



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Лабораторная работа № 7
по курсу «Численные методы линейной алгебры»
«Разложения матриц: Холецкого, LU»

Студентка группы ИУ9-72Б Самохвалова П. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

Москва 2023

1 Цель работы

Реализовать два метода разложения матриц: Холецкого и LU-разложение.

2 Задание

Реализовать оба метода для матриц произвольного размера, получить матрицы разложения, проверить корректность разложения путем их перемножения. Сравнить погрешность используя матричные нормы.

3 Практическая реализация

Исходный код программы представлен в листинге 1.

Листинг 1: Метод Холецкого и LU-разложение

```
1 from num_methods import *
2
3
4 def holetsky_method(a):
5     n = len(a)
6     l = [[0] * n for i in range(n)]
7     l[0][0] = a[0][0] ** 0.5
8     for j in range(1, n):
9         l[j][0] = a[j][0] / l[0][0]
10    for i in range(1, n):
11        s = 0
12        for p in range(i):
13            s += l[i][p] ** 2
14        l[i][i] = (a[i][i] - s) ** 0.5
15        for j in range(i + 1, n):
16            s = 0
17            for p in range(i):
18                s += l[i][p] * l[j][p]
19            l[j][i] = (a[j][i] - s) / l[i][i]
20    return l
21
22
23 def lu_decomposition(a):
24     l = [[0] * n for i in range(n)]
25     for i in range(n):
26         l[i][i] = 1
```

```

27     u = [[0] * n for i in range(n)]
28     for i in range(n):
29         for j in range(n):
30             if i <= j:
31                 s = 0
32                 for k in range(i):
33                     s += l[i][k] * u[k][j]
34                 u[i][j] = a[i][j] - s
35             else:
36                 s = 0
37                 for k in range(j):
38                     s += l[i][k] * u[k][j]
39                 l[i][j] = (a[i][j] - s) / u[j][j]
40     return l, u
41
42
43 n = 5
44
45 a = generate_symm_matrix(n, 1, 10)
46 a = increase_diagonal_elements_to_diagonal_predominance(a)
47
48 print("Matrix A")
49 print_matr(a)
50 print()
51
52 print("Holetsky method")
53 print()
54 l = holetsky_method(a)
55 print("Matrix L")
56 print_matr(l)
57 print()
58 a1 = mult_matr_matr(l, transp_matr(l))
59 print("Matrix L * L^T")
60 print_matr(a1)
61 print()
62 norm1 = norm_matr(sub_matr_matr(a, a1))
63 print("Matrix norm")
64 print(norm1)
65 print()
66
67 print("LU decomposition")
68 print()
69 l, u = lu_decomposition(a)
70 print("Matrix L")
71 print_matr(l)
72 print()

```

```

73 print ("Matrix U")
74 print_matr(u)
75 print ()
76 a2 = mult_matr_matr(l, u)
77 print ("Matrix L * U")
78 print_matr(a2)
79 print ()
80 norm2 = norm_matr(sub_matr_matr(a, a2))
81 print ("Matrix norm")
82 print (norm2)

```

4 Результаты

Результаты работы программы представлены на рисунках 1 – 3.

```

Matrix A
34.041861248890086 9.327113111870897 3.2764210033650483 8.221040582820319 3.2172865508338178
9.327113111870897 35.081169150470735 4.316797326550208 5.874407833469201 5.562850878580425
3.2764210033650483 4.316797326550208 30.50349250190711 8.948711299602737 3.9615628723891168
8.221040582820319 5.874407833469201 8.948711299602737 35.315135605024835 2.270975889132581
3.2172865508338178 5.562850878580425 3.9615628723891168 2.270975889132581 25.01267619093594

```

Рис. 1 — Матрица A

```

Holetsky method

Matrix L
5.834540363121167 0 0 0 0
1.5986028943814505 5.703125277998545 0 0 0
0.5615559751843654 0.5995120486750346 5.4615687025007125 0 0
1.4090296872027295 0.635077912668369 1.423899583189175 5.558683024551831 0
0.5514207376419179 0.8208390773781097 0.5785528879216437 0.026788668311493697 4.86820228556816

Matrix L * L^T
34.041861248890086 9.327113111870897 3.2764210033650487 8.221040582820319 3.2172865508338178
9.327113111870897 35.081169150470735 4.316797326550208 5.874407833469201 5.562850878580425
3.2764210033650487 4.316797326550208 30.503492501907115 8.948711299602737 3.961562872389117
8.221040582820319 5.874407833469201 8.948711299602737 35.315135605024835 2.270975889132581
3.2172865508338178 5.562850878580425 3.961562872389117 2.270975889132581 25.01267619093594

Matrix norm
3.66205343881779e-15

```

Рис. 2 — Результат метода Холецкого

```

LU decomposition

Matrix L
1 0 0 0 0
0.2739895167211224 1 0 0 0
0.09624682326886207 0.10511991573950263 1 0 0
0.24149797576324827 0.11135612172476128 0.26071256460386705 1 0
0.0945097134175857 0.14392794079848356 0.10593163236356236 0.004819247327680364 1

Matrix U
34.041861248890086 9.327113111870897 3.2764210033650483 8.221040582820319 3.2172865508338178
0 32.525637936545984 3.419092319263284 3.6219288972375274 4.681348091364101
0 0 29.82873269213531 7.776725399049808 3.1598063454142515
0 0 0 30.898956967440697 0.14890971579344914
0 0 0 0 23.699393493211062

Matrix L * U
34.041861248890086 9.327113111870897 3.2764210033650483 8.221040582820319 3.2172865508338178
9.327113111870897 35.081169150470735 4.316797326550208 5.874407833469201 5.562850878580425
3.2764210033650483 4.316797326550208 30.50349250190711 8.948711299602737 3.9615628723891163
8.221040582820319 5.874407833469201 8.948711299602737 35.315135605024835 2.270975889132581
3.217286550833818 5.562850878580425 3.9615628723891168 2.270975889132581 25.01267619093594

Matrix norm
6.280369834735101e-16

```

Рис. 3 — Результат LU-разложения

5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы были реализованы два метода разложения матриц: Холецкого и LU-разложение.