

Домашнее задание 2 (сдаваемое)
Deadline: 23.59 11 декабря 2023

Задание 1. Несмещенная оценка дисперсии сл.в. X , рассчитанная по нормальной выборке из 61 наблюдения, равна 14. Постройте 90%-ый доверительный интервал для генерального параметра дисперсии X . Рассчитайте необходимые квантили, используя аппроксимацию к нормальному распределению. Проинтерпретируйте полученный доверительный интервал в схеме многократного сэмплинга.

Задание 2. Подросим монетку 10 раз. В результате выпало 8 решек и 2 орла. Протестируйте нулевую гипотезу о том, что монета правильная, против разумной односторонней альтернативы на основании p -value.

Задание 3. Теперь представим, что монету бросают 120 раз. В результате данного эксперимента 75 раз выпал орел, а 45 раз — решка. Можно ли говорить о том, что монета является правильной? Проверьте гипотезу, используя нормальную аппроксимацию статистики критерия.

1. Проверьте гипотезу на основании фиксированного уровня значимости в 5% против двусторонней альтернативы.
2. Проверьте гипотезу на основании p -value против разумной односторонней альтернативы.

Задание 4. Время обслуживания покупателя в цветочном магазине представляет сл.в., имеющую экспоненциальное распределение. Всего за день в этом магазине было 10 покупателей, известно, что пять из них были обслужены за 2, 5, 6, 9, 8 минут, для остальных пяти — время обслуживания превысило 15 минут. Найдите оценку математического ожидания методом максимального правдоподобия.

Задание 5. Дана случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из равномерного распределения:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{если } 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра θ методом максимального правдоподобия ($\hat{\theta}^{MLE}$).

Задание 6. Рассмотрим некоторую статистику S , принимающую одно из 8 значений (натуральные числа 1 до 8 – см. табл. ниже). Распределение статистики S зависит от некоторого параметра a .

S	$H_0 : a = A1$	$H_1 : a = A2$
$S = 1$	0.06	0.01
$S = 2$	0.04	0.02
$S = 3$	0.18	0.09
$S = 4$	0.25	0.21
$S = 5$	0.3	0.31
$S = 6$	0.12	0.14
$S = 7$	0.04	0.12
$S = 8$	0.01	0.1

Проверяется H_0 против H_1 .

1. Выберите подходящую одностороннюю альтернативу и обозначьте, какие значения статистики войдут в критическую область, если уровень значимости составляет 10%. Свой ответ относительно выбора альтернативы поясните. С какой вероятностью допускается ошибка первого рода?
2. Рассчитайте ошибку второго рода и мощность критерия.
3. Назовите не менее двух способов, как можно увеличить мощность критерия (*ответ «уменьшить ошибку второго рода» не засчитывается*).

Задание 7. 20 случайным образом отобранным респондентам был задан вопрос, знакомы ли они с понятием криптовалюты. Воздержавшихся при ответе на вопрос не было. Необходимо проверить гипотезу о том, что вероятность того, что человек знаком с данным понятием, составляет 0.5 против простой альтернативной гипотезы о том, что данная вероятность составляет 0.1. Используемый критерий: отвергать нулевую гипотезу в пользу альтернативы, если значение статистики (количество респондентов, которые знакомы с понятием криптовалюты) не превышает 2.