Решение задачи из семинарского листка 28 ноября

Ниже в таблице представлено распределение вероятности между значениями статистики некоторого статистического критерия (S) при нулевой гипотезе (H_0) и простой альтернативе (H_1) . Статистика критерия дискретна и принимает одно из 11 значений (от 0 до 10).

S	H_0	H_1
0	0,0563	0
1	0,1877	0
2	0,2816	0
3	0,2503	0
4	0,1460	0,0001
5	0,0584	0,0015
6	0,0162	0,0112
7	0,0031	0,0574
8	0,0004	$0,\!1937$
9	0	$0,\!3874$
10	0	0,3487

1. Укажите критическую область значений статистики критерия при уровне значимости 0.05 (заметьте, что уровень значимости не должен превысить 0.05). Выберите подходящую одностороннюю альтернативу. Чему равна ошибка первого рода?

Ответ: Так как наиболее высокие значения статистики маловероятны при верной нулевой гипотезе, то разумно будет отвергнуть H_0 в пользу альтернативы в этой области значений статистики. Поэтому сразу для себя зафиксируем, что будем использовать правостороннюю альтернативу. Уровень значимости по условию не должен превысить 0.05, поэтому двигаясь с правого конца по распределению для верной H_0 , считаем сумму вероятностей ровно до того момента, пока кумулятивное значение не превысит 0.05. Таким образом, в критическую область статистики входят значения от 6 до 10 включительно. Ошибка первого рода составляет 0.0197 (0 + 0 + 0.0004 + 0.0031 + 0.0162).

2. Найдите ошибку второго рода

Ответ: Ошибка второго рода – не отвергнуть неверную нулевую гипотезу. То есть, мы должны сейчас сфокусироваться на доверительной области и

НИУ ВШЭ, ОП «Политология» Теория вероятностей и математическая статистика, 2023

распределении для альтернативы (так как нулевая гипотеза неверна, а, напротив, предполагаем, что верна альтернатива). Выделим красным цветом в таблице значения вероятностей, в сумме дающих итоговую вероятность ошибки второго рода: **0.0016**

S	H_0	H_1
0	0,0563	0
1	$0,\!1877$	0
2	0,2816	0
3	$0,\!2503$	0
4	$0,\!1460$	0,0001
5	0,0584	0,0015
6	$0,\!0162$	0,0112
7	0,0031	0,0574
8	0,0004	0,1937
9	0	0,3874
10	0	0,3487

3. Найдите мощность критерия

Мощность критерия – вероятность отвержения неверной нулевой гипотезы. То есть, для того, что рассчитать мощность, достаточно вычесть из единицы ошибку второго рода. В нашем случае **power** = **0.9984**.