

---

# Criptografia com chaves públicas (Criptografia assimétrica)

---

SEGA4 – Segurança da Informação

---

## Objetivos

- Apresentar histórico e motivação para a criptografia com chaves públicas.
  - Conhecer o protocolo de Diffie e Hellman.
  - Conhecer o protocolo RSA.
  - Conhecer o conceito de infra-estrutura de chaves públicas.
  - Conhecer o protocolo SSL.
-

---

## Motivação

- Logística para a distribuição de chaves simétricas.
    - Distribuir chaves é um problema complexo:
      - Dentro de uma força armada: Cada unidade (cada vaso de guerra, cada aeronave, tanque, etc), requer o reabastecimento periódico de livros de chaves, diskettes, fitas, etc.
  - Assinatura digital
    - Como criar um mecanismo digital que possa demonstrar a autoria de uma mensagem ou documento?
- 

---

## Analogia com cadeados

- Alice precisa enviar uma mensagem para Bob. Mas o correio é não confiável e os carteiros frequentemente tem acesso ao conteúdo das cartas.
  - Alice envia a mensagem para Bob dentro de uma caixa com fechos para dois cadeados. Alice utiliza um dos fechos com o seu cadeado.
-

---

## Cont.

- Bob ao receber a caixa, coloca o seu cadeado no outro fecho e envia a caixa de volta para Alice.
  - Alice retira o seu cadeado e devolve a caixa para Bob.
  - Bob retira o seu cadeado e abre a caixa.
- 

---

## Problemas

- A criptografia simétrica não funciona como os cadeados. A ordem de encriptação e deciptação é importante.
  - Este problema inspirou Diffie e Hellman na busca por uma solução para o problema das chaves simétricas.
  - Problema era considerado insolúvel.
-

---

## Função unidirecional

- Fácil de calcular em um sentido, mas muito difícil desfazer.
  - Analogia: quebrar um ovo é fácil, mas é muito difícil reconstituir o ovo original.
- 

---

## Aritmética Modular

- Exemplo: Relógio trabalha com módulo 12.
    - Para 17h o relógio marca  $5h = (17 \bmod 12)$ .
  - Exemplo de função unidirecional.
    - $7^x \bmod 11$
-

---

## Algoritmo de Diffie e Hellman para troca de chaves

- O algoritmo baseia-se na função  $G^x \pmod N$ .
  - Bob e Alice concordam em valores para  $G$  e  $N$ . Por exemplo  $G=7$  e  $N=11$  (com  $G < N$  e  $G$  e  $N$  primos).
- 

---

## Passos

- 1: Alice escolhe um número  $A$  (ex. 3) e guarda esse número como segredo. Bob escolhe um número  $B$  (ex. 6) e também guarda como segredo.
  - 2: Alice calcula  $7^3 \pmod{11} = 2$  e envia esse resultado para Bob. Bob calcula  $7^6 \pmod{11} = 4$  e envia esse resultado para Alice.
-

---

## Cont.

- 3: Alice pega o valor de Bob e calcula  $4^3(\text{mod } 11)=9$ . Bob pega o valor de Alice e calcula  $2^6(\text{mod } 11) =9$ .
  - 9 é a chave comum entre Alice e Bob. A chave não precisa passar pelo canal inseguro.
- 

---

## Repetição

- Utilizando um canal inseguro Alice e Bob concordam em dois números primos  $G$  e  $N$ .  $N$  deve ser um número grande (1024 bits).
  - Alice escolhe um número inteiro  $A$  e usando  $A$  ela calcula  $B = (G^A) \text{ mod } N$ . Ela transmite  $B$  para Bob.
  - Bob seleciona um inteiro  $C$ , e calcula  $D = (G^C) \text{ mod } N$ . Ele transmite  $D$  para Alice.
-

## Cont.

- Alice calcula  $K = (D^A) \bmod N$  e Bob calcula  $K = (B^C) \bmod N$ .
- $K$  é igual a  $(G^{AC}) \bmod N$  em ambos os casos.
- Eva, não pode calcular  $K$  pois não conhece  $A$  ou  $C$ . Assim  $K$  pode ser utilizada como uma chave entre Alice e Bob.
- O algoritmo é seguro pois é difícil obter o valor de um logaritmo em módulo (problema do logaritmo discreto). Para um  $N$  (primo) com mais de 300 dígitos,  $A$  e  $C$  com pelo menos 100 dígitos o cálculo do logaritmo levaria o tempo de existência do Universo.

