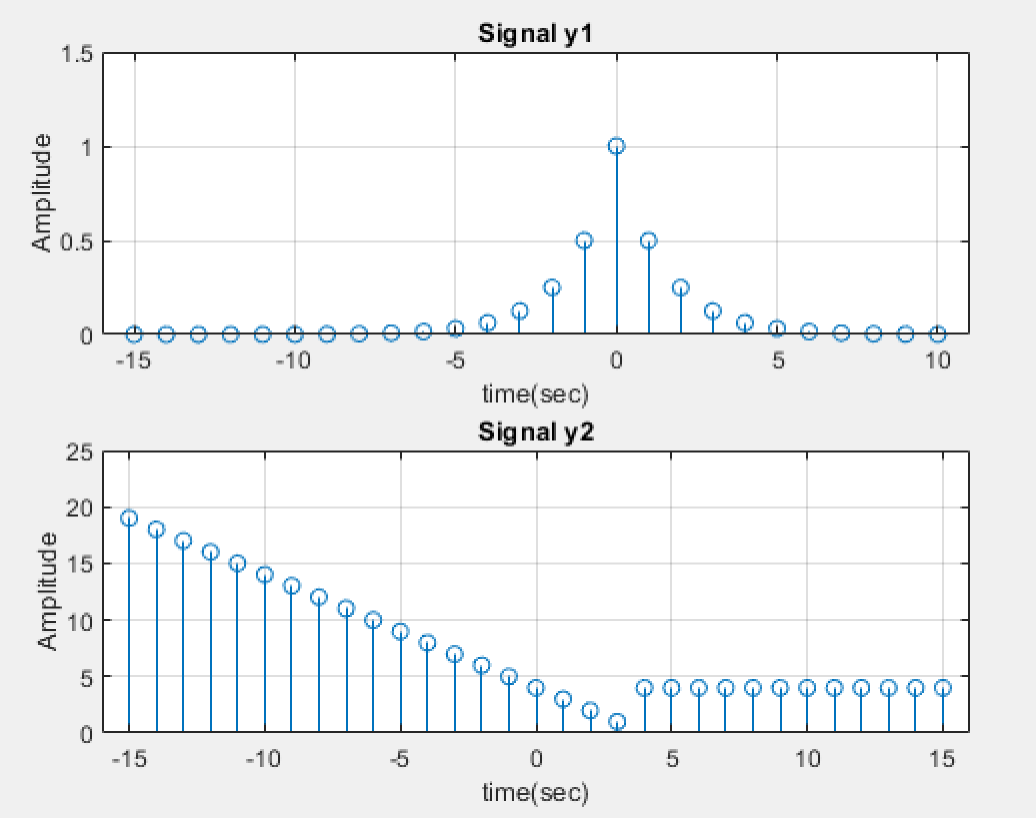


Παρατηρείται ότι το αποτέλεσμα είναι το ίδιο. Αρα η πραγματοποίηση της συνέλιξης χωρίς την **conv** έγινε σωστά.

B)

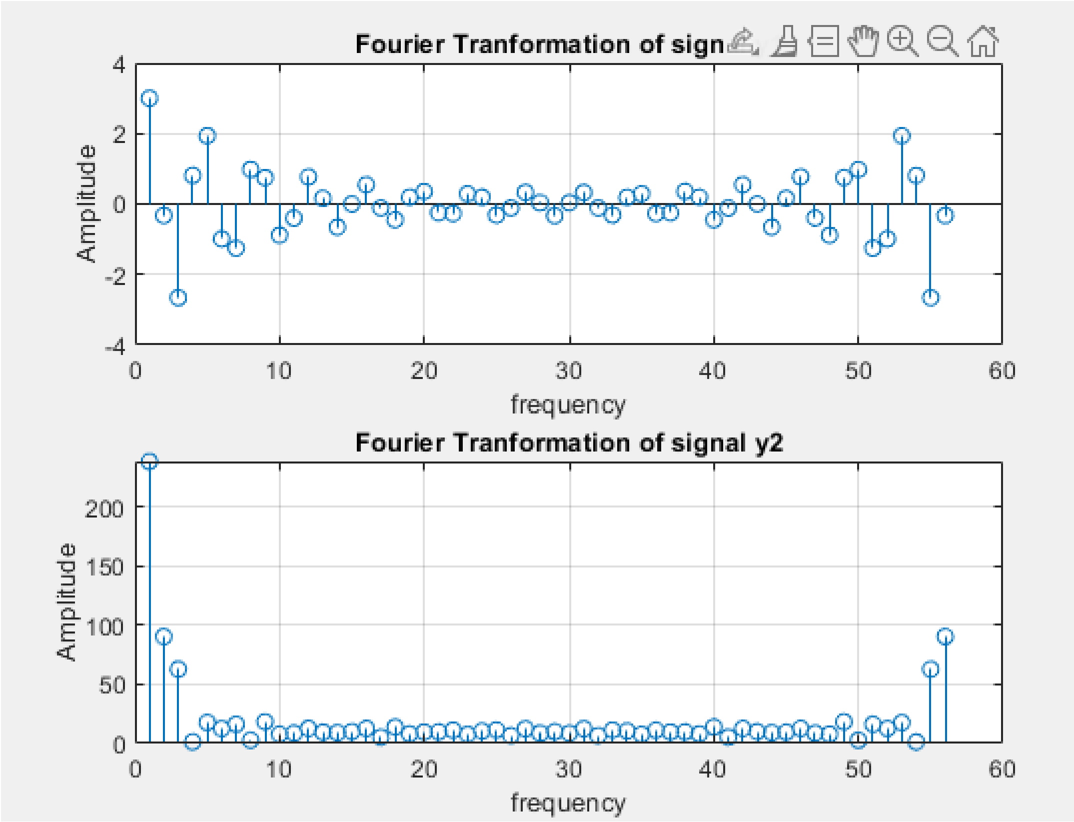
Στη συνέχεια της πρώτης άσκησης θα ελεγχθεί με τη χρήση της Matlab η ιδιότητα **(συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου) = (πολλαπλασιασμός στο πεδίο της συχνότητας)**

