

Семинар 4

Задание 1. Оцените параметр a методом максимального правдоподобия при условии, что дана выборка $X_1 = 0, X_2 = 2$.

X_i	-1	0	2
p_i	a	$2a - 0.2$	$-3a + 1.2$

Задание 2. Данна бинарная случайная величина X , у которой $P(X = 1) = 0.9$. Рассмотрим 8 независимых измерений этой случайной величины. Какие выборки можно считать правдоподобными для данной случайной величины:

- выборку, состоящую только из значений «1»
- выборку, состоящую наполовину из значений «1»
- выборку, состоящую из двух значений «1» и шести «0»
- выборку, состоящую из двух значений «0» и шести «1»

Задание 3. Данна выборка из биномиального распределения с параметрами $n = 10$, $p = 0.8$, состоящая из следующих наблюдений: 5, 7, 9.

1. Чему равно правдоподобие этой выборки? Какова вероятность получить эту выборку?
2. Получите посредством метода максимального правдоподобия оценку параметра p – вероятности успеха.

Задание 4. Рассматривается случайная величина – количество звонков, поступающих в диспетчерскую такси. Известно, что данная случайная величина имеет распределение Пуассона. Далее представлены значения, зафиксированные за 5 промежутков, каждый из которых составляет 30 минут: 6; 7; 8; 6; 8. Выведите оценку среднего количества звонков, поступающих в диспетчерскую такси за 30 минут, методом максимального правдоподобия. Запишите промежуточные шаги решения.

Задание 5. Данна случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения с функцией плотности: $f(x) = p(1 - p)^{k-1}$ при $0 < p < 1$. Найдите оценку параметра p методом максимального правдоподобия (\hat{p}^{MLE}).

Задание 6. Данна случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\beta^2} \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right), & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра β методом максимального правдоподобия ($\hat{\beta}^{MLE}$).

Задание 7. Данна случайная выборка, состоящая из n наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра θ методом максимального правдоподобия ($\hat{\theta}^{MLE}$).

Задание 8. Время ожидания клиента банка в очереди представляет сл.в., имеющую экспоненциальное распределение. Ниже в таблице приведены значения длительности ожидания клиентов (в минутах), собранные за день. Найдите оценку математического ожидания методом максимального правдоподобия.

Время ожидания	Количество клиентов
[0; 5)	10
[5; 10)	2
[10; 15)	6
[15; 20)	1
[20; ∞)	1