

## Семинар №4

### Часть 1

**Задание 1.** Найдите методом моментов оценку параметра  $a$ :

$$f(X) = \begin{cases} \frac{2x}{a^2}, & \text{если } x \in [0; a] \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

**Задание 2.** Рассмотрим случайную величину, равную числу посещений официального Интернет-сайта Президента России в течение часа воскресного дня, когда Президент отдыхает дома и не дает никаких интервью. В этот день отдыхает и его пресс-секретарь. Другие видные политические деятели, способные неожиданно вызвать интерес общественности к фигуре Президента, тоже проводят время в кругу своей семьи. Нам удалось зафиксировать значение такой с.в. для периода с 14.00 до 15.00, а также для периода с 15.00 до 16.00. В первый период с.в. приняла значение 6, во второй – значение 8.

1. Каким распределением можно описать поведение рассматриваемой с.в.? Объясните свой ответ, прокомментировав разумность тех предположений, которые Вы делаете, выбирая распределение вероятностей.
2. Оцените математическое ожидание с.в. «число посещений официального Интернет-сайта Президента России в течение часа воскресного дня» методом моментов, используя предложенное Вами распределение и указанную в задании выборку.
3. Выведите в общем виде оценку математического ожидания с.в. «число посещений официального Интернет-сайта Президента России в течение часа воскресного дня» методом максимального правдоподобия, используя предложенное Вами распределение. Чему равна данная оценка с учетом указанной в задании выборки?

**Задание 3.** Выведите в общем виде оценку MLE математического ожидания для нормального распределения.

**Задание 4.** Выведите в общем виде оценку MLE параметра  $\lambda$  (failure rate) для экспоненциального распределения. Построим также доверительный интервал для полученной оценки MLE, однако до этого повторим, что такое интервальное оценивание.

### Часть 2

**Задание 5.** Известно, что сл. в.  $X$  имеет нормальное распределение. Вами получена случайная выборка значений сл. в.  $X$ : 6; 1; 5; 3; 5. Постройте 95%-ый доверительный интервал для математического ожидания (генерального параметра среднего) с.в.  $X$ .

**Задание 6.** Среди случайно отобранных 200 студентов 40 имеют научные публикации. Постройте 98%-ый доверительный интервал для доли студентов, имеющих научные публикации.

**Задание 7.** Вам необходимо извлечь случайным образом 50 выборок (выборки лучше взять больше, но 50 – удобно для визуализации) из нормального распределения с заданными параметрами:  $EX = 5$ ,  $Var = 1$ . На каждой выборке постройте 95%-ый доверительный интервал для среднего. Все ли доверительные интервалы включают генеральный параметр среднего? Каким образом интерпретируется доверительный интервал в рамках схемы многократного сэмпинга?