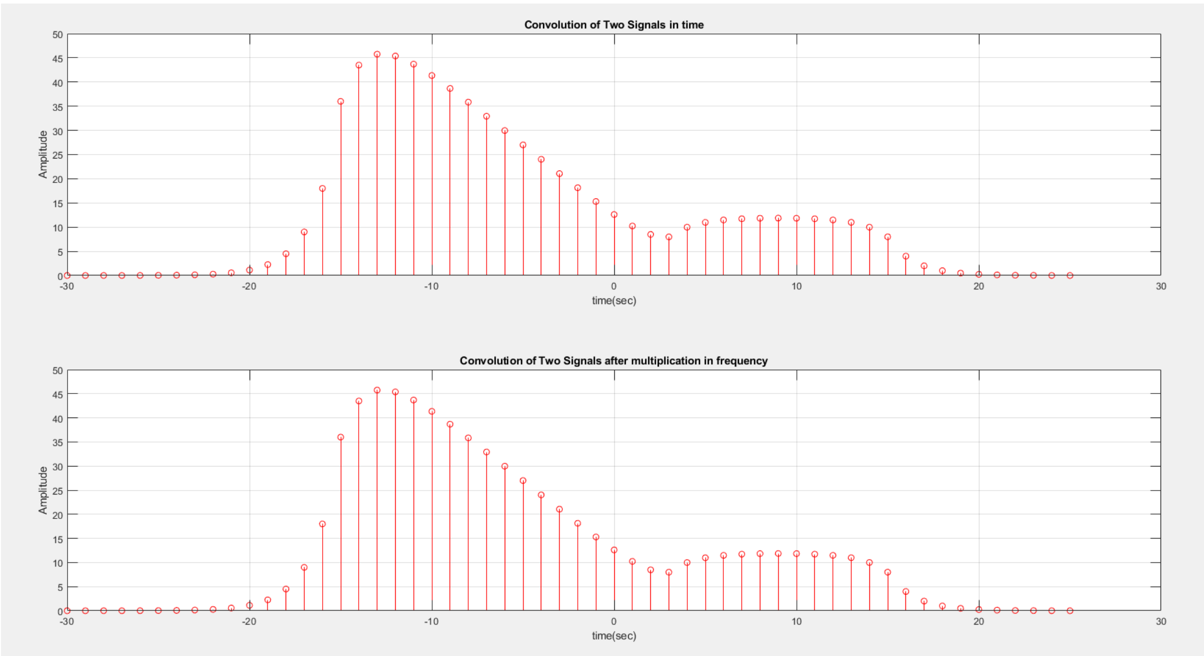
Ορίζονται δύο νέα σήματα διακριτού χρόνου $y1[t1] = (\frac{1}{2})^{|t1|}$ όπου t1 διάνυσμα (-15:1:10) και $y2[t2] = 4 * u(t2 - 4) + r(-t2 + 4)$ όπου t2 διάνυσμα (-15:1:15).



Αφού ορίστηκαν τα δύο σήματα διακριτού χρόνου χρησιμοποιείται η **conv** για να γίνει συνέλιξη των σημάτων στον χρόνο και ορίζεται και ο χρόνος συνέλιξης.
Πριν την μετατροπή των σημάτων στο πεδίο των συχνοτήτων ορίζεται το μήκος της συνέλιξης **N = N1 + N2 -1** (όπου **N1** το μήκος του **y1** και **N2** το μήκος το **y2)**.
Στη συνέχεια τα δύο σήματα μετατρέπονται στο πεδίο των συχνοτήτων με τη χρήση της **fft** της Matlab. Ο λόγος που χρειάστηκε το **N** ειναι ώστε να δύο σήματα να είναι το ίδιο μήκος στο πεδίο της συχνότητας.

