Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №1 по дисциплине "Моделирование"

Тема Изучение функций распределения и плотности распределения

Студент Егорова П.А.

Группа ИУ7-74Б

Преподаватели Рудаков И.В.

Москва — 2023 г.

Оглавление

Задание

Построить графики функции распределения и функции плотности распределения вероятностей случайных величин, распределенных по:

— равномерному закону,

— нормальному закону.

1 Теоретическая часть

1.1 Равномерное распределение

Случайная величина X имеет равномерное распределение на отрезке $[a,\, b]$, если ее плотность распределения $f(x)$ равна:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{если } a \le x \le b; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{1.1}$$

Функция распределения $F(x)$ равна:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b; \\ 1, & x > b. \end{cases} \tag{1.2}$$

Обозначение: $X \sim R[a, b]$.

1.2 Нормальное распределение

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами m и σ, если ее плотность распределения $f(x)$ равна:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \; e^{-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}, \sigma > 0. \tag{1.3}$$

Функция распределения $F(x)$ равна:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\dfrac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt, \tag{1.4}$$

или, что то же самое:

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right], \tag{1.5}$$

где $(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2} dt$ — функция вероятности ошибок.
Обозначение: $X \sim N(m, \sigma^2)$.

2 Практическая часть

2.1 Реализация

В листингах 2.1-2.2 представлена реализация функции плотности распределения и функции распределения вероятностей случайной величины, распределенной по равномерному закону.

```
private func uniformDensity(a: Double, b: Double, x: Double) -> Double {
    return (a <= x && x <= b) ? 1 / (b - a) : 0
}
```

Листинг 2.1: Реализация функции плотности равномерного распределения

```
private func uniformDistribution(a: Double, b: Double, x: Double) ->
   Double {
    if x < a { return 0 }
    if x > b { return 1 }

    return (x - a) / (b - a)
}
```

Листинг 2.2: Реализация функции равномерного распределения

В листингах 2.3-2.4 представлена реализация функции плотности распределения и функции распределения вероятностей случайной величины, распределенной по нормальному закону.

```
private func normalDensity(mu: Double, sigma: Double, x: Double) -> Double
    {
    let pi = 3.14

    return 1 / (sigma * sqrt(2 * pi)) * exp(-pow(x - mu, 2) / (2 * sigma *
     sigma))
}
```

Листинг 2.3: Реализация функции плотности нормального распределения

```
private func normalDistribution(mu: Double, sigma: Double, x: Double) ->
   Double {
    return 0.5 * (1 + erf((x - mu) / (sigma * sqrt(2))))
}
```

Листинг 2.4: Реализация функции нормального распределения

2.2 Примеры графиков

На рисунках 2.1 —2.2 представлены графики функций равномерного распределения.

