```
In [1]: hideMe="Yes" # hide this cell from show in Jupyter notebook
       %load_ext tikzmagic
        #from __future__ import print_function
        import tikzmagic
        from IPython.display import display, Math, Markdown, Latex
        import numpy as np
        def stable_matrix(P0, last, printYes = None):
           P_next = np.copy(P0)
           for i in range(1,last+1):
               P_next = P_next.dot(P0)
           return P_next
       def printMatrixs(matrixS, width=8, prec=6):
           raw_counts = max([len(a) for a in matrixS])
           for i in range(0,raw_counts):
               for A in matrixS:
                   if len(A)>=i: printMatrix(A,i, width, prec)
               print()
       def printMatrix(matrixA, raw_current, width, prec):
           print("[", end = "") #spec = "{:<"+str(col_width)+"G}"</pre>
           for j in range (len(matrixA[raw_current])):
               col_width = max([len("{:g}".format(a)) for a in matrixA[:,j]])
               if col_width <= width:</pre>
                   if j>0: print(" ",end = "")
                   print( ("{:<"+str(col_width)+"g}").format(matrixA[raw_current][j]), end = "")</pre>
               else:
                   if j>0: print(" ",end = "")
                   print( ("{:"+str(width)+"."+str(prec)+"f}").format(matrixA[raw_current][j]), e
           print("]", end = "")
        import notebook
        from jupyter_core.paths import jupyter_config_dir, jupyter_config_path
        print(jupyter_config_dir())
        print(jupyter_config_path())
        #help("modules")
        import sys
        import os
        print('\n'.join(sys.path), "\ncurrent folder ==",os.getcwd())
        #https://sites.google.com/site/kochiuyu/Tikz
        #%https://share.cocalc.com/share/96fd2324ae3de4c1f97ef1a116a87fd0839c3c2b/tikzimpatient.ip
        C:\Users\polit\.jupyter
        tc\\jupyter', 'C:\\ProgramData\\jupyter']
        D:\HTML_DOC\Math\Probability\Markov_Chains\env
        C:\Program Files\Python38\python38.zip
        C:\Program Files\Python38\DLLs
        C:\Program Files\Python38\lib
        C:\Program Files\Python38
        d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env
        d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages
        d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages\pip-20.2b1-py3.8.egg
        d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages\win32
        d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages\win32\lib
```

d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages\Pythonwin
d:\html_doc\math\probability\markov_chains\env\lib\site-packages\IPython\extensions
C:\Users\polit\.ipython
current folder == D:\HTML_DOC\Math\Probability\Markov_Chains\env

Invertible matrix (https://en.wikipedia.org/wiki/Invertible_matrix)

<u>Обратная матрица</u> (https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%80

Обратная матрица - такая матрица A^{-1} , при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$$

Как найти обратную матрицу? (http://www.mathprofi.ru/kak_naiti_obratnuyu_matricu.html)

ПРИСОЕДИНЕННАЯ МАТРИЦА (взаимная матрица) к квадратной матрице A^* — матрица, в которой вместо каждого элемента a_{ij} поставлено его алгебраическое дополнение a_{ij} , а затем матрица транспонирована. Для матрицы n-го порядка:

$$A = egin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ dots & dots & dots & \ddots & dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$
 Присоединённая матрица будет :
$$A^* = egin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & \dots & A_{n2} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \dots & A_{n3} \\ dots & dots & dots & \ddots & dots \\ A_{1n} & A_{2n} & A_{3n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

Произведение матрицы A на A^* равно скалярной матрице, у которой главной диагонали стоит определитель D = det A:

$$A^* \cdot A = A \cdot A^* = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix}$$

Поэтому обратная матрица A^{-1} к невырожденной матрице A выражается так:

$$A^{-1} = D^{-1} \cdot A^* = \frac{A^*}{det A}$$

[[1 0 7] [5 6 8] [2 3 4]] 21

Как вычислить определитель? (http://www.mathprofi.ru/kak_vychislit_opredelitel.html)

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = ???$$

Разложение по строке:

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 7 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1(24 - 24) - 0(20 - 16) + 7(15 - 12) = 0 - 0 + 21 = 21$$

Правило Треугольника:

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = (1 \cdot 6 \cdot 4) + (2 \cdot 0 \cdot 8) + (7 \cdot 3 \cdot 5) - (2 \cdot 6 \cdot 7) - (1 \cdot 8 \cdot 3) - (4 \cdot 0 \cdot 5) = (2 \cdot 6 \cdot 7) + (2 \cdot 6$$

$$= 24 + 0 + 105 - 84 - 24 - 0 = 21$$

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 21$$

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = ???$$

Разложение по строке:

Итак, определитель «три на три» сводится к решению трёх маленьких определителей - МИНОРОВ.