Αφου πραγματοποιηθεί ο πολλαπλασιασμος στο πεδίο των συχνοτήτων γίνεται stem το σήμα και μετατρέπεται στο πεδίο του χρόνου ώστε να συγκριθεί με τη συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου



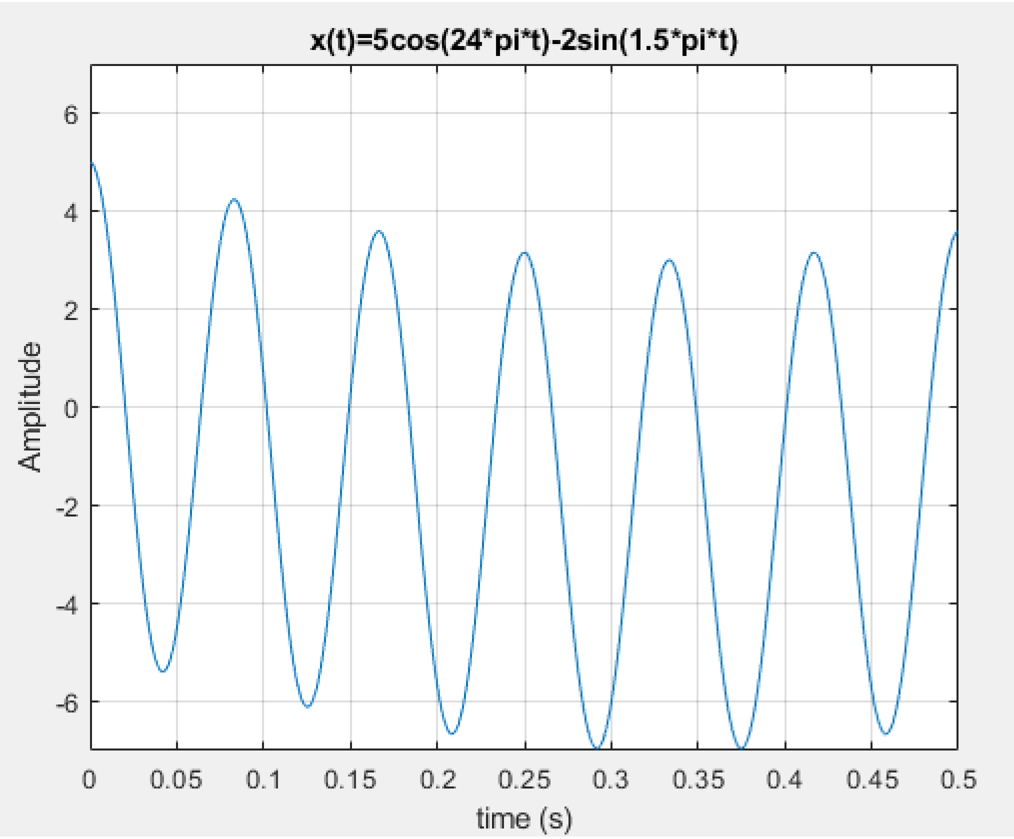


Παρατηρείται ότι τα δύο σήματα είναι ίδια και η ιδιοτητα
(συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου) = (πολλαπλασιασμός στο πεδίο της συχνότητας) ΙΣΧΥΕΙ

Ασκηση 2

Στην αρχή κατασκευάζεται το σήμα:

$$x(t) \ = \ 5 \ * \ cos(24 \ * \ \pi \ * \ t) \ - \ 2 \ * \ sin(1.5 \ * \ \pi \ * \ t), \ t \ \in \ (0, 0.5) \ \text{σε} \ sec$$



Πραγματοποιείται θεωρητική ανάλυση του σήματος **x(t)** για την εύρεση της **συχνότητας Nyquist.** Για να βρεθεί η **συχνότητας Nyquist** βρίσκονται οι συχνότητες των επιμέρους σημάτων του **x(t).**

- $5 \ * \ cos(24 \ * \ \pi \ * \ t) \ = \ 5 \ * \ cos(2 \ * \ \pi \ * \ 12 \ * \ t)$ Αρα $f_1 \ = \ 12 \ Hz$
- $2 \ * \ sin(1.5 \ * \ \pi \ * \ t) \ = \ 2 \ * \ sin(2 \ * \ \pi \ * \ 0.75 \ * \ t)$ Αρα $f_2 \ = \ 0.75 \ Hz$

Για την **συχνότητας Nyquist** ισχύει ότι $f_s \ \geq \ 2f_{max}$ όπου $f_{max} \ = \ f_1 \ = \ 12 \ Hz$

Αρα $f_s \ \geq \ 24 \ Hz$ όπου **συχνότητα Nyquist = 24 Hz**

Στη συνέχεια γίνεται μετατροπή του σήματος από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων χρησιμοποιώντας **ιδιότητες μετασχηματισμού Fourier.**