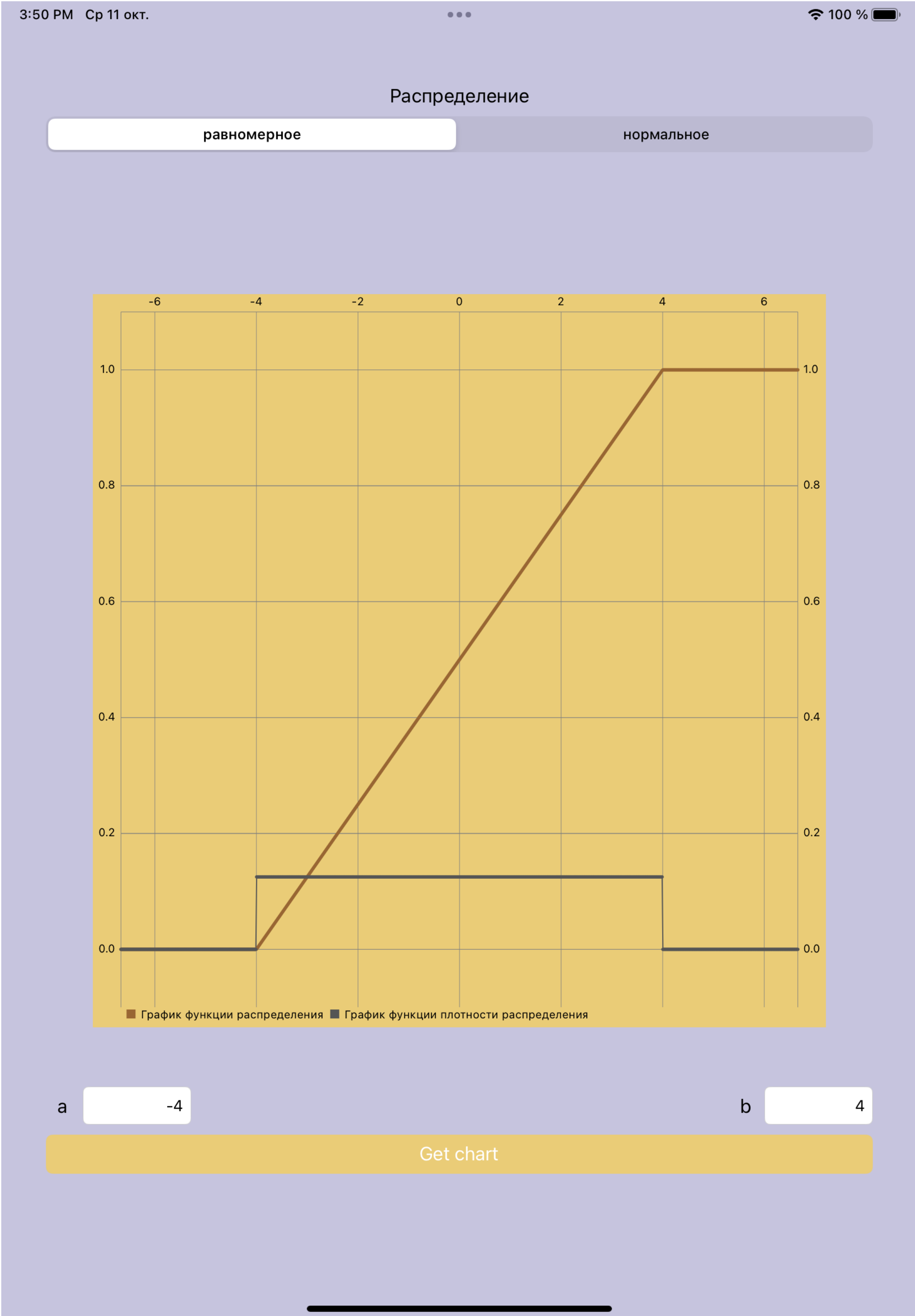

Рис. 2.1: Равномерное распределение при $a = -4$ и $b = 4$

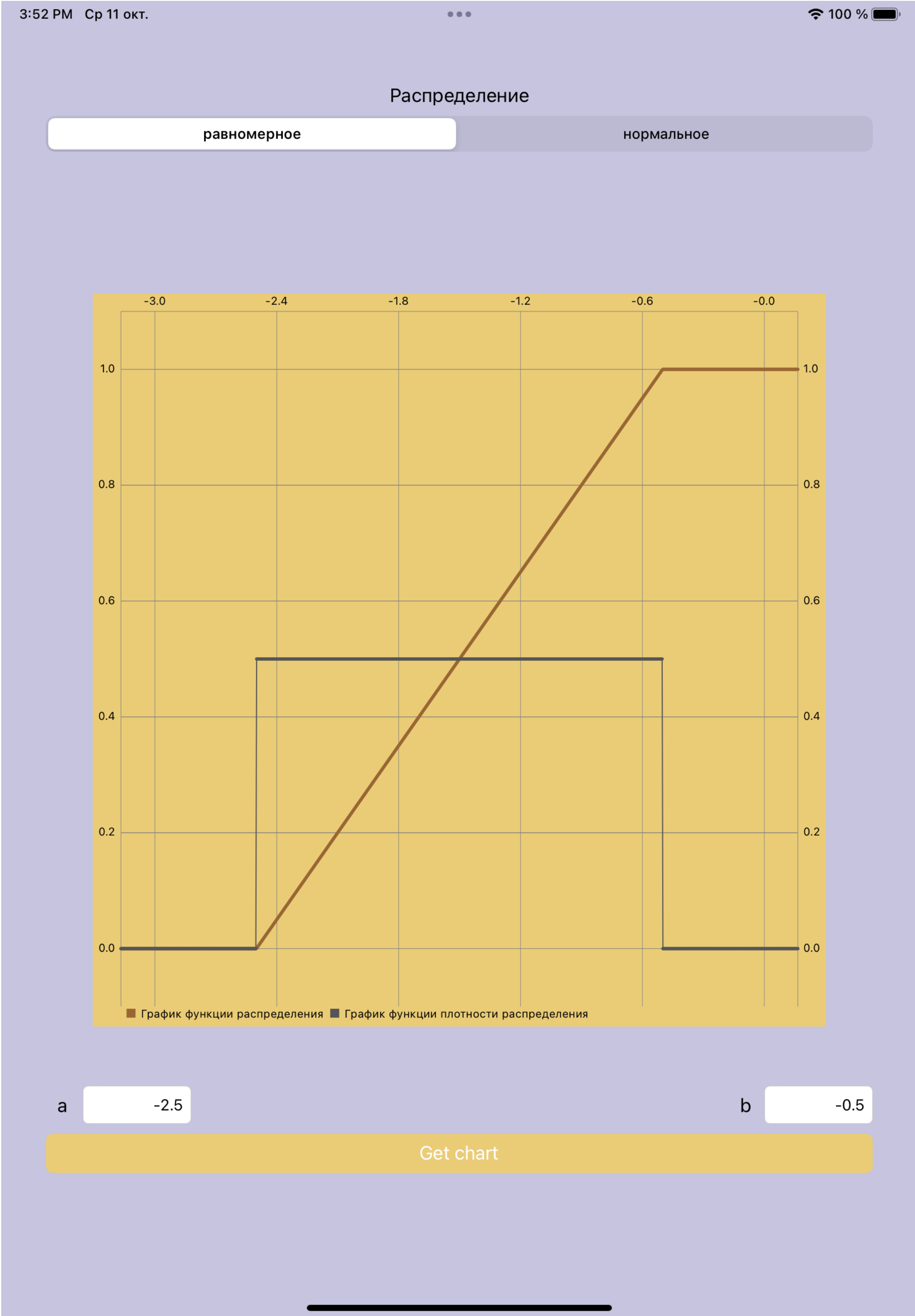

Рис. 2.2: Равномерное распределение при $a = -2.5$ и $b = -0.5$

На рисунках 2.3 —2.4 представлены графики функций нормального распределения.