## Diffie Hellman Key Exchange

	Alice	Evil Eve	Bob
	Alice and Bob exchange a Prime (P) and a Generator (G) in clear text, such that $P > G$ and G is Primitive Root of P $G = 7, P = 11$		Alice and Bob exchange a Prime (P) and a Generator (G) in clear text, such that $P > G$ and G is Primitive Root of P $G = 7, P = 11$
Step 1	Alice generates a random number: $X_A$ $X_A = 6$ (Secret)		Bob generates a random number: $X_B$ $X_B = 9$ (Secret)
Step 2	$Y_A = G^{X_A} \pmod P$ $Y_A = 7^6 \pmod{11}$ $Y_A = 4$		$Y_B = G^{X_B} \pmod P$ $Y_B = 7^9 \pmod{11}$ $Y_B = 8$
Step 3	Alice receives $Y_B = 8$ in clear-text	Evil Eve sees $Y_A = 4, Y_B = 8$	Bob receives $Y_A = 4$ in clear-text
Step 4	Secret Key $= Y_B^{X_A} \pmod P$ Secret Key $= 8^6 \pmod{11}$ 🔑 Secret Key = 3		Secret Key $= Y_A^{X_B} \pmod P$ Secret Key $= 4^9 \pmod{11}$ 🔑 Secret Key = 3

Copyright ©2005, Scott A.  
http://www.wiki-ley.com

---

## Restrição

- Necessidade de troca mútua de parâmetros para o cálculo da chave compartilhada.
    - Alice e Bob precisam estar simultaneamente ativos para que se possa estabelecer uma chave comum.
  - É necessário o uso de duas chaves públicas para estabelecer a comunicação.
- 

---

## Vulnerabilidades

- Ataque man in the middle
    - Eva pode se mascarar como Alice para Bob. Bob e Eva passam a compartilhar uma chave comum.
  - Geração de números aleatórios.
    - Se a saída do gerador não for “muito” aleatória e for possível adivinhar valores, o atacante terá a sua tarefa simplificada.
-



---

## RSA

- Criado por Ron Rivest, Adi Shamir e Len Adleman no MIT em 1977.
  - Clifford Cocks descreve um algoritmo semelhante em 1973. (novamente, um segredo guardado por interesses governamentais)
  - Patenteado nos EUA em 1983 ( A patente expirou em 21 de setembro de 2000).
- 

---

## Idéia central

$y = f(x) = x^e \bmod n$     É fácil para computar.

$x = f^{-1}(y)$     É extremamente difícil para computar.

---

---

## Operação

- Selecione **p** e **q** (2 primos grandes) e calcule  **$n=pq$**  (**n** é conhecido como módulo).
  - Selecione um número **e** < **n** e primos relativos a  **$(p-1)(q-1)$** . Isto é, **e** e  **$(p-1)(q-1)$**  não possuem fatores comuns exceto 1.
  - Encontre outro número **d** tal que  **$(ed-1)$**  é divisível por  **$(p-1)(q-1)$** .
- 

---

## Cont.

- Os valores **e** e **d** são chamados respectivamente de expoentes públicos e privados.
  - A chave pública é o par  **$(n,e)$**  e a chave privada é o par  **$(n,d)$** . Os fatores **p** e **q** podem ser descartados ou mantidos com a chave privada.
-

---

## Encriptação e deciptação

- O texto cifrado  $c$  é obtido de:
    - $c = m^e \bmod n$ . (usando a chave pública).
  - O texto original é obtido de:
    - $m = c^d \bmod n$  (uso da chave privada).
- 