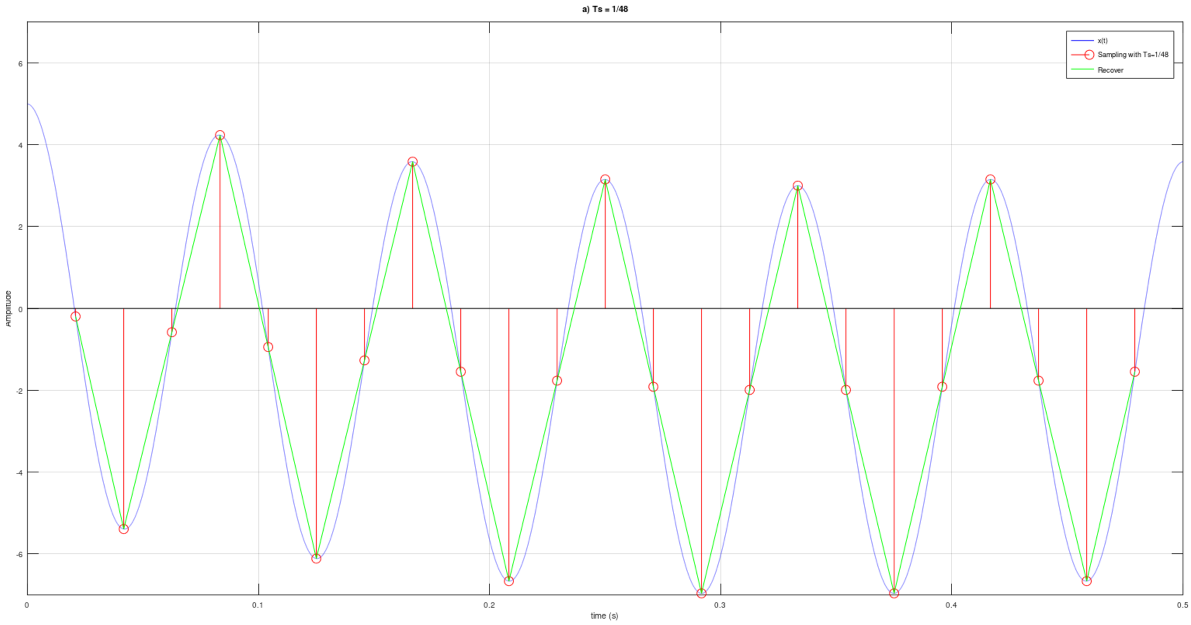
$$FT\{5 \ * \ cos(24 \ * \ \pi \ * \ t) \ - \ 2 \ * \ sin(1.5 \ * \ \pi \ * \ t)\} \ =$$
$$= \ 5 \ * \ FT\{cos(24 \ * \ \pi \ * \ t)\} \ - \ 2 \ * \ FT\{sin(1.5 \ * \ \pi \ * \ t)\} \ =$$
$$= \frac{5}{2} \ * \ [\{\delta(F \ - \ 12)\} \ + \ \{\delta(F \ + \ 12)\}] \ + \ 2 \ * \ FT\{\frac{d(\frac{-2*cos(1.5\pi t)}{3\pi})}{dt}\} \ =$$
$$= \frac{5}{2} \ * \ [\{\delta(F \ - \ 12)\} \ + \ \{\delta(F \ + \ 12)\}] \ - \ \frac{4j\pi f}{3\pi}[\{\delta(F \ - \ 0.75\} + \{\delta(F \ + \ 0.75)\}]$$

Αρα

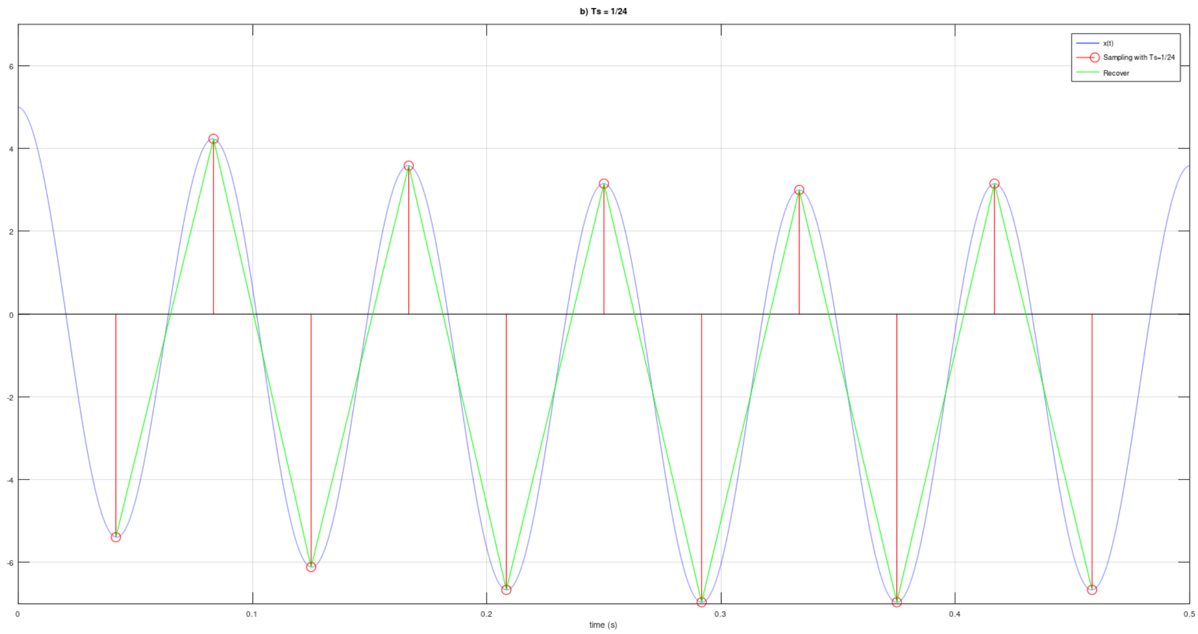
$$X(F) \; = \frac{5}{2} * [\{\delta(F\ -\ 12)\}\ +\ \{\delta(F\ +\ 12)\}]\ \ -\ \ \frac{4jf}{3}[\{\delta(F\ -\ 0.75\} + \{\delta(F\ +\ 0.75)\}]$$