Коль скоро выбран способ разложения определителя по первой строке, очевидно, что всё вращается вокруг неё:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

- 1) Из матрицы знаков выписываем соответствующий знак "+": $\begin{vmatrix} + & & + \\ & + & \\ + & & + \end{vmatrix}$
- 2) Затем записываем сам элемент: $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1$
- 3) МЫСЛЕННО вычеркиваем строку и столбец, в котором стоит первый элемент. Оставшиеся четыре числа и образуют определитель «два на два», который называется **МИНОРОМ** данного элемента $a_{11} = 1$ (единицы):

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

- 4) Из матрицы знаков выписываем соответствующий знак "-": $\begin{vmatrix} + & & + \\ & + & \\ + & & + \end{vmatrix}$
- 5) Затем записываем второй элемент: $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} (-2)$
- 6) МЫСЛЕННО вычеркиваем строку и столбец, в котором стоит второй элемент. Оставшиеся четыре числа записываем в маленький определитель.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix}$$

7) Третий элемент первой строки по подобию предыдущих. Из матрицы знаков выписываем

8) Записываем третий элемент:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3$$

9) МЫСЛЕННО вычеркиваем строку и столбец, в котором стоит третий элемент. Оставшиеся четыре числа записываем в маленький определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix}$$

Минор и алгебраическое дополнение матрицы. (https://ru.onlinemschool.com/math/library/matrix/minors/)

Минором M_{ij} к элементу a_{ij} определителя n-го порядка называется определитель (n-1)-го порядка, полученный из исходного определителя вычеркиванием i-той строки и j-того столбца.

Найти миноры матрицы
$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 0 \cdot 9 - 6 \cdot 8 = 0 - 48 = -48$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 9 - 6 \cdot (-7) = 36 + 42 = 78$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix} = 4 \cdot 8 - 0 \cdot (-7) = 32 - 0 = 32$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 9 - 3 \cdot 8 = -18 - 24 = -42$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 9 - 3 \cdot (-7) = 9 + 21 = 30$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - (-2) \cdot (-7) = 8 - 14 = -6$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 6 - 3 \cdot 0 = -12 - 0 = -12$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 3 \cdot 4 = 6 - 12 = -6$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-2) \cdot 4 = 0 + 8 = 8$$

Матрица Миноров:

$$M = \begin{vmatrix} -48 & 78 & 32 \\ -42 & 30 & -6 \\ -12 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

```
In [5]: | def matrix_cofactor(matrix):
            return np.linalg.inv(matrix).T * np.linalg.det(matrix)
        P0 = np.array([[1,-2, 3],
                       [4, 0, 6],
                       [-7, 8, 9]])
        print("Determinant == {:G}".format(np.linalg.det(P0)))
        P M = matrix cofactor(P0)
        printMatrixs([P0,P_M], width=3, prec=0)
        print("---raw-----")
        for i in range(P0.shape[1]):
            print(P0[i,:],P_M[i,:] )
            print(" =={:G}".format(np.dot(P_M[:,i],P0[:,i])))
        print("---column----")
        for i in range(P0.shape[0]):
            print(P0[:,i],P_M[:,i] )
            print(" =={:G}".format(np.dot(P_M[:,i],P0[:,i])))
        for i,j in [[0,1],[0,2],[1,2],]:
                                      ==".format(i,j), end ="")
            print("raw[{}]*raw[{}]
            print("{:0.0f}".format(np.dot(P_M[i,:],P0[j,:])))
            print(P0[i,:],P_M[j,:] );
        for i,j in [[0,1],[0,2],[1,2],]:
            print("column[{}]*column[{}]==".format(i,j), end="")
            print("{:0.0f}".format(np.dot(P_M[:,i],P0[:,j])))
            print(P0[:,i],P_M[:,j]);
        Determinant == 204
        [1 -2 3][-48 -78 32]
        [4 0 6][42 30 6]
        [-7 8 9][-12 6
                          8 ]
        ---raw-----
        [ 1 -2 3] [-48. -78. 32.]
         ==204
        [4 0 6] [42. 30. 6.]
         ==204
        [-7 8 9] [-12.
                         6. 8.]
         ==204
        ---column----
        [ 1 4 -7] [-48. 42. -12.]
         ==204
        [-2 0 8] [-78. 30.
                               6.]
         ==204
        [3 6 9] [32. 6. 8.]
         ==204
```

raw[0]*raw[1]

raw[0]*raw[2]

raw[1]*raw[2]

[1 -2 3] [-12.

[4 0 6] [-12. 6.

column[0]*column[1]==0
[1 4 -7] [-78. 30.
column[0]*column[2]==0
[1 4 -7] [32. 6. 8.]
column[1]*column[2]==0
[-2 0 8] [32. 6. 8.]

[1 -2 3] [42. 30. 6.]

==0

==-0

6.

==0

8.]