---

## Exemplo simples

- *Seja*
  - $p = 61$  número primo (mantido secreto)
  - $q = 53$  segundo primo (secreto)
  - $N = pq = 3233$  (público)
  - $e = 17$  (expoente público)
  - $d = 2753$  (expoente privado)
-

---

## Cont.

- A função de encriptação é:
    - $\text{encrypt}(n) = n^e \bmod N = n^{17} \bmod 3233$
  - A função de deciptação é:
    - $\text{decrypt}(c) = c^d \bmod N = c^{2753} \bmod 3233$
  - Para encriptar 123, calcula-se
    - $\text{encrypt}(123) = 123^{17} \bmod 3233 = 855$
  - Para deciptar o texto cifrado, calcula-se
    - $\text{decrypt}(855) = 855^{2753} \bmod 3233 = 123$
- 

---

## Assinatura digital

- O RSA pode ser utilizado como assinatura digital de uma pessoa.
  - Suponha que Alice deseja mandar uma mensagem **m** para Bob e garantir a autenticidade.
  - Alice cria uma assinatura digital **s**. Onde:
    - **$s = m^d \bmod n$** .
  - Ela envia m e s para Bob. (poderia utilizar um hash de m).
  - Bob verifica a autenticidade se  **$m = s^e \bmod n$** .
-

---

## Geração de chaves

1. Selecione um número  $n$  aleatório.
  2. Selecione um número  $a < n$  aleatório.
  3. Execute um teste de primalidade, tal como o Miller e Rabin, com  $a$  como parâmetro. Se  $n$  falhar, volte para o passo 1.
  4. Se  $n$  passou por um número suficiente de testes, aceite  $n$ ; caso contrário volte para o passo 2.
- Quantas tentativas serão realizadas?
    - Pelo teorema dos números primos, os primos estão espaçados de um número  $N$  em média  $\ln(N)$ .
    - Retirando os pares temos:  $\ln(N)/2$ . Assim para  $N=2^{200}$  teremos  $\ln(2^{200})/2 = 70$  tentativas.
- 

---

## Segurança do RSA

- A segurança do RSA depende do problema de fatoração de números grandes ( $N$ ) em dois números primos ( $p, q$ ).
  - Não existem algoritmos polinomiais (até o momento) para resolver este problema.
  - Até 2004 era possível fatorar números com 174 dígitos (576 bits). As chaves do RSA são de 1024-2048 bits.
  - Alguns especialistas estimam a quebra de chaves de 1024 bits num médio prazo.
-

---

## Ataques

- Temporização

- Foi reportado que é possível deduzir a chave ***d*** a partir de medidas de tempo para decifração de diferentes textos cifrados.
  - Contra-medida: garantir que o tempo de término seja constante para qualquer texto cifrado.
- 

---

## Cont.

- Man in the middle

- Eva pode enviar uma chave pública para Bob fingindo ser de Alice.
- Eva pode interceptar mensagens de Bob para Alice, ler ou copiar estas mensagens e enviar uma cópia para Alice com a chave pública de Alice.

- Solução:

- Certificados digitais e outros componentes de uma ICP – Infra-estrutura de chaves públicas (PKI).
-

