

Задание №6. Вычисление собственных чисел матрицы

Цель задания: практическое освоение прямого и обратного степенных методов, QR-алгоритма для нахождения собственных пар матрицы.

На вход программы подается размерность задачи n . Сгенерируйте случайную диагональную $[n \times n]$ -матрицу Λ . Сгенерируйте случайную матрицу C той же размерности. Матрица $A = C^{-1} \Lambda C$ будет рабочей матрицей с действительными собственными числами, которые известны по матрице Λ .

1. Реализуйте *степенной метод* для нахождения *наибольшего* по модулю собственного числа матрицы A и соответствующего собственного вектора.
2. Найдите все собственные пары матрицы A , используя *обратный степенной метод* со сдвигами (выберите какие-нибудь начальные приближения к каждому из собственных чисел).
3. Реализуйте **QR**-алгоритм со сдвигами и понижением размерности для нахождения всех собственных чисел матрицы A , предварительно приведя ее к форме Хессенберга.

Возьмите следующие величины в качестве допусков:

- Допуск на абсолютную величину учитываемых при усреднении в степенном методе координат векторов $\delta = 10^{-8}$;
- Допуск на относительную погрешность определения собственных чисел в степенном методе $rtol = 10^{-6}$;
- Допуск на малость поддиагонального элемента **QR**-алгоритма для процедуры исчерпывания $\varepsilon = 10^{-8}$.