



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Лабораторная работа № 2
по курсу «Численные методы линейной алгебры»
«Реализация метода Гаусса и оценка погрешностей вычислений»

Студентка группы ИУ9-72Б Самохвалова П. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

Москва 2023

1 Цель работы

Реализовать простейший метод Гаусса и научиться оценивать погрешности решения системы уравнения для матриц произвольной размерности.

2 Задание

- Реализовать метод Гаусса для действительных квадратных матриц произвольной размерности n . Возможность быстро менять размерность матрицы n в дальнейшем потребуется для проведения численных экспериментов по оценке скорости выполнения алгоритма и его точности.
- Реализовать возможность ручного ввода элементов матрицы произвольной размерности.
- Реализовать возможность генерации матриц со случайными элементами в заданном диапазоне $[-a, b]$, где a и b принадлежат \mathbb{R} . При этом необходимо уметь регулировать условие диагонального преобладания, другими словами реализовать возможность принудительного увеличения на заданный порядок среднее значение генерируемых диагональных элементов a_{ii} матрицы A системы уравнений $Ax = b$.
- Реализовать алгоритм тестирования задачи, который заключается в том, что мы заведомо определяем значения координат вектора x , данный вектор заведомо является решением уравнения $Ax = b$, вычисляем b путем прямого перемножения матрицы A на вектор x и далее производим поиск решения уравнения $Ax = b$ методом Гаусса, получая x_{num} . После этого производим сравнение полученного x_{num} с заданным x , а также решением x_{lib} , полученным с использованием сторонней библиотеки выбранной студентом. При этом сравнение производится по евклидовой норме разности вектора $(x - x_{num})$ и $(x - x_{lib})$.

3 Практическая реализация

Исходный код программы представлен в листинге 1.

Листинг 1: Метод Гаусса

```
1 from num_methods import *
2 import random
3 import numpy as np
4 import copy
5
6
7 def gauss_method(a, b):
8     n = len(a)
9     for i in range(n):
10         for j in range(i + 1, n):
11             c = - a[j][i] / a[i][i]
12             for k in range(i, n):
13                 if k == i:
14                     a[j][k] = 0
15                 else:
16                     a[j][k] += c * a[i][k]
17             b[j] += c * b[i]
18     x = [0] * n
19     for i in range(n - 1, -1, -1):
20         x[i] = b[i]
21         for j in range(n - 1, i, -1):
22             x[i] -= x[j] * a[i][j]
23         x[i] /= a[i][i]
24     return x
25
26
27 def generate_matrix(n, v1, v2):
28     return [[random.uniform(v1, v2) for i in range(n)] for j in range(n)]
29
30
31 def increase_diagonal_elements_to_diagonal_predominance(a):
32     n = len(a)
33     for i in range(n):
34         s = 0
35         for j in range(n):
36             if i != j:
37                 s += abs(a[i][j])
38         a[i][i] = s + 1
39     return a
40
41
42 def input_matrix():
43     n = int(input())
44     a = []
```

```

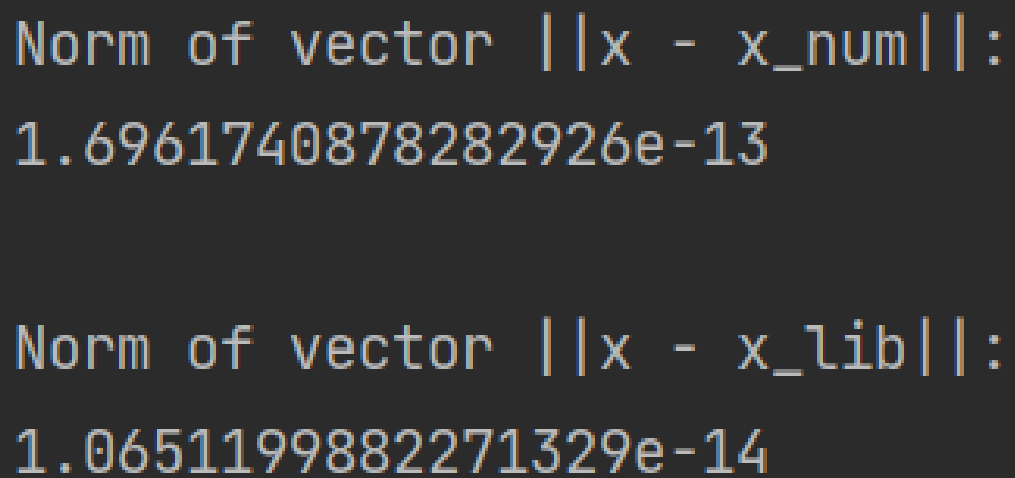
45     b = []
46     for i in range(n):
47         l = list(map(int, input().split()))
48         a.append(l)
49     for i in range(n):
50         b.append(int(input()))
51     return a, b
52
53
54 n = 100
55
56 v1 = -100
57 v2 = 100
58
59 a = generate_matrix(n, v1, v2)
60
61 print("Matrix A:")
62 for m in a:
63     print(m)
64 print()
65
66 x = [i for i in range(1, n + 1)]
67 b = mult_matr_vec(a, x)
68
69 print("Vector b:")
70 print(b)
71 print()
72
73 print("Vector x accurate:")
74 print(x)
75 print()
76
77 x_num = gauss_method(copy.deepcopy(a), copy.copy(b))
78
79 print("Vector x_num:")
80 print(x_num)
81 print()
82
83 x_lib = np.linalg.solve(a, b)
84
85 print("Vector x_lib:")
86 print(x_lib)
87 print()
88
89 print("Norm of vector ||x - x_num||:")
90 print(norm_vec(sub_vec(x, x_num)))