8.]

<u>Алгебраическое дополнение</u> (https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%

Нахождение дополнительного минора и алгебраического дополнения

Алгебраическим дополнением элемента
$$a_{ij}$$
 матрицы $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$

называется число: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$,

где M_{ij} — дополнительный минор/определитель матрицы, получающейся из исходной матрицы A путём вычёркивания i-й строки и j-го столбца.

Свойства

Алгебраическое дополнение элемента — это коэффициент, с которым этот самый элемент входит в определитель матрицы. Это утверждается следующей теоремой:

Теорема (о разложении определителя по строке/столбцу). Определитель матрицы A может быть представлен в виде суммы:

$$\det A = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij}$$

Для алгебраического дополнения справедливо следующее утверждение:

Лемма о фальшивом разложении определителя. Сумма произведений элементов одной строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения элементов другой строки (соответственно столбца) равна нулю, то есть $\sum_{j=1}^n a_{i_1j}A_{i_2j} = \sum_{i=1}^n a_{ij_1}A_{ij_2} = 0$ при $i_1 \neq i_2$ и $j_1 \neq j_2$.

Из этих утверждений следует алгоритм нахождения обратной матрицы:

- заменить каждый элемент исходной матрицы на его алгебраическое дополнение,
- транспонировать полученную матрицу в результате будет получена союзная матрица,
- разделить каждый элемент союзной матрицы на определитель исходной матрицы.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Матрица Миноров:

$$M = \begin{vmatrix} -48 & 78 & 32 \\ -42 & 30 & -6 \\ -12 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

Матрица Алгебраических дополнений $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$. где M_{ij} — дополнительный минор/ определитель матрицы.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11} = (-1)^{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = (+1)(0 - 48) = -48$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot M_{12} = (-1)^{3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} = (-1)(36 + 42) = -78$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot M_{13} = (-1)^{4} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 8 \end{vmatrix} = (+1)(32 - 0) = 32$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot M_{21} = (-1)^{3} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = (-1)(-18 - 24) = 42$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot M_{22} = (-1)^{4} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -7 & 9 \end{vmatrix} = (+1)(9 + 21) = 30$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot M_{23} = (-1)^{5} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 8 \end{vmatrix} = (-1)(8 - 14) = 6$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot M_{31} = (-1)^{4} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = (+1)(-12 - 0) = -12$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot M_{32} = (-1)^{5} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = (-1)(6 - 12) = 6$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot M_{33} = (-1)^{6} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = (+1)(0 + 8) = 8$$

Cofactor matrix

(https://en.wikipedia.org/wiki/Minor_(linear_algebra)#Applications_of_minors_and

Adjugate matrix

(https://en.wikipedia.org/wiki/Adjugate_matrix#3_%C3%97_3_generic_matrix)

Cofactor matrix:
$$C = \begin{vmatrix} -48 & -78 & 32 \\ 42 & 30 & 6 \\ -12 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

4

Determinant == 204 [-48 -78 32] [42 30 6] [-12 6 8]

<u>Находим транспонированную матрицу алгебраических дополнений</u> (http://www.mathprofi.ru/kak naiti obratnuyu matricu.html)

Inverse of a matrix

(https://en.wikipedia.org/wiki/Minor_(linear_algebra)#Cofactor_expansion_of_the_determinant##Inverse

Adjugate matrix (https://en.wikipedia.org/wiki/Adjugate matrix#3 %C3%97 3 generic matrix)

Присоединённая матрица (https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%BE%D0%E

Присоединённая (союзная, взаимная) матрица — матрица \${displaystyle {C}^{*}}\$, составленная из алгебраических дополнений для соответствующих элементов транспонированной матрицы. Из определения следует, что присоединённая матрица рассматривается только для квадратных матриц и сама является квадратной, так как понятие алгебраического дополнения вводится для квадратных матриц.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Присоединённая матрица будет :
$$A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & \dots & A_{n2} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \dots & A_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & A_{3n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

$$C^* = \begin{vmatrix} -48 & -78 & 32 \\ 42 & 30 & 6 \\ -12 & 6 & 8 \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} -48 & 42 & -12 \\ -78 & 30 & 6 \\ 32 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

4

```
In [7]: P0 = np.array([[1,-2, 3],
                       [ 4, 0, 6],
                       [-7, 8, 9]])
        printMatrixs([P0], width=2, prec=0)
        print("Determinant == {:G}".format(np.linalg.det(P0)))
        P_M = matrix_cofactor(P0)
        print("matrix Cofactor:"); printMatrixs([P_M], width=3, prec=0)
        P_MT = P_M.T
        print("Присоединённая (союзная, взаимная) матрица \nAdjugate matrix:"); printMatrixs([P_MT
        [1 -2 3]
        [4 0 6]
        [-7 8 9]
        Determinant == 204
        matrix Cofactor:
        [-48 -78 32]
        [42 30 6]
        [-12 6
                 8 ]
        Присоединённая (союзная, взаимная) матрица
        Adjugate matrix:
        [-48 42 -12]
        [-78 30 6 ]
        [32 6 8 ]
```

