

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ	«Информатика и системы управления»
КАФЕДРА	«Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Лабораторная работа № 5.2 по курсу «Численные методы линейной алгебры»

«Изучение сходимости метода Зейделя»

Студентка группы ИУ9-72Б Самохвалова П. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

1 Цель работы

Реализовать метод Зейделя.

2 Задание

- Реализовать метод Зейделя.
- Сравнить число итераций, необходимых для сходимости метода Якоби и метода Зейделя.

3 Практическая реализация

Исходный код программы представлен в листинге 1.

Листинг 1: Реализация метода Зейделя

```
1 from num methods import *
2 import random
3
4
5 def uniform_norm_vec(vec):
        n = len(vec)
6
7
        norm = abs(vec[0])
8
        for i in range (1, n):
             v = abs(vec[i])
10
             if v > norm:
11
                  norm = v
12
        return norm
13
14
15 \big| \hspace{0.1cm} \textbf{def} \hspace{0.2cm} \textbf{increase\_diagonal\_elements\_to\_diagonal\_predominance} \hspace{0.1cm} (a) :
16
        n = len(a)
        for i in range(n):
17
             s = 0
18
19
             for j in range(n):
20
                  if i != j :
21
                       s += abs(a[i][j])
22
             a[i][i] = s + 10
23
        return a
24
25
26 def generate matrix(n, v1, v2):
```

```
27
         return [[random.uniform(v1, v2) for i in range(n)] for j in range(n)
28
29
30 def jacobi_method(a, f, epsilon):
31
         n = len(a)
32
         k = 0
33
         x \text{ old} = [0] * n
34
          while True:
35
               x = [0] * n
36
                for i in range (n):
                      s = 0
37
38
                      for j in range (n):
39
                            if i != j:
40
                                 s \; +\!\!= \; a \, [\; i\; ] \, [\; j\; ] \quad * \quad x\_old \, [\; j\; ]
41
                     x[i] = (f[i] - s) / a[i][i]
42
               \mathbf{k} \; +\!\! = \; \mathbf{1}
43
               norm\_sub = uniform\_norm\_vec(sub\_vec(x, x\_old))
                if norm sub < epsilon:</pre>
44
45
                      break
46
               x \text{ old} = x
47
          return x, k
48
49
50 def zeidel_method(a, f, epsilon):
51
         n = len(a)
52
         k = 0
53
         x \text{ old} = [0] * n
54
          while True:
55
               x = [0] * n
56
                for i in range(n):
57
                      s1\ =\ 0
                      s2 = 0
58
59
                      for j in range(i):
                            if i != j :
60
                                  s1 \hspace{0.1cm} + \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} a\hspace{0.1cm} [\hspace{0.1cm} i\hspace{0.1cm}] \hspace{0.1cm} [\hspace{0.1cm} j\hspace{0.1cm}] \hspace{0.2cm} * \hspace{0.2cm} x\hspace{0.1cm} [\hspace{0.1cm} j\hspace{0.1cm}]
61
62
                      for j in range (i + 1, n):
                            if i != j:
63
                                  s2 += a[i][j] * x_old[j]
64
                     x[i] = (f[i] - s1 - s2) / a[i][i]
65
66
67
               norm_sub = uniform_norm_vec(sub_vec(x, x_old))
                if norm sub < epsilon:</pre>
68
69
                      break
70
               x_old = x
71
          return x, k
```

```
72
73
74 | n = 5
75 \mid a = generate \ matrix(n, -10, 10)
76 | x = [i \text{ for } i \text{ in range}(1, n + 1)]
77 a = increase_diagonal_elements_to_diagonal_predominance(a)
78 \mid f = \text{mult matr } \text{vec}(a, x)
|x| jacobi, k jacobi = jacobi method (a, f, 0.001)
80 x zeidel, k zeidel = zeidel method(a, f, 0.001)
81
82 print ("x by Jacobi method")
83 print (x jacobi)
84 print ("k =", k_jacobi)
85 print ()
86
87 print ("x by Zeidel method")
88 print (x zeidel)
89 | print("k = ", k_zeidel) |
90 print()
```

4 Результаты

Результаты работы программы представлен на рисунках 1 - 2.

```
x by Jacobi method [0.9999004243329529, 2.000146506438567, 3.0000554726138526, 4.000098205186111, 5.00007279660995] k = 11
```

Рис. 1 — Вектор х и число итераций метода Якоби

```
x by Zeidel method
[1.0001120597842992, 1.9999225787582926, 2.999947954305803, 4.000019123425153, 4.9999908519255145]
k = 7
```

Рис. 2 — Вектор х и число итераций метода Зейделя

5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы был реализован метод Зейделя.