---

## Criptografia Híbrida

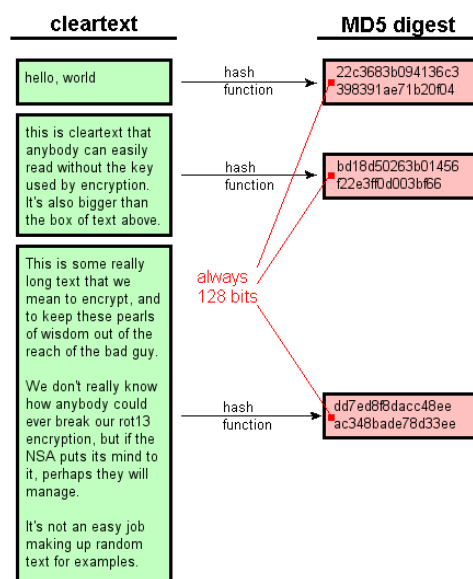
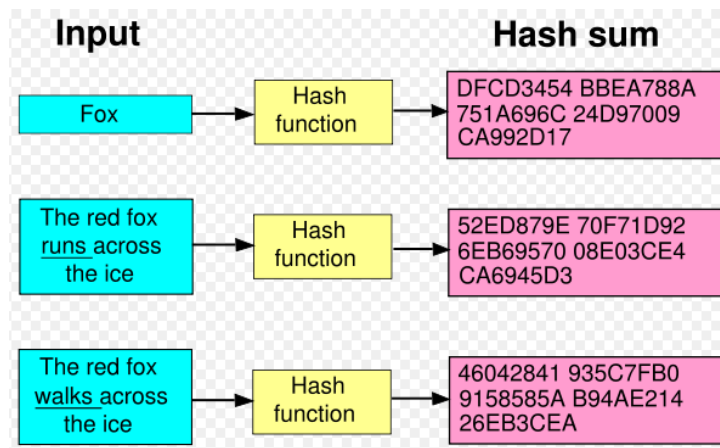
- A criptografia assimétrica tem uma limitação:
    - Desempenho.
  - Solução:
    - Utilizar a criptografia assimétrica para trocar uma chave simétrica.
    - Uma vez estabelecida a chave simétrica, a comunicação é efetuada com essa chave.
- 

---

## Integridade de mensagens

- A criptografia prove confidencialidade dos dados.
  - Mas a integridade dos dados não é necessariamente garantida.
    - É possível alterar blocos da mensagem e essa alteração não ser detectada.
  - É necessário o uso de uma função para a garantia de integridade da informação.
    - Ao final da mensagem é anexado um valor para ~~verificação da integridade da mensagem.~~
-

## Função de Hash





---

## Propriedades do Hash

- Um hash é uma espécie de assinatura para um conjunto de dados que representa um documento.
  - Algumas propriedades:
    - Avalanche: uma pequena mudança no conteúdo causa uma grande mudança no Hash.
    - Hash é uma função uni-direcional.
    - É pouco provável obter uma colisão:
      - Um hash de 128 bits é um número entre  $3,4 \times 10^{38}$  possibilidades.
- 

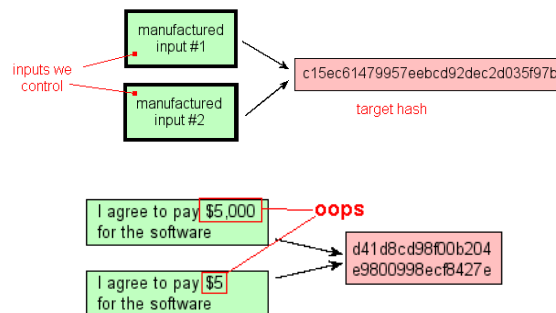
---

## Requisitos de uma função de Hash

1. Aplicável para um bloco de dados de qualquer tamanho.
  2. Produz sempre uma saída com o mesmo comprimento.
  3. Fácil de ser calculada para qualquer valor x.
-

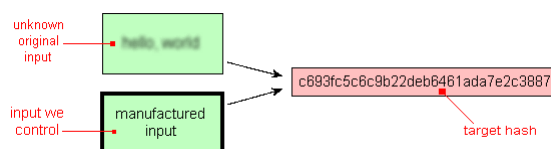
## 4. Resistência a colisão

- Deve ser computacionalmente inviável obter duas entradas que produzem o mesmo valor de hash.



## 5. Resistência a uma pré-imagem

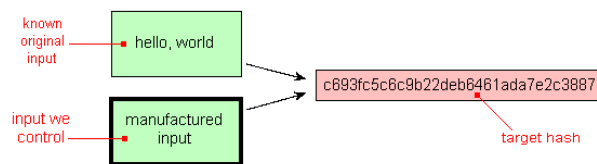
- Deve ser computacionalmente inviável encontrar uma entrada  $x$  que produza uma determinada saída  $h$ .



