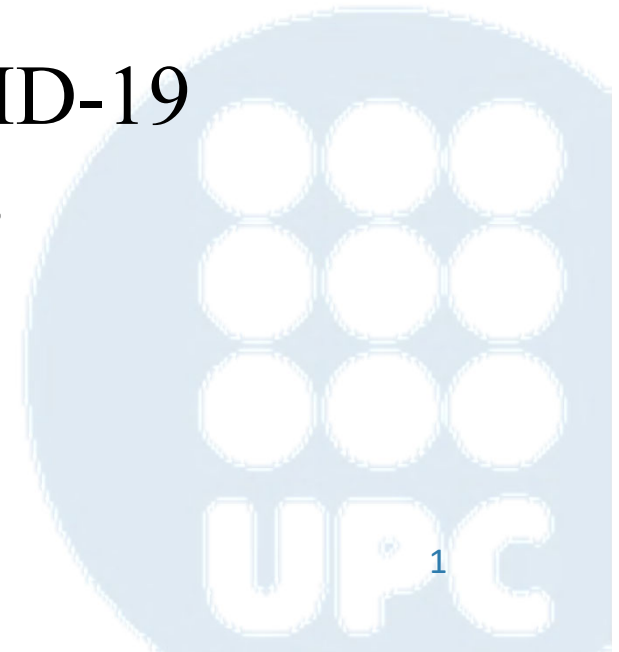


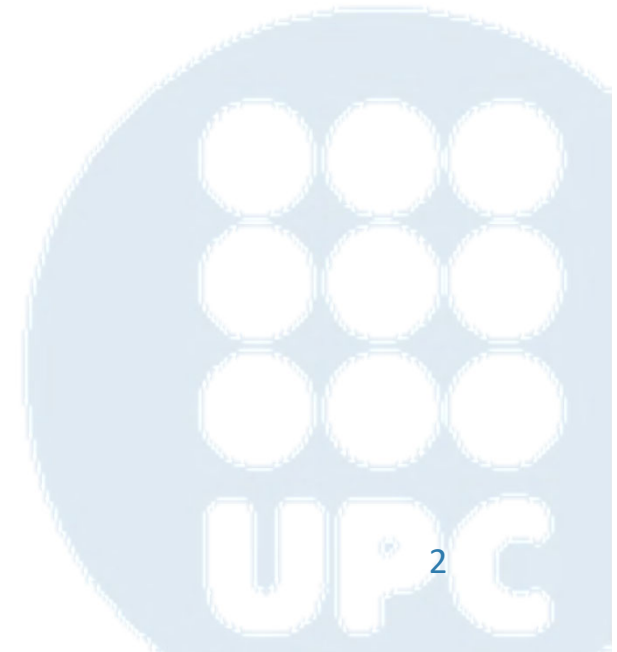
## PSAVC: Pràctica de Detecció

Detector eficient de COVID-19  
mitjançant tècniques  
de *Group Testing*



# Plantejament

- La fracció d'individus infectats de COVID-19 entre els individus asintomàtics és relativament baixa ( $\leq 20\%$ )
- Ús d'un test bàsic de COVID-19 per la detecció d'individus infectats asintomàtics
- En escenaris on la probabilitat de que un individu estigui infectat és baixa es pot reduir el número de tests necessaris i es pot millorar el compromís entre probabilitat de detecció i falsa alarma utilitzant tècniques de cribat en grup conegudes com a ***Group Testing***.

