



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

**Лабораторная работа № 4.2**  
**по курсу «Численные методы линейной алгебры»**  
**«Вычисление собственных значений и собственных векторов**  
**матрицы методом А. Н. Крылова»**

Студентка группы ИУ9-72Б Самохвалова П. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

*Москва 2023*

# 1 Цель работы

Реализовать вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы методом А. Н. Крылова.

## 2 Задание

- Найти собственные значения и собственные векторы матрицы методом А. Н. Крылова.
- Сравнить результаты с методом А. М. Данилевского.

## 3 Практическая реализация

Исходный код программы представлен в листинге 1.

Листинг 1: Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы методом А. Н. Крылова

```
1 from num_methods import *
2 import random
3 import copy
4
5
6 def krylov_method(a):
7     n = len(a)
8     y = [[0] * n for i in range(n + 1)]
9     y[0][0] = 1
10    for i in range(1, n + 1):
11        y[i] = mult_matr_vec(a, y[i - 1])
12    m = [[1] * n for i in range(n)]
13    for i in range(n):
14        for j in range(n):
15            m[i][j] = y[n - 1 - j][i]
16    p = gauss_method(m, y[n])
17    g = gershgorin_rounds(a)
18    ls = div_half_method(g[0], g[1], func(p))
19    p = p[:-1]
20    q = [[0] * n for i in range(n)]
21    for i in range(n):
22        for j in range(n):
23            if j == 0:
```

```

24         q[j][i] = 1
25     else:
26         q[j][i] = ls[i] * q[j - 1][i] - p[n - j]
27     x = []
28     for i in range(n):
29         xi = [0] * n
30         for j in range(n):
31             xi = sum_vec(xi, mult_vec_num(q[j][i], y[n - 1 - j]))
32         x.append(xi)
33     return ls, x
34
35
36 a = [[2.2, 1, 0.5, 2],
37       [1, 1.3, 2, 1],
38       [0.5, 2, 0.5, 1.6],
39       [2, 1, 1.6, 2]]
40 n = len(a)
41 print("Krylov method for matrix 4x4")
42 ls, x = krylov_method(a)
43 print("Eigenvalues of matrix")
44 print(ls)
45 print("Eigenvectors of matrix")
46 for xi in x:
47     norm = norm_vec(xi)
48     for i in range(n):
49         xi[i] /= norm
50     print(xi)
51 print()
52 print("Krylov method for matrix 7x7")
53 a = generate_symm_matrix(7, -10, 10)
54 n = len(a)
55 ls, x = krylov_method(a)
56 print("Eigenvalues of matrix")
57 print(ls)
58 print("Eigenvectors of matrix")
59 for xi in x:
60     norm = norm_vec(xi)
61     for i in range(n):
62         xi[i] /= norm
63     print(xi)
64 print()
65 print("Danilevsky method for matrix 7x7")
66 d, b = danilevsky_method(a)
67 p = d[0][:]
68 g = gershgorin_rounds(a)
69 ls = div_half_method(g[0], g[1], func(p))

```

```

70 print("Eigenvalues of matrix")
71 print(ls)
72 print("Eigenvectors of matrix")
73 vectors = []
74 for l in ls:
75     y = [1]
76     for i in range(1, n):
77         y.append(l ** i)
78     y = y[:-1]
79     y = mult_matr_vec(b, y)
80     norm = norm_vec(y)
81     for i in range(n):
82         y[i] /= norm
83     vectors.append(y)
84     print(y)

```

## 4 Результаты

Результаты работы программы представлены на рисунках 1 – 3.

```

Krylov method for matrix 4x4
Eigenvalues of matrix
[-1.4200866699218744, 0.22263183593750066, 1.545422363281251, 5.652032470703123]
Eigenvectors of matrix
[-0.22204295259740164, 0.5159103042775104, -0.7572741898028552, 0.33327059066251835]
[0.5219230879699376, 0.45486807680455, -0.15344931692023026, -0.7050848389270399]
[-0.628930749129453, 0.5725736934992176, 0.4856541604179237, -0.20185518269514602]
[0.5317361094084664, 0.4461941061888216, 0.40881551710886205, 0.5924840947439179]

```

Рис. 1 — Собственные значения и собственные векторы матрицы 4x4 методом А. Н. Крылова

```

Krylov method for matrix 7x7
Eigenvalues of matrix
[-24.28927402461622, -18.85401687063151, -7.103723109960454, 0.3379947052524426, 6.918036539801482, 11.572425230471485, 18.379113774506344]
Eigenvectors of matrix
[0.36699382037889977, 0.5413116283396517, -0.3946141989894094, -0.025235100702271494, 0.257527107933543, -0.3930020465286139, -0.441779651613985]
[-0.299364639201611, -0.050863171340472564, -0.01124256781318753, -0.24689131585876584, -0.7249136867365287, -0.49029070253502693, -0.2828013288355835]
[0.22790272874385598, 0.19717420057558058, -0.07219380654186926, -0.6620902260633197, -0.030455340866866576, -0.1642528063640015, 0.6615895672704758]
[-0.743361201359106, 0.49197850935824833, 0.035628062305913866, 0.19001794936070282, 0.23774117185065508, -0.20497650471726506, 0.2635504856031047]
[0.36032499468462387, -0.054922063416560106, 0.4507394632234395, 0.4940529054151318, -0.042221580661285694, -0.5776921500369138, 0.29048966592926484]
[-0.20220652132984998, -0.6305641536304644, -0.1897930102536904, -0.20023511088795382, 0.5296481256821172, -0.4497542021327213, -0.0507927660990168]
[0.021195284522400416, -0.1483102803912122, -0.7736177891241065, 0.4239754784601183, -0.2615755033818795, -0.01276730182522844, 0.361566567444527366]

```

Рис. 2 — Собственные значения и собственные векторы матрицы 7x7 методом А. Н. Крылова

```

Danilevsky method for matrix 7x7
Eigenvalues of matrix
[-24.280274024611856, -18.85401687063151, -7.103723109960454, 0.3379947052524426, 6.918036539801482, 11.5724252304482, 18.379113774506344]
Eigenvectors of matrix
[-0.3669938203784766, -0.5413116283392437, 0.39461419898953787, 0.0252351007033241, -0.2575271079315448, 0.39300204653001364, 0.4417796516145815]
[0.29936463920197437, 0.050631713403250754, 0.011242567812952303, 0.24689131585859114, 0.7249136867375421, 0.4902907025336876, 0.2828013288353915]
[0.22790272874383602, 0.19717420057596372, -0.0721938065416396, -0.6620902260633167, -0.030455340867787048, -0.16425280636367187, 0.6615895672704359]
[-0.7433612013591043, 0.49197850935803455, 0.03562806230598554, 0.19081794936065639, 0.23774117185068425, -0.2049765047176318, 0.2635504856032207]
[0.36032499468474205, -0.05492206340740224, 0.4507394632262785, 0.49405290541846936, -0.04222158066816513, -0.5776921500315827, 0.2904896659303703]
[0.20220652132640027, 0.6305641536315605, 0.18979301025271836, 0.2002351108874722, -0.5296481256818237, 0.44975420213373624, 0.05079276660962973]
[0.02119528462047308, -0.14831028039379515, -0.7736177891249626, 0.4239754784592392, -0.261575503379661, -0.012767301827176326, 0.36156656744506266]

```

Рис. 3 — Собственные значения и собственные векторы матрицы 7x7 методом А. М. Данилевского

## 5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы было реализовано вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы методом А. Н. Крылова.