---

## 6. Resistência a segunda pré-imagem

- Dado um  $x$  conhecido, deve ser computacionalmente inviável obter uma entrada  $y$ , diferente que  $x$ , que produza o mesmo valor de hash que  $x$ .



---

## Usos do Hash

- Verificação de integridade de arquivos.
- Armazenamento de senhas.
- Assinatura de documentos. (Ao invés de criptografar um documento todo, criptografar apenas o hash).

---

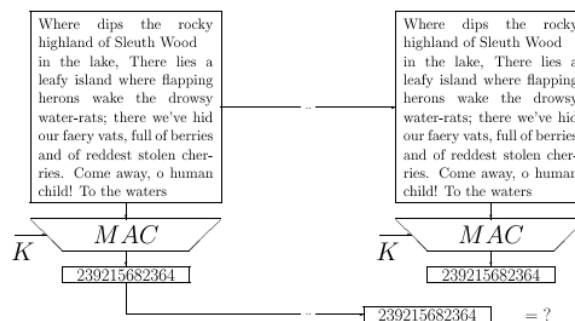
## MDC (Manipulation Detection Code)

- MDC é uma função de hash sem o uso de uma chave secreta.
    - Algoritmos utilizados:
      - SHA-1
      - RIPEMD 160.
- 

---

## MAC (Message Authentication Code)

MAC = hash function with secret key.



---

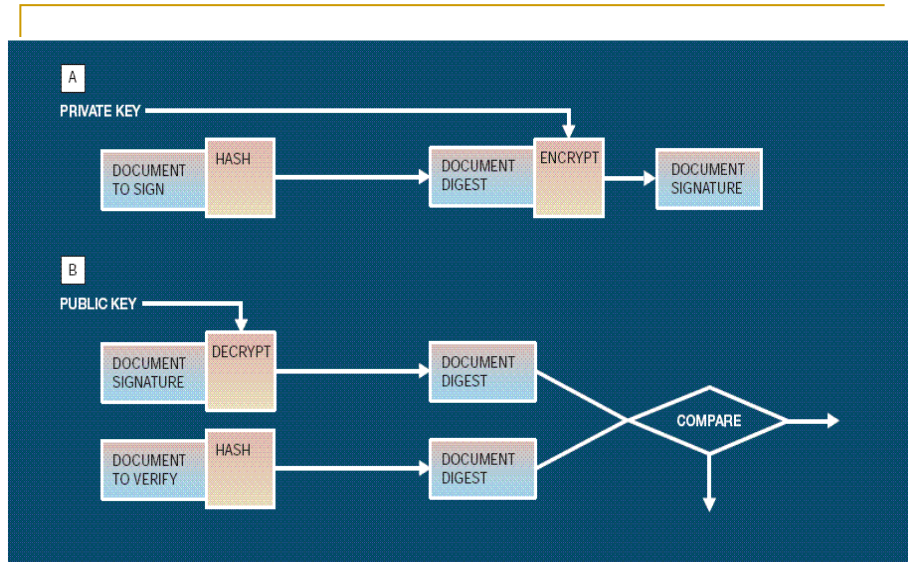
## Uso do MAC

- MAC é utilizado principalmente no modo CBC sendo necessário duas chaves. Uma chave para a cifragem e outra para o MAC.
  - O último bloco transmitido é o MAC.
  - Exemplos de algoritmos
    - ▣ HMAC e OMAC.
- 

---

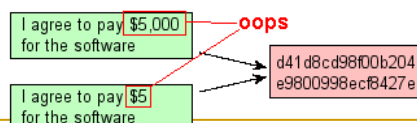
## Assinatura Digital

- A combinação de uma função de Hash e a criptografia com chaves públicas possibilita a construção de mecanismos que impedem a não repudição de autoria de documentos.
-



## Ataques contra funções de hash

- São relatados ataques contra a propriedade de resistência a colisão dos algoritmos MD5 e SHA1 (alguns casos particulares).
- Implicações:
  - Um atacante é capaz de encontrar (x ,y) que produzem um mesmo valor de hash em um tempo viável (ataque da data de aniversário).