Επειτα γίνεται η δειγματοληψία του σήματος x(t).

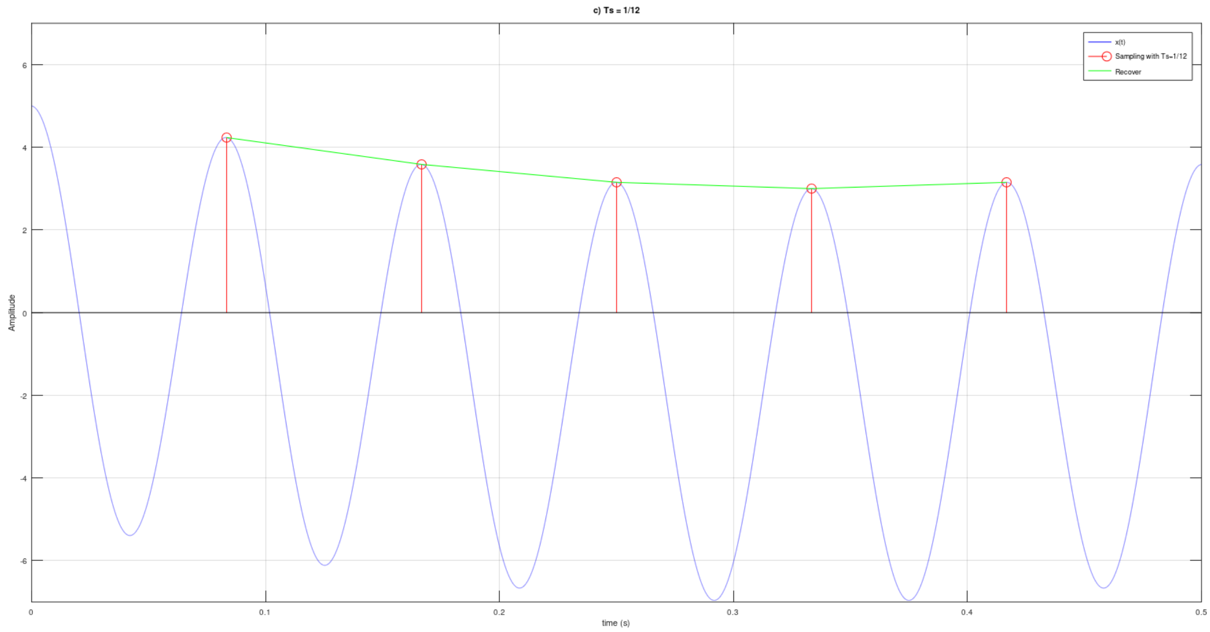
Στην πρώτη περίπτωση με $T_s = \frac{1}{48} sec.$