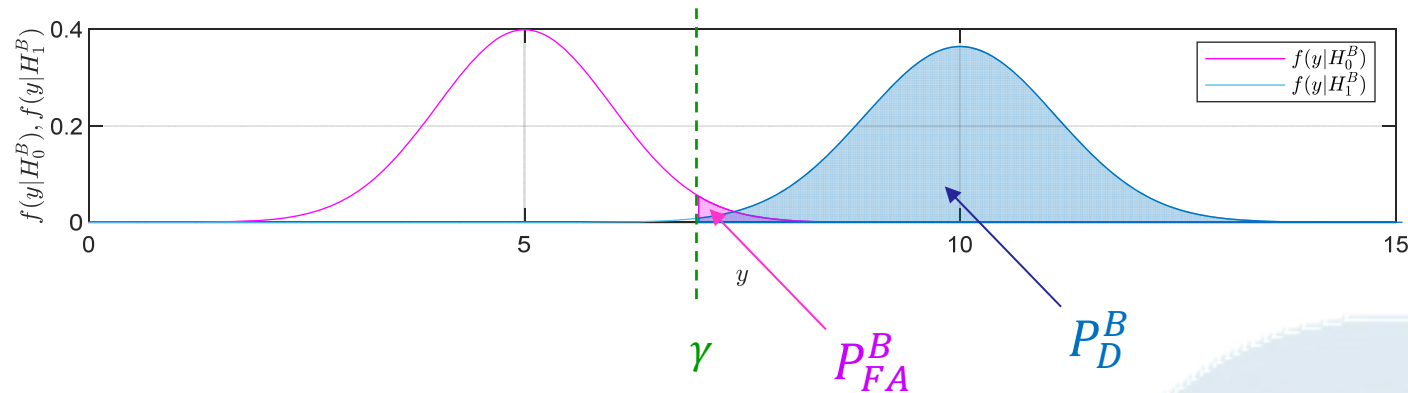


# Test bàsic

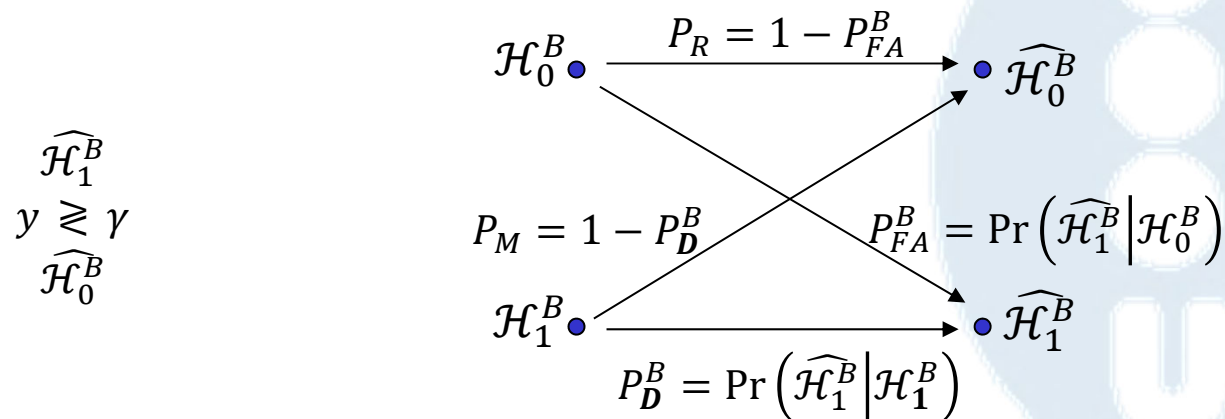
- Test bàsic: La companyia que fabrica el test ens diu que la funció de test  $y$  té la següent estadística segons quina és la hipòtesi vàlida:

$\mathcal{H}_0^B$ : Individu o grup d' individus no infectat:  $y \sim N(m_0, \sigma_0^2)$ ,  $m_0=5$ ;  $\sigma_0^2 = 1$

$\mathcal{H}_1^B$ : Individu o grup d' individus infectat:  $y \sim N(m_1, \sigma_1^2)$ ,  $m_1=10$ ;  $\sigma_1^2 = 1.2$



- El test bàsic pren la decisió comparant el test amb un llindar  $\gamma$  i les prestacions obtingudes són:



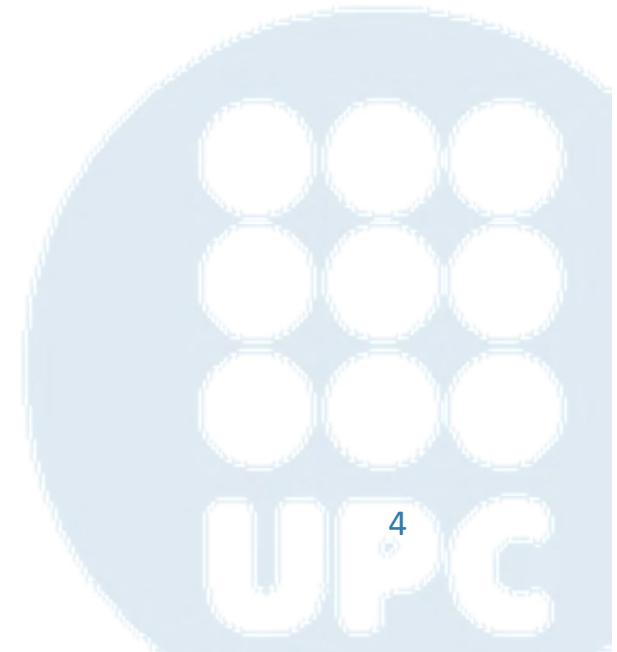
# Detector clàssic

- Esquema clàssic: Es fa un test bàsic per cada individu i ...
  - ... es decideix  $\widehat{\mathcal{H}}_0^C$  si el detector bàsic ha decidit  $\widehat{\mathcal{H}}_0^B$
  - ... es decideix  $\widehat{\mathcal{H}}_1^C$  si el detector bàsic ha decidit  $\widehat{\mathcal{H}}_1^B$
- Per tant, les prestacions de l'esquema clàssic són les del test bàsic:

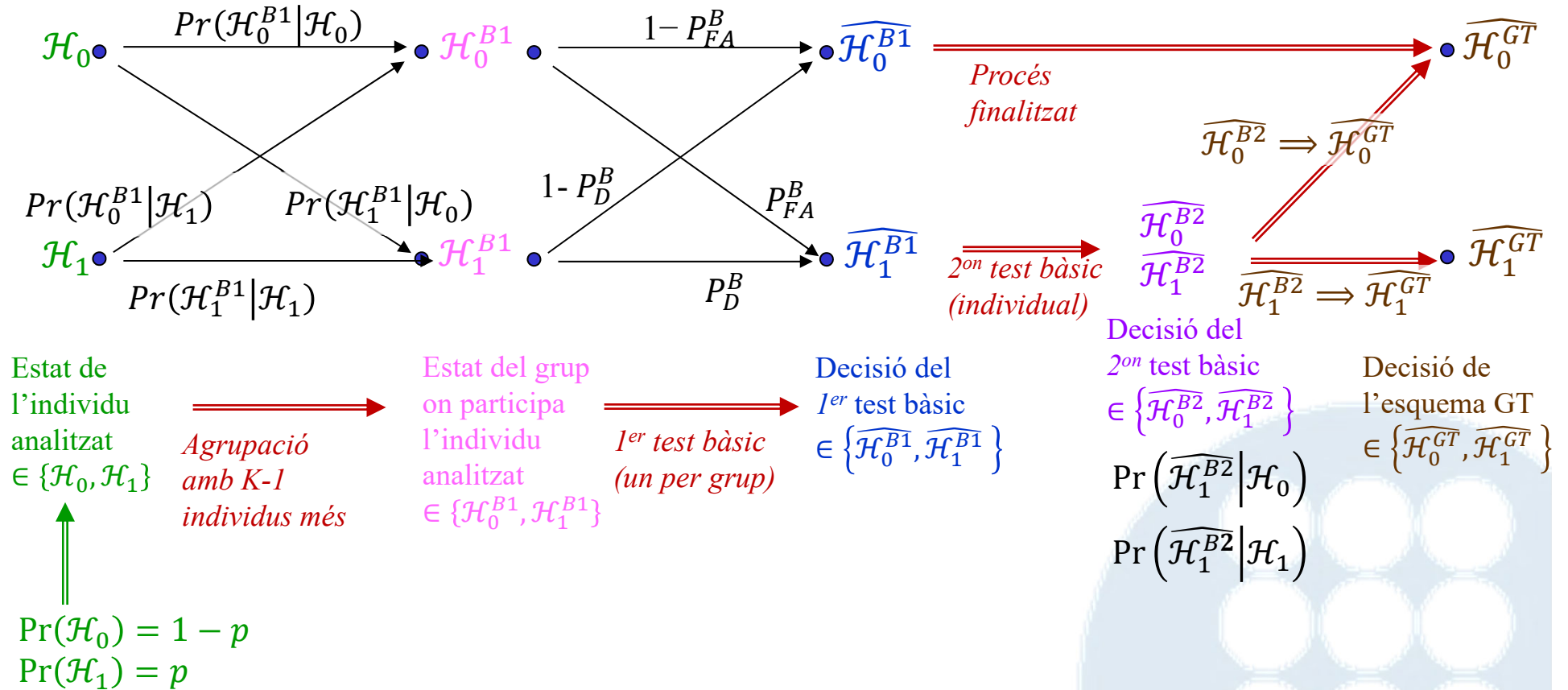
$$P_{FA}^C = \Pr\left(\widehat{\mathcal{H}}_1^C \middle| \mathcal{H}_0\right) = P_{FA}^B$$

$$P_D^C = \Pr\left(\widehat{\mathcal{H}}_1^C \middle| \mathcal{H}_1\right) = P_D^B$$

... i el número de tests és fixe: 1 per individu.



# Detector per *Group Testing* (GT)



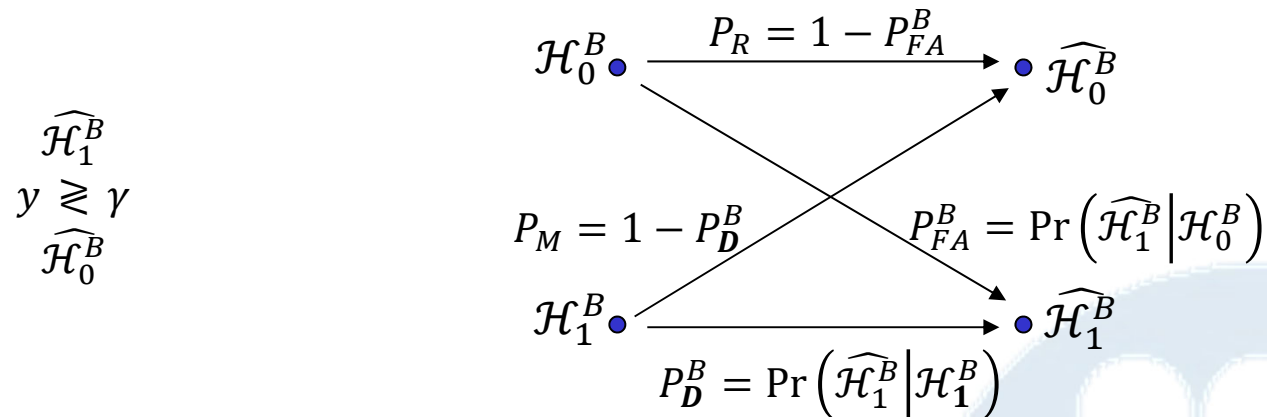
# Estudi previ del test bàsic

- Modelat de la funció de test:

$\mathcal{H}_0^B$ : Individu o grup d' individus no infectat:  $y \sim N(m_0, \sigma_0^2)$ ,  $m_0=5$ ;  $\sigma_0^2 = 1$

$\mathcal{H}_1^B$ : Individu o grup d' individus infectat:  $y \sim N(m_1, \sigma_1^2)$ ,  $m_1=10$ ;  $\sigma_1^2 = 1.2$

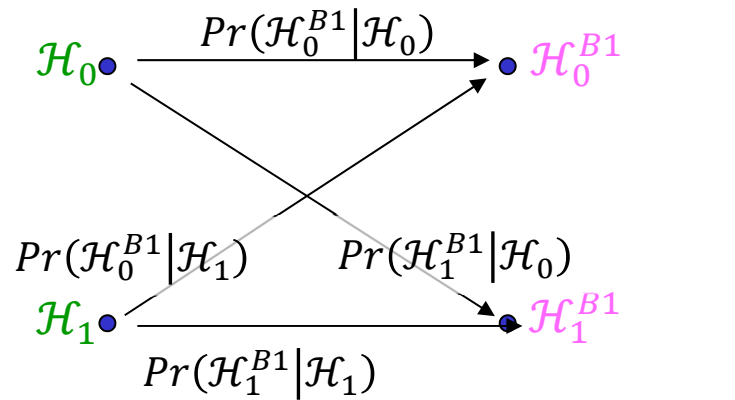
- El test basic pren la decisió comparant el test amb un llindar  $\gamma$  i les prestacions obtingudes són:



## Apartat 3.1:

- $P_{FA}^B = \Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^B | \mathcal{H}_0^B)$  en funció de  $\gamma$ ?
  - $P_D^B = \Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^B | \mathcal{H}_1^B)$  en funció de  $\gamma$ ?
- $\Rightarrow P_D^B$  en funció de  $P_{FA}^B$ ?