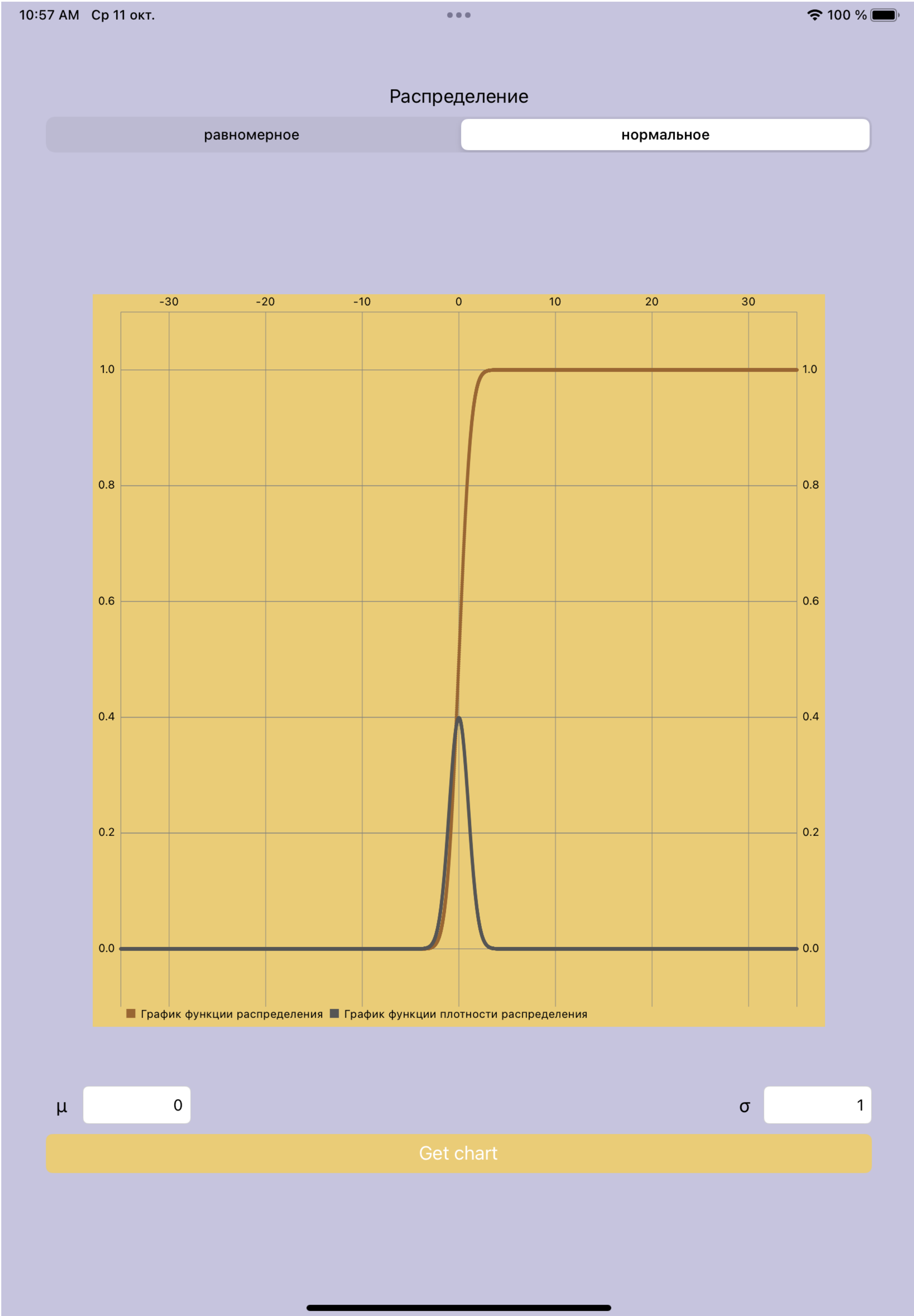

Рис. 2.3: Нормальное распределение при $\mu = 0$ и $\sigma = 1$

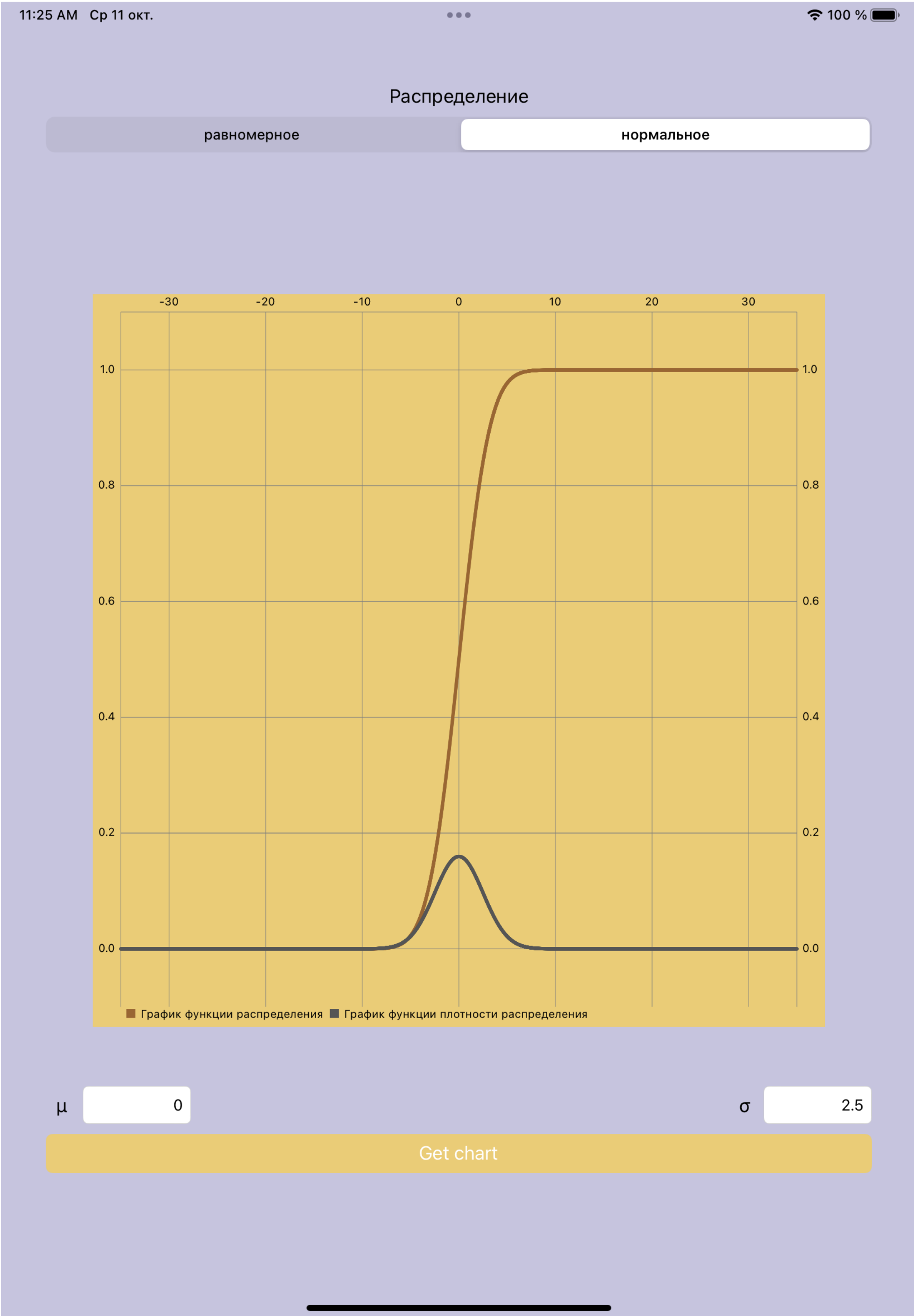

Рис. 2.4: Нормальное распределение при $\mu = 0$ и $\sigma = 2.5$