Στην δεύτερη περίπτωση με $T_s = \frac{1}{24} sec.$



Στην Τρίτη περίπτωση με $T_s = \frac{1}{12} sec.$

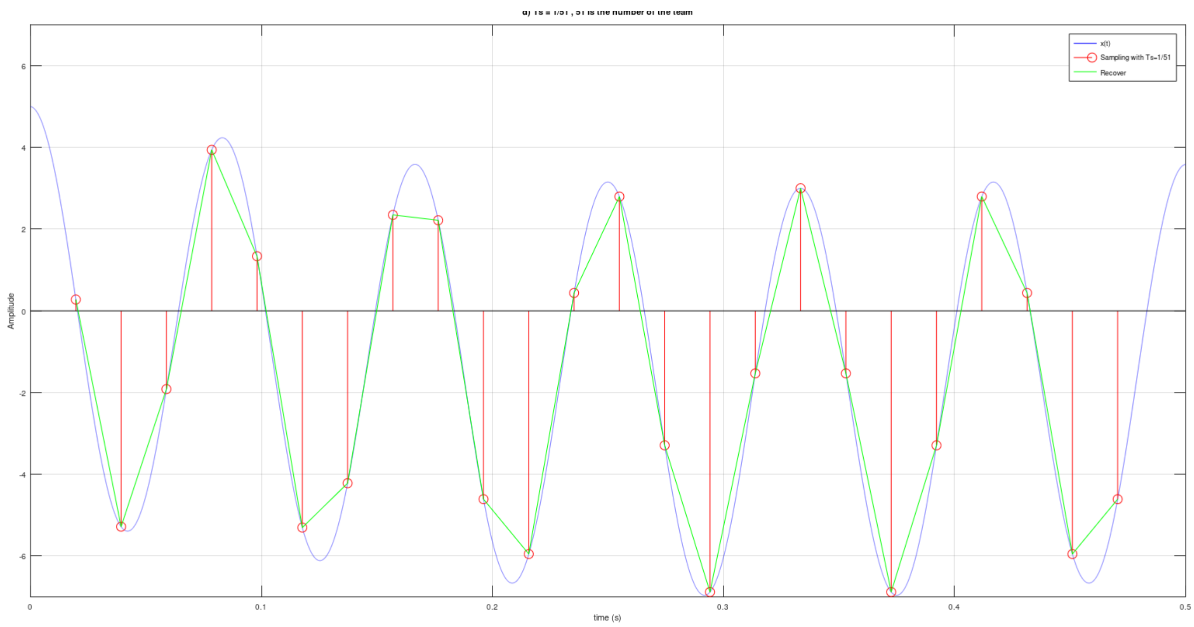


Αυτό που παρατηρήθηκε στο σήμα είναι ότι όταν έχουμε περίοδο δειγματοληψίας υποδιπλάσια η μικρότερη από το αρχικό σήμα γίνεται ανακατασκευή αλλιώς αν είναι μεγαλύτερη χάνεται πληροφορία, δηλαδη:

$$\mathrm{T}_{\sigma\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma} \geq 2 * \mathrm{T}_{\delta\varepsilon\iota\gamma\mu\alpha\tau o\lambda\eta\psi\acute{\iota}\alpha\varsigma}$$

Αρα στις πρώτες δύο περιπτώσεις μπορεί να γίνει ανακατασκευή του σήματος αλλα στην τρίτη περίπτωση δεν γίνεται ανακατασκευή γιατί έχει χαθεί αρκετή πληροφορία λόγου του ότι η περίοδος δεν τηρεί την παραπάνω προϋπόθεση, οπότε αν προσπαθήσουμε να κάνουμε ανακατασκευή καταλήγουμε με κάτι τελείως διαφορετικό από το αρχικό, όπως φαίνεται και στο σχήμα από πάνω.

Επειτά έγινε δειγματοληψία με $T_s = \frac{1}{51} sec$. Οπου 51 είναι ο αριθμός της ομάδας μας



Και παρατηρήθηκε ότι μπορεί να γίνει ανακατασκευή του σήματος αφου:

$$\frac{1}{12} = T_{σήματος} \leq T_{δειγματοληψίας} = 2 * \frac{1}{51}$$

Αρα γίνεται κανονικότατα ανακατασκευή στο σήμα όπως φαίνεται και στο σχήμα

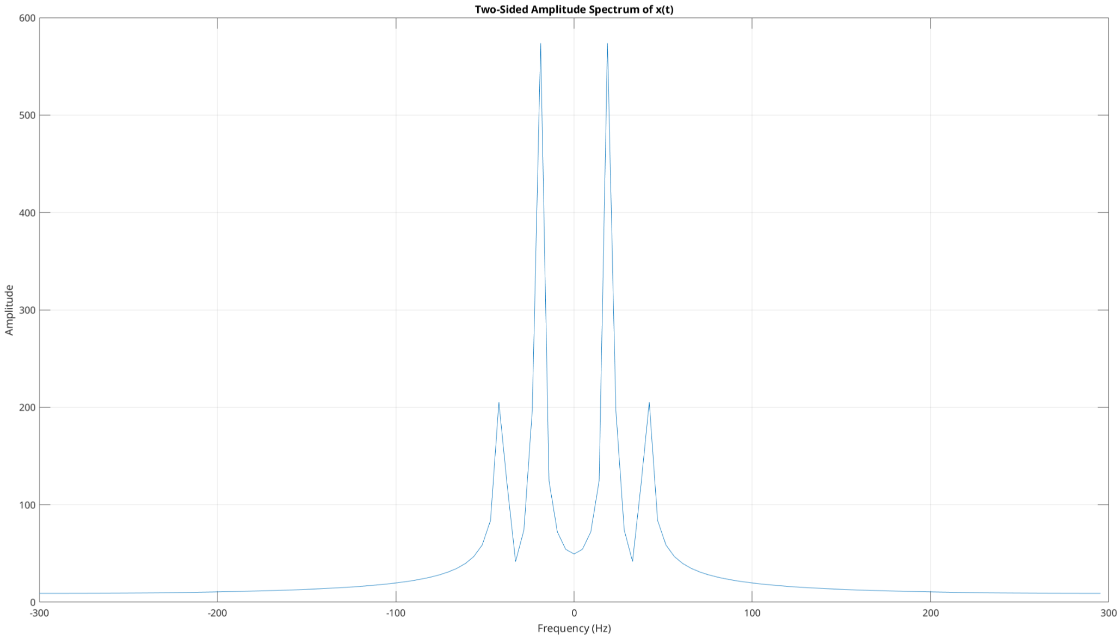
Ασκηση 3

A)

Δίνεται το σήμα **x(t) = 10cos(2π20t) - 4sin(2π40t + 5)**

Προκειμένου η δειγματοληψία του σήματος να μην παρουσιάσει το φαινόμενο της επικάλυψης θα **πρέπει η συχνότητα δειγματοληψίας να είναι >80Hz**. Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας χρησιμοποιήθηκε η **συχνότητα δειγματοληψίας 300Hz**.