Произведение матрицы A на A^* равно скалярной матрице, у которой главной диагонали стоит определитель D=det A:

$$A^* \cdot A = A \cdot A^* = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix}$$

[1 -2 3]
[4 0 6]
[-7 8 9]
Determinant == 204
Присоединённая (союзная, взаимная) матрица
Adjugate matrix:
[-48 42 -12]
[-78 30 6]
[32 6 8]
A * A'=
[204 -0 -0]
[0 204 0]
[-0 0 204]

$$A \cdot A^* = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -48 & 42 & -12 \\ -78 & 30 & 6 \\ 32 & 6 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 204 & 0 & 0 \\ 0 & 204 & 0 \\ 0 & 0 & 204 \end{vmatrix}$$

Поэтому обратная матрица A^{-1} к невырожденной матрице A выражается так:

$$A^{-1} = D^{-1} \cdot A^* = \frac{A^*}{\det A}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \dots \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & \dots & A_{n2} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \dots & A_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & A_{3n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A^* = \begin{vmatrix} -48 & 42 & -12 \\ -78 & 30 & 6 \\ 32 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = 204^{-1} \cdot \begin{vmatrix} -48 & 42 & -12 \\ -78 & 30 & 6 \\ 32 & 6 & 8 \end{vmatrix} = \frac{\begin{vmatrix} -48 & 42 & -12 \\ -78 & 30 & 6 \\ 32 & 6 & 8 \end{vmatrix}}{204} =$$

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} -\frac{4}{17} & \frac{7}{34} & -\frac{1}{17} \\ -\frac{13}{34} & \frac{5}{34} & \frac{1}{34} \\ \frac{8}{51} & \frac{1}{34} & \frac{2}{51} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.235 & 0.206 & -0.059 \\ -0.382 & 0.147 & 0.029 \\ 0.157 & 0.029 & 0.039 \end{vmatrix}$$

Проверка:
$$A \cdot A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{4}{17} & \frac{7}{34} & -\frac{1}{17} \\ -\frac{13}{34} & \frac{5}{34} & \frac{1}{34} \\ \frac{8}{51} & \frac{1}{34} & \frac{2}{51} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 \cdot \left(-\frac{4}{17}\right) - 2 \cdot \left(-\frac{13}{34}\right) + 3 \cdot \frac{8}{51} & 1 \cdot \frac{7}{34} - 2 \cdot \frac{5}{34} + 3 \cdot \frac{1}{34} & 1 \cdot \left(-\frac{1}{17}\right) - 2 \cdot \frac{1}{34} + 3 \cdot \frac{2}{51} \\ 4 \cdot \left(-\frac{4}{17}\right) + 0 \cdot \left(-\frac{13}{34}\right) + 6 \cdot \frac{8}{51} & 4 \cdot \frac{7}{34} + 0 \cdot \frac{5}{34} + 6 \cdot \frac{1}{34} & 4 \cdot \left(-\frac{1}{17}\right) + 0 \cdot \frac{1}{34} + 6 \cdot \frac{2}{51} \\ \left(-7\right) \cdot \left(-\frac{4}{17}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{13}{34}\right) + 9 \cdot \frac{8}{51} & \left(-7\right) \cdot \frac{7}{34} + 8 \cdot \frac{5}{34} + 9 \cdot \frac{1}{34} & \left(-7\right) \cdot \left(-\frac{1}{17}\right) + 8 \cdot \frac{1}{34} + 9 \cdot \frac{2}{51} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -\frac{4}{17} + \frac{13}{17} + \frac{8}{17} & \frac{7}{34} - \frac{10}{34} + \frac{3}{34} & -\frac{1}{17} - \frac{1}{17} + \frac{2}{17} \\ -\frac{16}{17} + \frac{16}{17} & \frac{14}{17} + \frac{3}{17} & -\frac{4}{17} + \frac{4}{17} \\ \frac{28}{17} - \frac{52}{17} + \frac{24}{17} & -\frac{49}{34} + \frac{40}{34} + \frac{9}{34} & \frac{7}{17} + \frac{4}{17} + \frac{6}{17} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

◀

```
[1 -2 3]

[4 0 6]

[-7 8 9]

[-0.235 0.206 -0.059]

[-0.382 0.147 0.029]

[ 0.157 0.029 0.039]

[ 1 -0 0]

[ 0 1 0]

[ 0 0 1]

[ 1 -0 0]

[ 0 1 0]

[ 0 1 0]

[ 0 1 0]

[ 0 1 0]
```

```
In [ ]:
```