

**Домашнее задание 2 (сдаваемое)**  
**Deadline: 23.59 4 декабря 2022**

**Задание 1.** В данном задании для расчетов Вы можете пользоваться только таблицей стандартного нормального распределения при необходимости. Другими таблицами или R пользоваться запрещено (если только для самопроверки после решения). Промежуточные расчеты запишите. Найдите

1.  $P(2.78 \leq \chi_1^2 \leq 3.85)$
2.  $P(\chi_1^2 \geq 1.36)$
3. квантиль уровня 0.95 для  $\chi_1^2$
4. верхнюю квантиль для  $\chi_1^2$
5. квантиль уровня 0.2 для  $\chi_{85}^2$
6.  $P(190 \leq \chi_{200}^2 \leq 202)$

**Задание 2.** Дана следующая выборка из нормального распределения: 13.69, 3.55, -0.45, 4.51, 1.85, -5.15. Постройте 94%-ый доверительный интервал для дисперсии данной случайной величины.

1. Запишите общий вид доверительного интервала. Укажите уровень квантилей и количество степеней свободы, которые потребуются для построения доверительного интервала в этой задаче.
2. Далее перепишите, подставив рассчитанные промежуточные значения по выборке (как меры разброса, так и квантилей). Квантили Вы можете рассчитать с помощью R или посмотреть в таблице соответствующего распределения (на Ваше усмотрение). Если Вы нашли квантили с помощью R, представьте в решении соответствующие команды, которые Вы использовали. Для оценки меры изменчивости (разброса), необходимой для построения доверительного интервала, укажите промежуточные расчеты.
3. Проинтерпретируйте полученный доверительный интервал в схеме многократного сэмпинга максимально полно: в частности, опишите, как реализуется схема многократного сэмпинга.

**Задание 3.** Дана случайная выборка, состоящая из  $n$  наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:  $f(x) = \frac{1}{2\beta^3}x^2 \exp(\frac{-x}{\beta})$  при  $x > 0, \beta > 0$ . Найдите оценку параметра  $\beta$  методом максимального правдоподобия ( $\hat{\beta}^{MLE}$ ).

**Задание 4.** В ходе социологического опроса офисным сотрудникам бизнес-центров «Белла plaza» и «Стелла plaza» был задан вопрос: «Сколько чашек кофе Вы обычно потребляете в течение всей рабочей недели, включая выходные, если Вы работаете сверхурочно?».

<i>Бизнес-центр</i>	<i>Стандартное отклонение</i>	<i>Объем выборки</i>
<i>Белла plaza</i>	<i>5 чашек</i>	<i>13 респондентов</i>
<i>Стелла plaza</i>	<i>9 чашек</i>	<i>15 респондентов</i>

Можно ли утверждать, что для офисных служащих данных бизнес-центров характерна одна и та же дисперсия интенсивности потребления кофе? Для проверки гипотезы используйте фиксированный уровень значимости 0.01.

1. Сформулируйте нулевую гипотезу и разумную одностороннюю альтернативу, свой выбор альтернативы поясните.
2. Выполните проверку гипотезы, промежуточные расчеты запишите: а именно, рассчитайте статистику критерия, рассчитайте критическую точку. Сделайте статистический и содержательный выводы.

**Задание 5.** Выведите в общем виде MLE-оценку дисперсии для сл.в., имеющей произвольное нормальное распределение.