# Estudi Previ del detector GT (i)



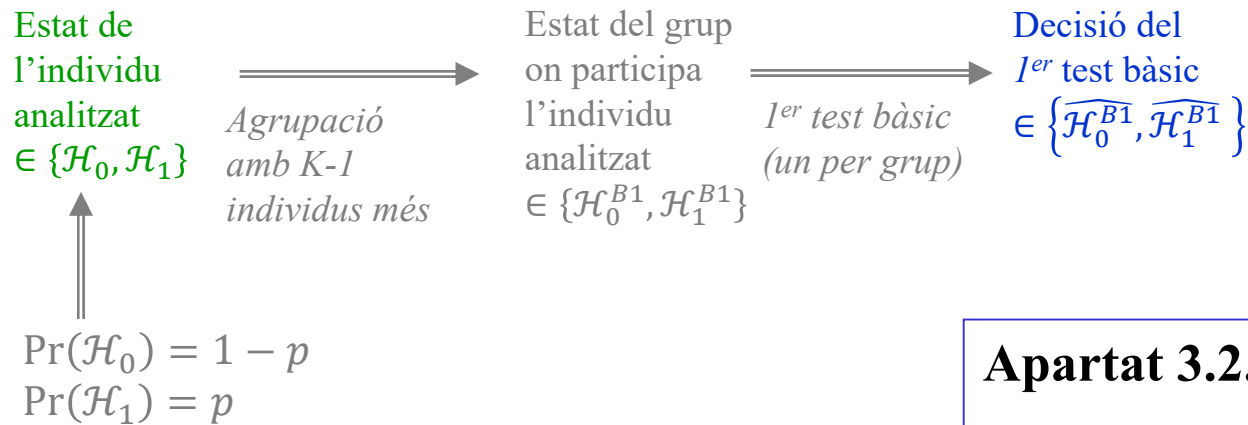
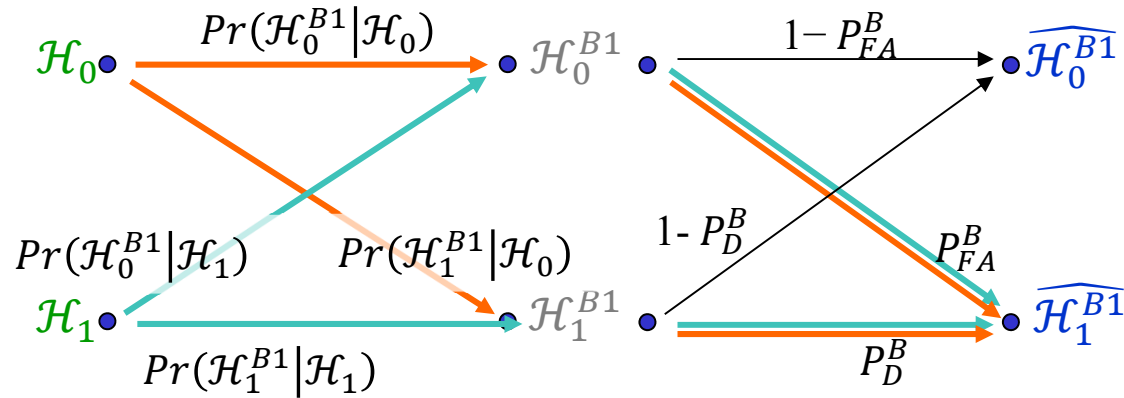
Estat de l'individu analitzat  $\in \{\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1\}$   $\xrightarrow{\text{Agrupació amb } K-1 \text{ individus més}}$  Estat del grup on participa l'individu analitzat  $\in \{\mathcal{H}_0^{B1}, \mathcal{H}_1^{B1}\}$

$\Pr(\mathcal{H}_0) = 1 - p$   
 $\Pr(\mathcal{H}_1) = p$

## Apartat 3.2.a:

- $Pr(\mathcal{H}_1^{B1}|\mathcal{H}_0)=?$
- $Pr(\mathcal{H}_1^{B1}|\mathcal{H}_1)=?$

