

Домашнее задание 3 (бонусное)
Deadline: 23.59 11 декабря 2022

Задание 1. На основе многократного сэмпинга оцените с помощью R, примерно, как часто мы будем допускать ошибку, если построим доверительные интервалы для среднего из распределений, отличного от нормального, но с использованием процентных точек для стандартного нормального распределения? Иными словами, как часто доверительный интервал НЕ будет содержать истинное значение среднего? Уровень доверия для построения интервалов Вы можете выбрать самостоятельно. Опишите идею многократного сэмпинга и постарайтесь объяснить результаты.

1. Извлеките 100 выборок из распределения Пуассона. Выберите параметры так, чтобы избежать аппроксимации распределения Пуассона к нормальному распределению. Что происходит в случае, если поменять объем извлекаемой выборки? То есть, попробуйте выполнить многократный сэмпинг с относительно маленьким и большим размером выборки, что позволяет проиллюстрировать смысл центральной предельной теоремы.
2. Выполните то же самое для биномиального распределения.
3. Проиллюстрируйте идею многократного сэмпинга также для экспоненциального распределения.

Задание 2. Известно, что дисперсия оценки, полученной посредством метода максимального правдоподобия, рассчитывается следующим образом:

$$Var(\hat{\theta}_{MLE}) = \frac{1}{-(likelihood(\hat{\theta}_{MLE}))''}$$

Выведите в общем виде 95%-ый доверительный интервал для

1. MLE-оценки вероятности успеха в биномиальном распределении
2. MLE-оценки параметра $\frac{1}{\theta}$ (failure rate) в экспоненциальном распределении
3. MLE-оценки математического ожидания в распределении Пуассона

Примечание: Используйте процентные (критические) точки стандартного нормального распределения.