Για την εύρεση του φάσματος συχνοτήτων του σήματος πραγματοποιήθηκε μετασχηματισμός Fourier με την χρήση της συνάρτησης **fft()** στο σήμα **y(f).**

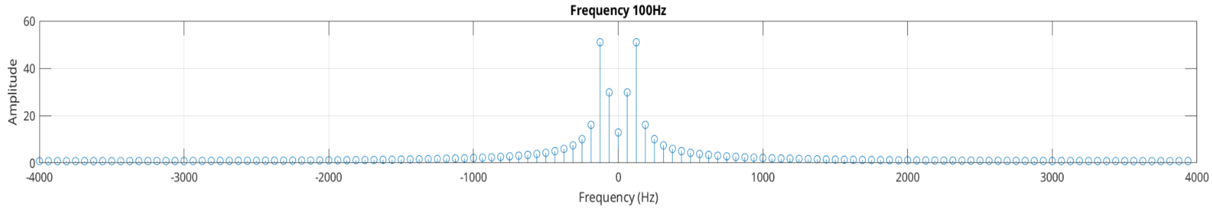


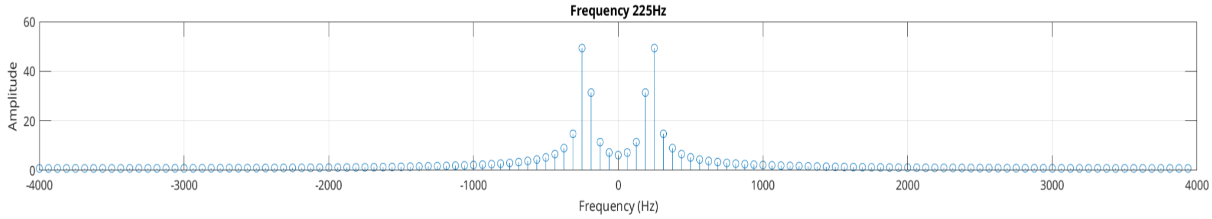
B)

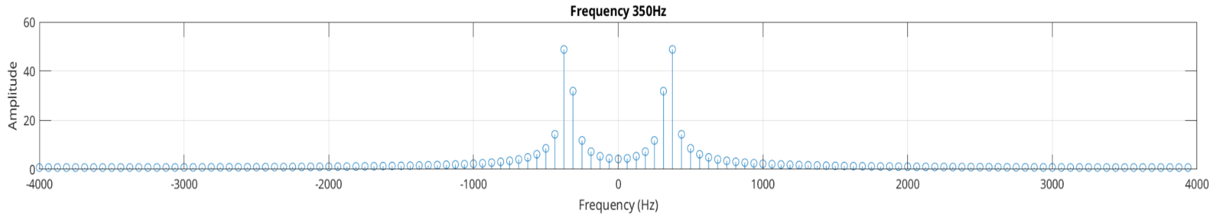
Δίνεται το σήμα **x(t) = sin(2πf$_0$t + φ)**

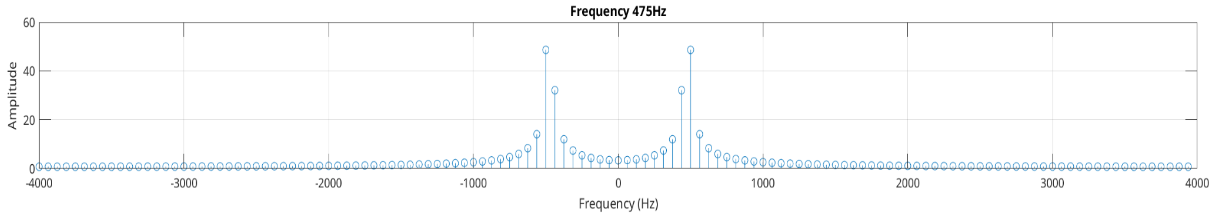
Για την δειγματοληψία του σήματος κατασκευάζεται το διακριτό σήμα **x(n) = sin(2π(f$_0$/f$_S$)n + φ)** (όπου **t = nT$_S$ = n/f$_S$** και **φ = 51**) με συχνότητα δειγματοληψίας **f$_S$ = 8kHz**.