```

```
91 print ()
92
93 print ("Norm of vector ||x - x_lib||:")
94 print (norm_vec(sub_vec(x, x_lib)))
95 print ()
```

4 Результаты

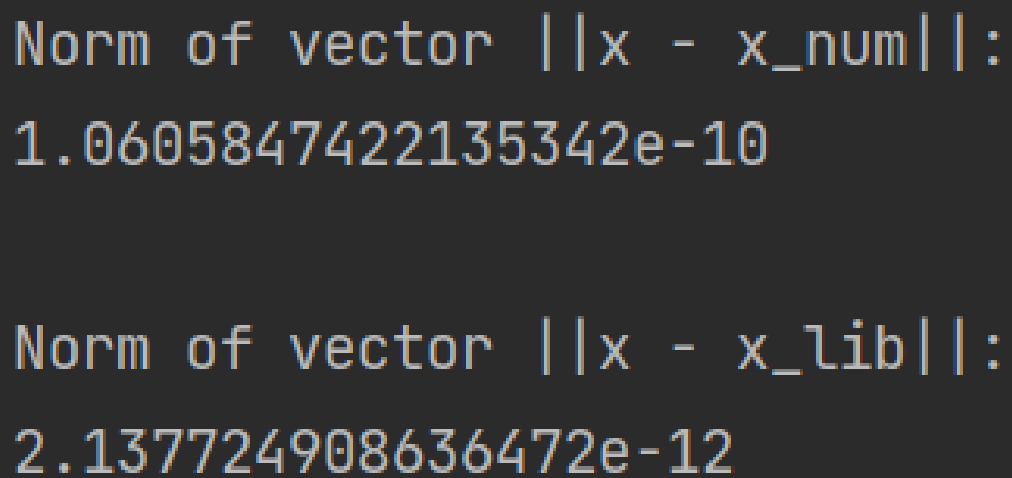
Результаты работы программы представлены на рисунках 1 – 3.



Norm of vector ||x - x_num||:
1.6961740878282926e-13

Norm of vector ||x - x_lib||:
1.0651199882271329e-14

Рис. 1 — Результат работы программы при $n = 10$



Norm of vector ||x - x_num||:
1.0605847422135342e-10

Norm of vector ||x - x_lib||:
2.137724908636472e-12

Рис. 2 — Результат работы программы при $n = 50$

```
Norm of vector ||x - x_num||:  
8.79678138733575e-11
```

```
Norm of vector ||x - x_lib||:  
6.076465469471137e-12
```

Рис. 3 — Результат работы программы при $n = 100$

5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы был реализован метод Гаусса, были оценены погрешности решения системы уравнений для матриц произвольной размерности.