---

## Certificado digital

- Um certificado digital é uma assinatura que liga uma chave pública a uma identidade.
  - A assinatura é feita por um terceiro de confiança (Autoridade Certificadora)
  - O certificado digital serve para comprovar que uma chave pública pertence a uma determinada identidade.
- 

---

## ICP – Infra-estrutura de chaves públicas (PKI)

- Para o gerenciamento de chaves públicas é estabelecido uma infraestrutura onde um terceiro de confiança (autoridade certificadora) estabelece a ligação entre uma chave pública e uma identidade.
  - Um usuário pode assinar uma mensagem com a sua chave privada, e o usuário receptor pode verificar a assinatura consultando o diretório de uma autoridade certificadora.
  - Isto permite que dois ou mais participantes, possam trocar mensagens confidenciais sem a necessidade de troca de dados secretos.
-

---

## Estrutura de uma ICP

- Uma organização utiliza os serviços de um ICP. Para tal consulta uma AC (Autoridade certificadora).
  - Atualmente um dos padrões mais utilizados para a implementação de ICPs é o X.509.
  - Existem ICPs públicas e privadas (Ex. Verisign).
- 

---

## Usos

- Autenticação de usuários
    - Usuário apresenta um certificado para uma aplicação.
    - A aplicação valida o certificado e senha (opcional) em uma AC.
    - A AC verifica se o certificado está associado a uma identidade e uma senha.
-



---

## Cont.

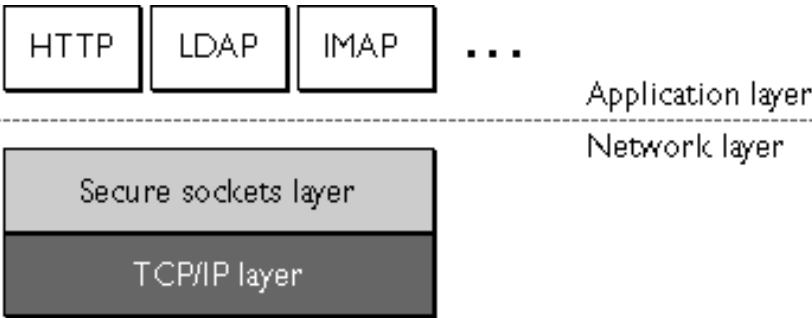
- Assinatura digital e não repudição
    - Em um documento de viagem, um usuário assina, usando sua chave privada, um campo onde ele declara gastos efetuados.
    - O receptor verifica, através de uma AC, a identidade do assinante.
  - SSL
    - Um cliente deseja efetuar uma conexão segura com um site de banco.
    - O site estabelece uma conexão segura oferecendo um certificado associado a um certo endereço DNS.
    - O browser do cliente verifica em uma autoridade certificadora a validade do certificado.
- 

---

## Alguns riscos de uma PKI

- Quem é a autoridade de confiança?
    - Uma AC é apenas um gerenciador de chaves.
    - Não dá garantias quanto a correteude das identidades, confiabilidade, autenticidade e integridade.
  - Riscos da chave privada.
    - A chave privada está no computador do usuário. Eventualmente em um smartcard. Qualquer uso dessa chave é responsabilidade do usuário.
  - Segurança do computador que faz a gerência dos certificados.
  - Qual é a identidade associada a um certificado?
    - A identidade identifica o indivíduo correto?
    - Pode ocorrer conflito de nomes.
  - Conscientização do usuário.
    - Usuário verifica se a identidade apresentada é o do site desejado?
-

