

Семинары 5-6

Задание 1. Дана бинарная случайная величина X , у которой $P(X = 1) = 0.9$. Рассмотрим 8 независимых измерений этой случайной величины. Какие из следующих выборок можно считать правдоподобными для этой случайной величины:

- 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
- 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1
- 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1
- 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0

Задание 2. Дана случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения с функцией плотности: $f(x) = p(1 - p)^{k-1}$ при $0 < p < 1$. Найдите оценку параметра p методом максимального правдоподобия (\hat{p}^{MLE}).

Задание 3. Дана случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\beta^2} \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right), & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра β методом максимального правдоподобия ($\hat{\beta}^{MLE}$).

Задание 4. Дана случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения с функцией плотности:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} x^{(1-\theta)/\theta}$$

при $0 < x < 1$; $\theta > 0$. Найдите оценку параметра θ методом максимального правдоподобия ($\hat{\theta}^{MLE}$).

Задание 5. Время ожидания клиента банка в очереди представляет сл.в., имеющую экспоненциальное распределение. Ниже в таблице приведены значения длительности ожидания клиентов (в минутах), собранные за день. Найдите оценку математического ожидания методом максимального правдоподобия.

Время ожидания	Количество клиентов
$[0; 5)$	10
$[5; 10)$	2
$[10; 15)$	6
$[15; 20)$	1
$[20; \infty)$	1