§2. Пусть Рис. 1 представляет положения Солнца S, Земли T, и Луны L, и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Масса Солнца . . . . . . S

≫ Земли . . . . . . T

≫ Луны L

Расстояние:

$$S\Theta = \rho; ST = \rho_1; SL = \rho_2; TL = r$$

тогда будет:

$$T\Theta = r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r$$
$$L\Theta = r_2 = \frac{T}{T+L} r \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу:

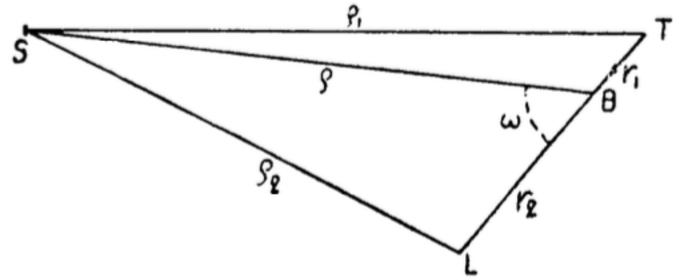

Рис. 1

Солнце S сообщает ускорения:

Земле: $f \cdot \frac{S}{\rho_1^2}$ по направлению TS

Луне: $f \cdot \frac{S}{\rho_2^2}$ ≫ ≫ LS

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2}$ по направлению, параллельному TS

$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2}$ ≫ ≫ ≫ LS

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$f \cdot \frac{T}{\rho_1^2}$ по направлению ST

$$f \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \qquad \gg \qquad \gg \qquad SL$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению параллельно } TS$$

$$w_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \qquad \gg \qquad \gg \qquad \gg \qquad LS$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL, получим, как легко видеть из подобия показанных на Рис. 2 и Рис. 3 треугольников:

$$w_1' = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$w_1'' = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1} \qquad \gg \qquad \gg \qquad \Theta L$$

$$w_2' = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2} \qquad \gg \qquad \gg \qquad \Theta S$$

$$w_2'' = w_2 \cdot \frac{r_2}{\rho_2} \qquad \gg \qquad \gg \qquad L\Theta$$

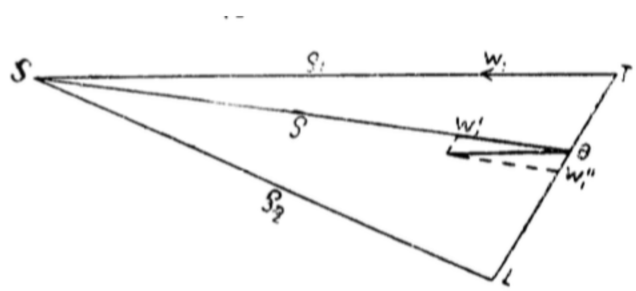

Рис. 2

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = w_1' + w_2' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta S$$

$$W_2 = w_1'' - w_2'' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta L$$

Заменив r_1 и r_2 их выражениями (1), имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \cdot \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta L$$

Но

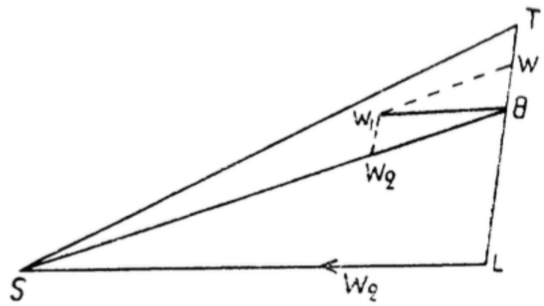

Рис. 3

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r\right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{T}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\frac{T}{T+L} r\right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\frac{L}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} r\right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\frac{T}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} r\right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \cdot \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}\cos^2\omega + \ldots\right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80}; \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400}; \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \approx \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действий Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T+L}{r^2} + f \cdot S\left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3}\right] \text{ по направлению } L\Theta$$

$$f \cdot S \cdot \rho\left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3}\right] \text{ параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu; S + M$$