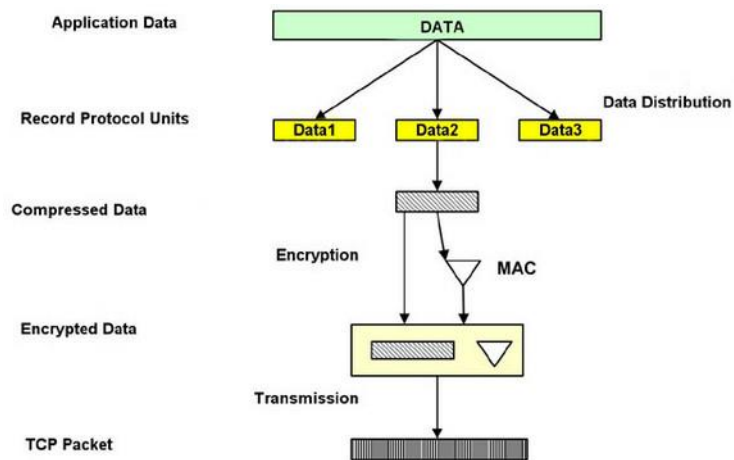
# SSL



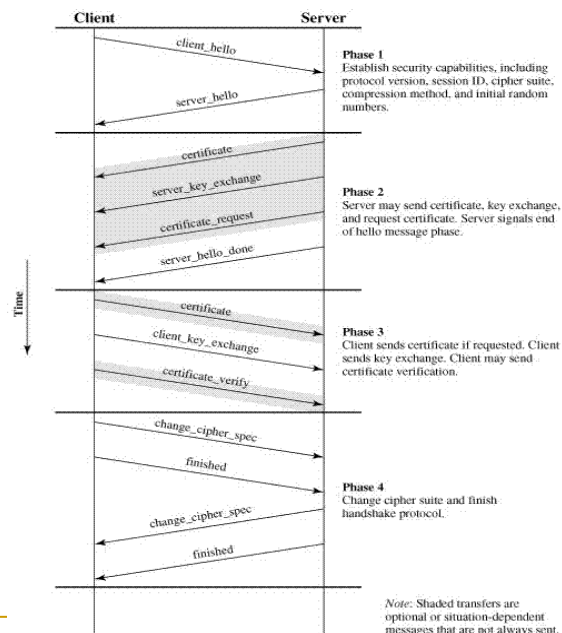
# SSL Protocol Stack

SSL handshake protocol	SSL cipher change protocol	SSL alert protocol	Application Protocol (eg. HTTP)
SSL Record Protocol			
TCP			
IP			

## Record Protocol



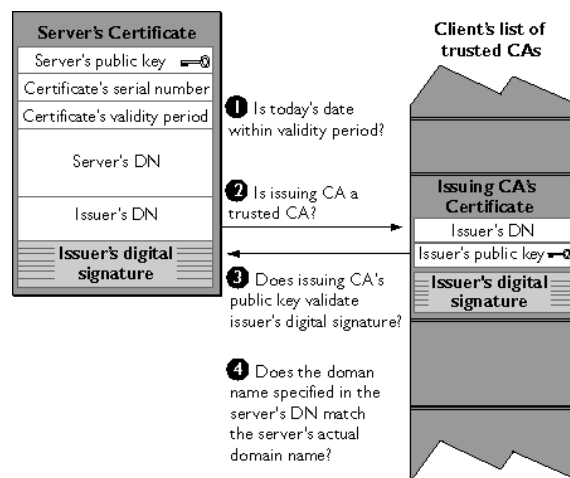
## Handshake



## Resumo das fases do SSL

- Autenticação do servidor.
- Autenticação do cliente.
- Conexão criptografada.
  - Após autenticação do servidor, o cliente divulga cifradores disponíveis.
  - Utilizando-se da chave pública o cliente recebe uma chave simétrica para um determinado cifrador.
  - A comunicação é feita através de chaves simétricas.

## Como um cliente Netscape autentica um certificado recebido



---

## Cifradores comumente utilizados

- RSA
  - RC4 (128 bits)
  - MD5( para autenticação de mensagens).
  - DES (56 bits).
- 

---

## Conclusões

- A criptografia com chaves públicas é um dos grandes avanços tecnológicos das últimas décadas.
  - Baseia-se em propriedades matemáticas de funções unidirecionais, fatoração de números primos, etc.
  - A privacidade de usuários e a viabilidade de transações comerciais na Internet depende dos algoritmos de criptografia assimétrica.
  - Funções de hash são fundamentais para verificação de integridade e criação de assinaturas digitais.
-