# Estudi Previ del detector GT (ii)

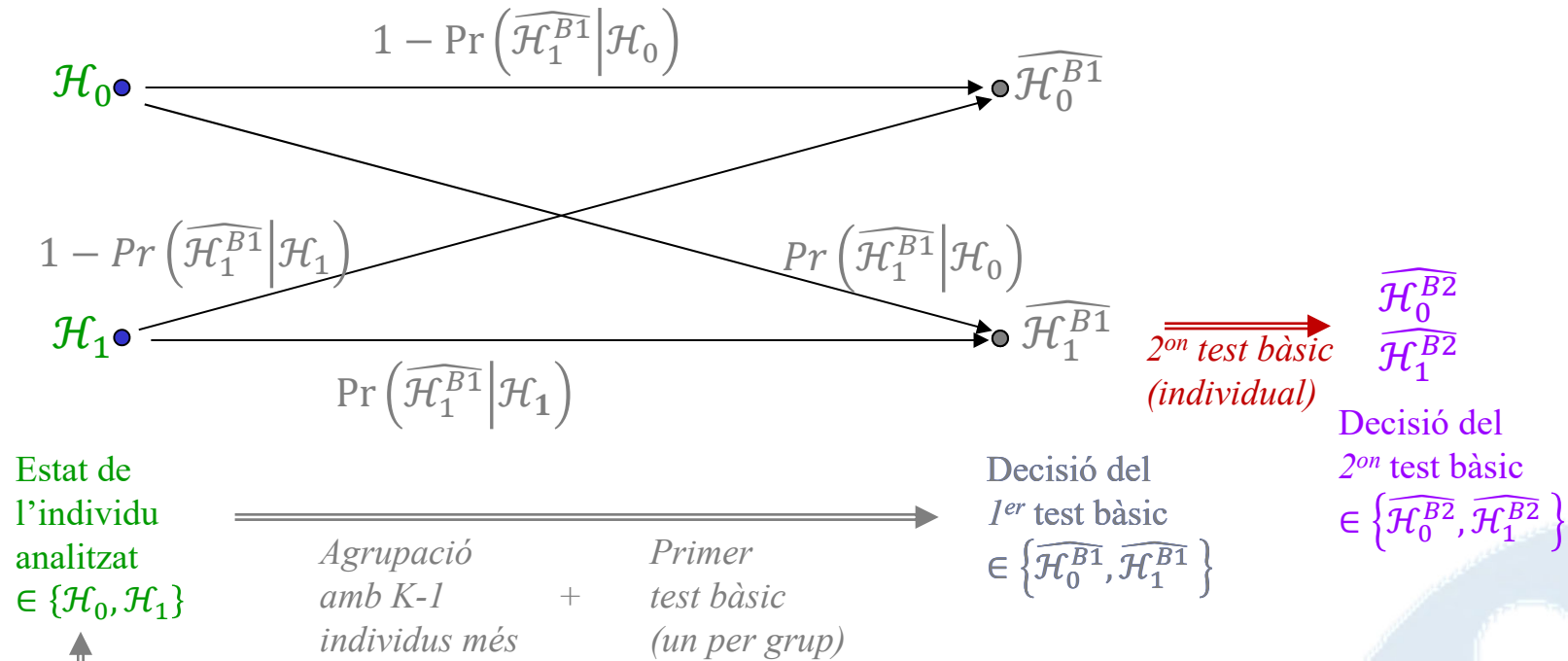


## Apartat 3.2.b:

- $\Pr(\widehat{\mathcal{H}_1^{B1}} | \mathcal{H}_0) = ?$
- $\Pr(\widehat{\mathcal{H}_1^{B1}} | \mathcal{H}_1) = ?$



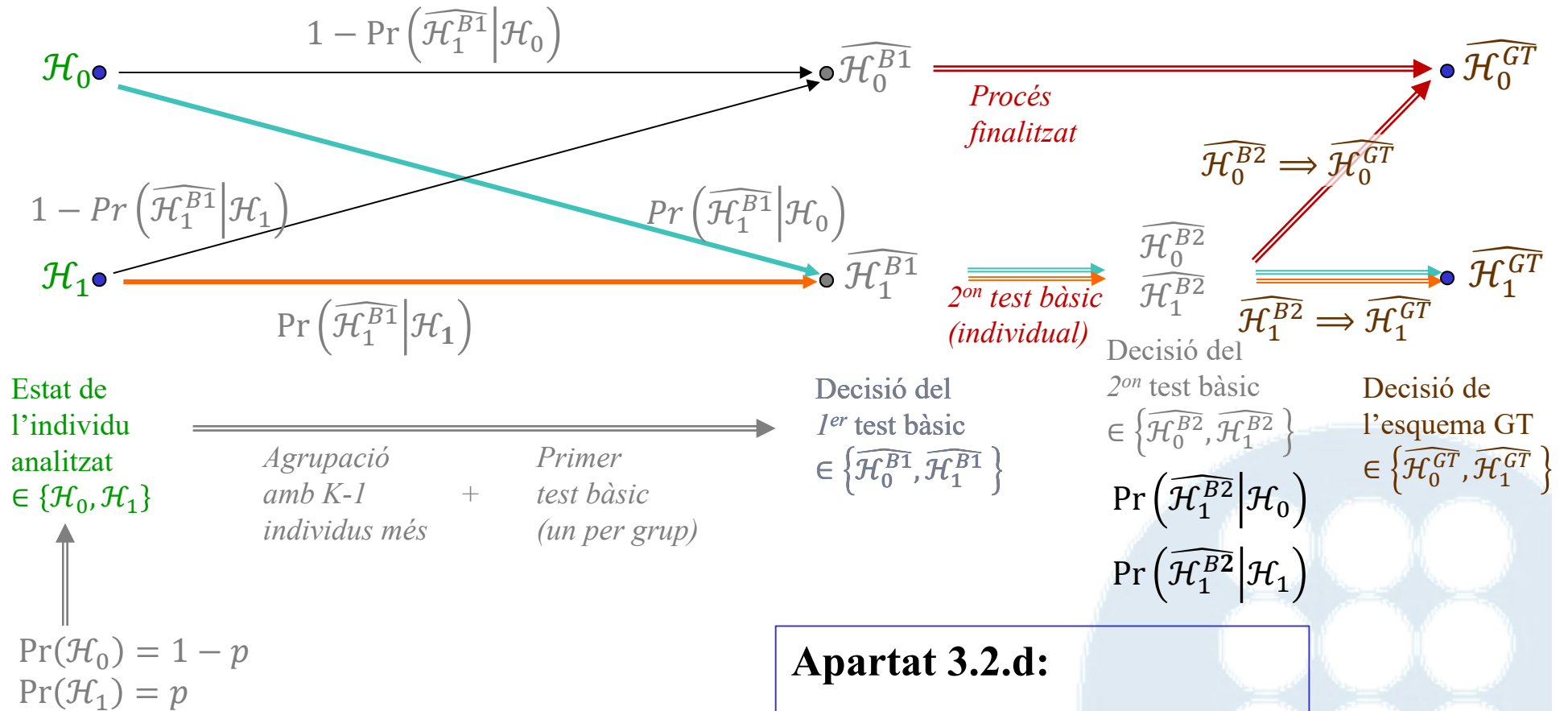
# Estudi Previ del detector GT(iii)