Αρχικά γίνεται δειγματοληψία με συχνότητα **από f$_0$ = 100Hz έως και f$_0$ = 475Hz με βήμα 125Hz.**

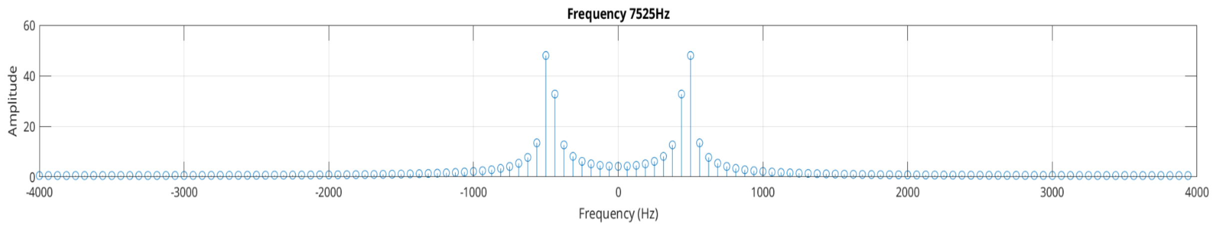


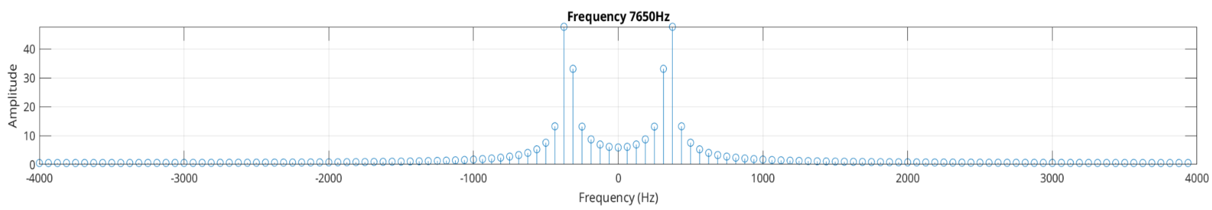


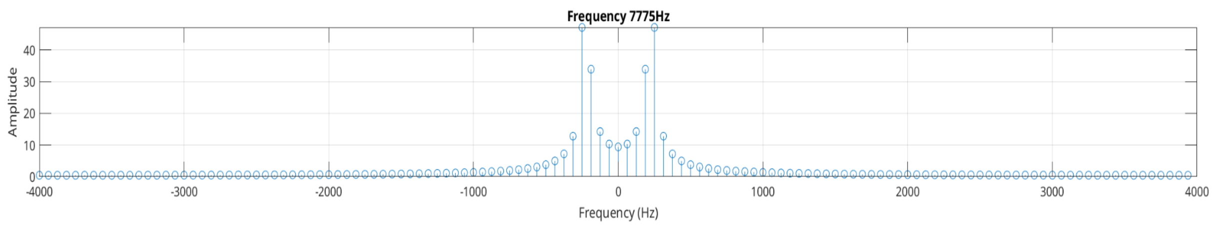


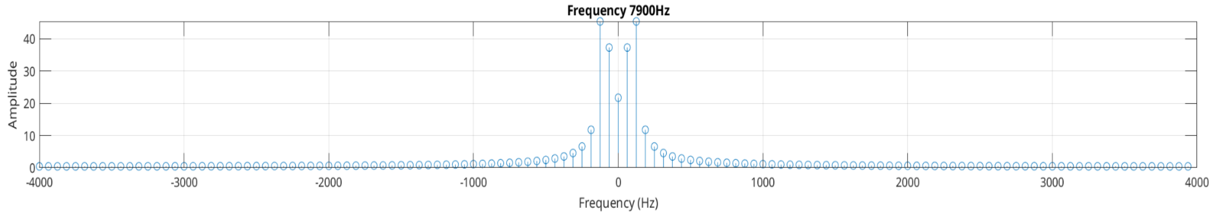


Στην συνέχεια γίνεται ξανά δειγματοληψία του σήματος με συχνότητα **f_0 = 7525Hz έως και f_0 = 7900Hz πάλι με βήμα 125Hz.**









Παρατηρείται μεγάλη ομοιότητα μεταξύ των γραφημάτων **100Hz-7900Hz, 225Hz-7775Hz, 350Hz-7650Hz και 475Hz-7525Hz.** Η ομοιότητα αυτών των ζευγαριών-γραφημάτων οφείλεται στο γεγονός πως για συχνότητες μεγαλύτερες των 4kHz υπερχειλίζουν στην επόμενη περίοδο. Έτσι οι παλμοί μεταξύ των 4kHz και 8kHz που ακολουθούσαν την συχνότητα του συνημιτόνου μέχρι τα 4kHz αρχίζουν να συγκλίνουν στο 0.

Η επιλογή του φ επηρεάζει το αποτέλεσμα ως προς την μέγιστη τιμή που παίρνει. Αυτό μπορεί να φανεί και μέσω του τύπου:

$$\left\{sin(2\pi f_0 t \ + \ \varphi)\right\} \ = \ \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{-j\varphi}\left\{\delta(f \ - f_0)\right\} \ + \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\varphi}\left\{\delta(f \ + f_0)\right\}$$