

### Семинар 4

**Задание 1.** Оцените параметр  $a$  методом максимального правдоподобия при условии, что дана выборка  $X_1 = 0, X_2 = 2$ .

$X_i$	-1	0	2
$p_i$	$a$	$2a - 0.2$	$-3a + 1.2$

**Задание 2.** Дана бинарная случайная величина  $X$ , у которой  $P(X = 1) = 0.9$ . Рассмотрим 8 независимых измерений этой случайной величины. Какие выборки можно считать правдоподобными для данной случайной величины:

- выборку, состоящую только из значений «1»
- выборку, состоящую наполовину из значений «1»
- выборку, состоящую из двух значений «1» и шести «0»
- выборку, состоящую из двух значений «0» и шести «1»

**Задание 3.** Дана выборка из биномиального распределения с параметрами  $n = 10, p = 0.8$ , состоящая из следующих наблюдений: 5, 7, 9.

1. Чему равно правдоподобие этой выборки? Какова вероятность получить эту выборку?
2. Получите посредством метода максимального правдоподобия оценку параметра  $p$  – вероятности успеха.

**Задание 4.** Рассматривается случайная величина – количество звонков, поступающих в диспетчерскую такси. Известно, что данная случайная величина имеет распределение Пуассона. Далее представлены значения, зафиксированные за 5 промежутков, каждый из которых составляет 30 минут: 6; 7; 8; 6; 8. Выведите оценку среднего количества звонков, поступающих в диспетчерскую такси за 30 минут, методом максимального правдоподобия. Запишите промежуточные шаги решения.

**Задание 5.** Дана случайная выборка, состоящая из  $n$  наблюдений, из распределения с функцией плотности:  $f(x) = p(1 - p)^{k-1}$  при  $0 < p < 1$ . Найдите оценку параметра  $p$  методом максимального правдоподобия ( $\hat{p}^{MLE}$ ).

**Задание 6.** Дана случайная выборка, состоящая из  $n$  наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\beta^2} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра  $\beta$  методом максимального правдоподобия ( $\hat{\beta}^{MLE}$ ).

**Задание 7.** Дана случайная выборка, состоящая из  $n$  наблюдений, из распределения со следующей функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найдите оценку параметра  $\theta$  методом максимального правдоподобия ( $\hat{\theta}^{MLE}$ ).

**Задание 8.** Время ожидания клиента банка в очереди представляет сл.в., имеющую экспоненциальное распределение. Ниже в таблице приведены значения длительности ожидания клиентов (в минутах), собранные за день. Найдите оценку математического ожидания методом максимального правдоподобия.

Время ожидания	Количество клиентов
$[0; 5)$	10
$[5; 10)$	2
$[10; 15)$	6
$[15; 20)$	1
$[20; \infty)$	1