## Apartat 3.2.c:

- $\Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^{B2} | \mathcal{H}_0) = ?$
- $\Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^{B2} | \mathcal{H}_1) = ?$

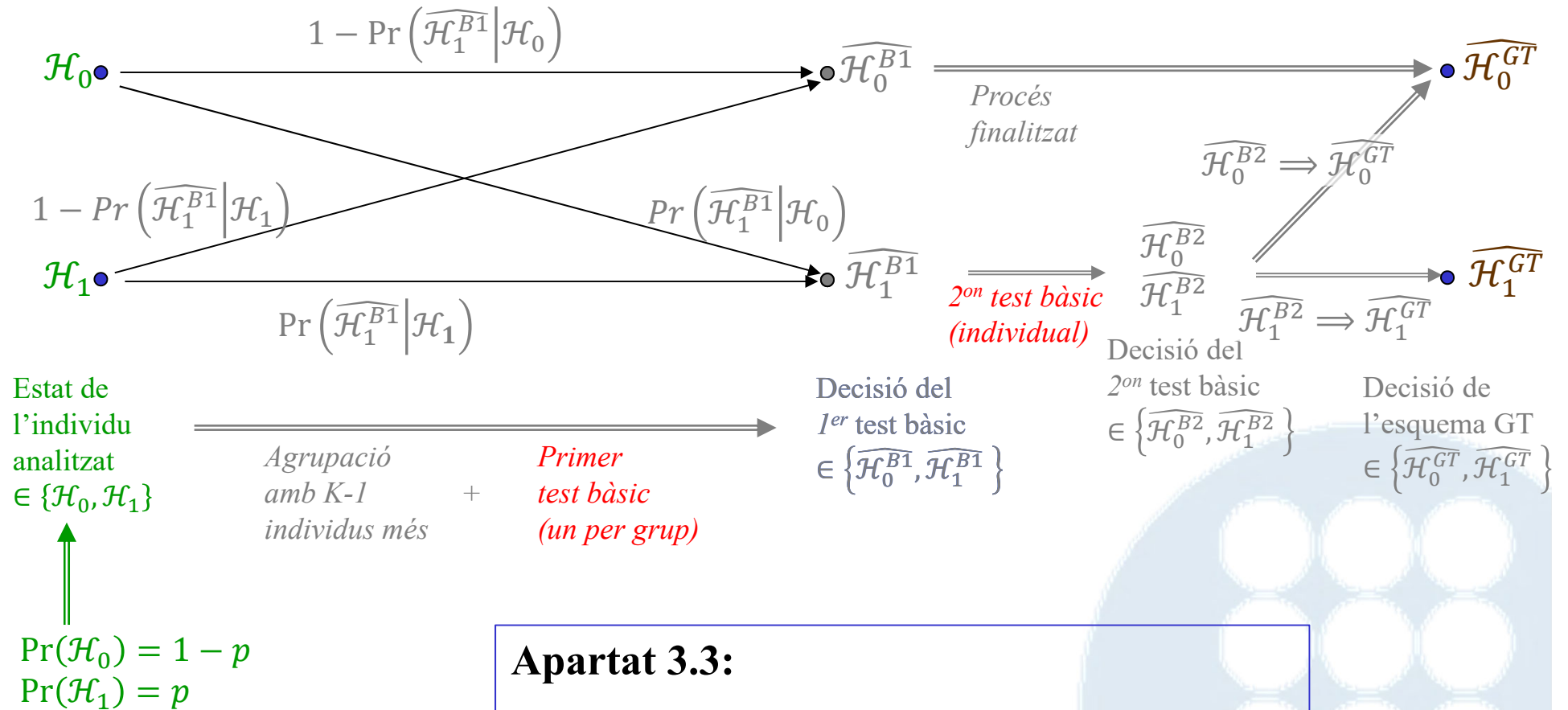
# Estudi Previ del detector GT (iv)



## Apartat 3.2.d:

- $P_{FA}^{GT} = \Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^{GT} | \mathcal{H}_0) = ?$
- $P_D^{GT} = \Pr(\widehat{\mathcal{H}}_1^{GT} | \mathcal{H}_1) = ?$

# Estudi Previ del detector GT (v)

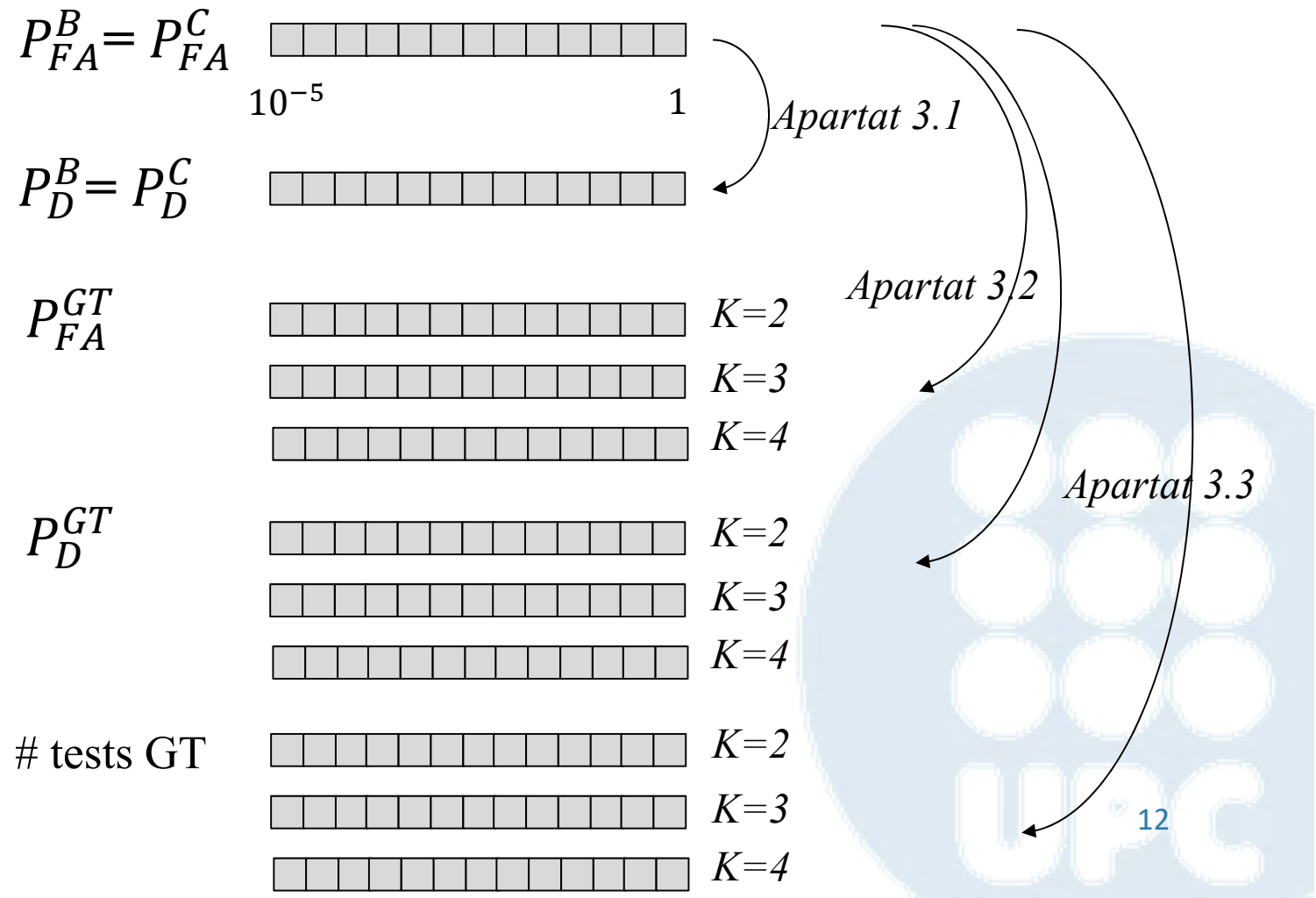


## Apartat 3.3:

- $E\{\#tests | \mathcal{H}_0\} = ?$
  - $E\{\#tests | \mathcal{H}_1\} = ?$
- $\Rightarrow E\{\#tests\} = ?$

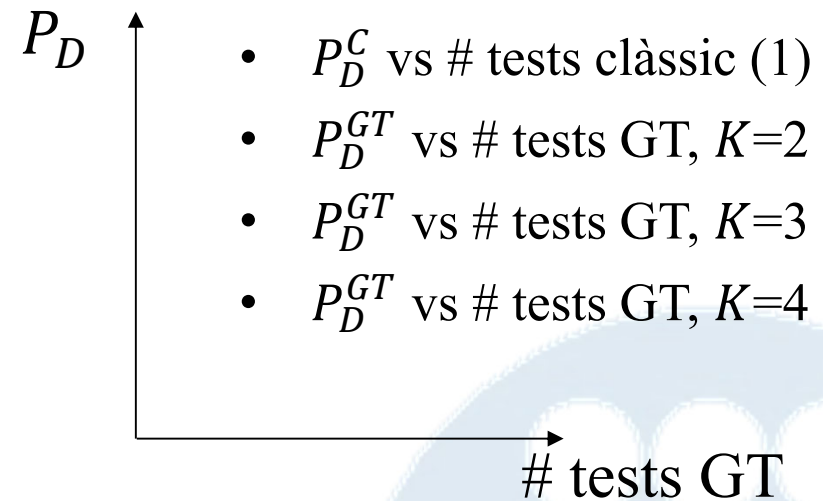
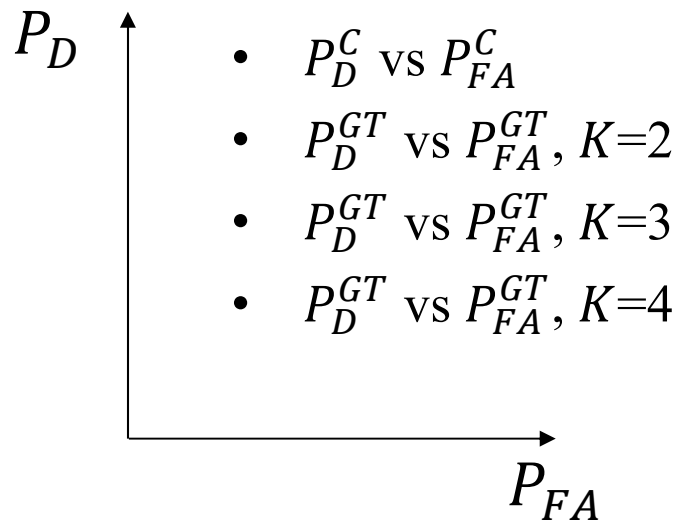
# Activitat al laboratori

## Activitat 4.1. Avaluació de la ROC i del número de tests dels detectors clàssic i de GT amb $K=2,3,4$



# Activitat al laboratori

**Activitat 4.2. Avaluació de la ROC i del número de tests dels detectors clàssic i de GT amb  $K=2,3,4$  i  $p=0.01, 0.1$  y  $0.2$**



## Exemple de prestacions

	$p$	$K$	$P_{FA}^B$	$P_{FA}^C, P_{FA}^{GT}$	$P_D^C, P_D^{GT}$	# Tests/individu
Clàssic			9.9991e-05	9.9991e-05	0.8789	1
GT	0.01	11	4.5073e-04	4.0587e-05	0.8789	0.1894
		2	6.2277e-03	9.9975e-05	0.9777	0.5258
GT	0.1	3	4.5073e-04	8.0449e-05	0.8789	0.5877
		2	1.0314e-03	9.9980e-05	0.9218	0.6833
GT	0.2	2	4.5073e-04	8.4673e-05	0.8789	0.8378
		2	5.2932e-04	9.9990e-05	0.8881	0.8396

# Activitat al laboratori

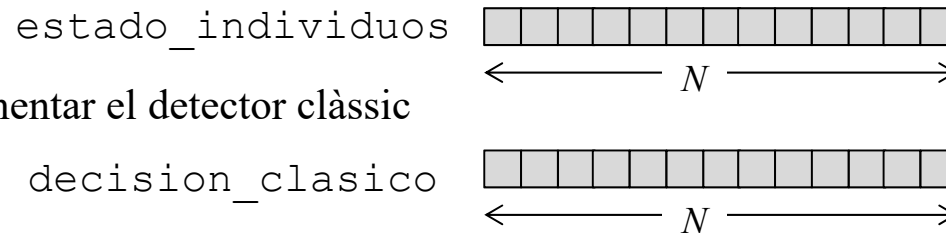
## Activitat 4.3..4.6. Simulació del detector clàssic i el detector de *Group Testing* per MonteCarlo

Simulació per  $p=0.1$ ,  $P_{FA}^C \leq 0.005$ ,  $P_{FA}^{GT} \leq 0.005$ , esquema de GT amb  $K=2$ :

- Avaluar el llindar  $\gamma_C$  que cal utilitzar en el test bàsic quan aquest s'aplica en el detector clàssic (4.3)
- Avaluar el llindar  $\gamma_{GT}$  que cal utilitzar en el test clàssic quan aquest s'aplica en el detector GT amb  $K=2$ .(4.3)

### Programació en Matlab: (4.4, 4.5)

- Generar una població de  $N$  individus com a realitzacions d'una variable aleatòria amb valors 0 (no infectat) o 1 (infectat) amb probabilitat  $1-p$ ,  $p$  respectivament.



- Implementar el detector clàssic

# Activitat al laboratori

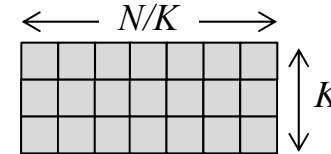
## Activitat 4.5. Simulació del detector clàssic i el detector de *Group Testing* per MonteCarlo

### Programació en (continuació):

- Implementar el detector GT:

- Organitzar els individus en grups de tamany  $K$

`estado_individuos_matriz`



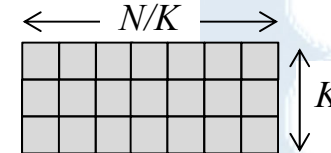
- Avaluar l'estat de cada grup

`estado_grupos`



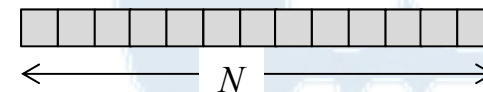
- Realitzar tests bàsics necessaris i guardar la decisió de cada individu en format matriu

`decision_GT_matriz`



- Re-ordenar les decisions preses per cada individu en un vector de tamany  $N$ :

`decision_GT`



- Incorporar en el software un comptador del número de tests total realitzats.



# Activitat al laboratori

## Activitat 4.5. Simulació del detector clàssic i el detector de *Group Testing* per MonteCarlo

### Programació en Matlab(continuació):

- Càlcul de mètriques de prestacions:
  - Comptabilitzar quants dels  $N$  individus de la població corresponen a cada cas:

	$\widehat{\mathcal{H}}_0^C$	$\widehat{\mathcal{H}}_1^C$	$\widehat{\mathcal{H}}_0^{GT}$	$\widehat{\mathcal{H}}_1^{GT}$
$\mathcal{H}_0$				
$\mathcal{H}_1$				

- Utilitzar la taula anterior per estimar els valors de  $P_{FA}^C, P_D^C, P_{FA}^{GT}, P_D^{GT}$
- Calcular el número de tests realitzats *per individu* en el detector de GT
- Afegir els valors obtinguts a les figures de l'activitat 4.1 per veure si les estimacions de les prestacions obtingudes per MonteCarlo són acurades.



**IMPORTANT:** Per que les estimacions siguin acurades totes les caselles de la taula han de comptabilitzar 100-500 o més individus. Si no es compleix cal augmentar  $N$ . *Quin valor de  $N$  esperem necessitar per  $P_{FA} \leq 0.005$ ?*