# Регрессионный анализ: панельные данные и каузальность

Модели со смешанными эффектами применительно к анализу панельных данных

Условимся, что работаем с панельными данными, в котором есть более и менее крупные единицы анализа (к примеру, данные по временным периодам, «вложенные» в страны). Запишите в терминах МЕ-моделей общий вид ANOVA-модели и поясните спецификацию.

Условимся, что работаем с панельными данными, в котором есть более и менее крупные единицы анализа (к примеру, данные по временным периодам, «вложенные» в страны). Запишите в терминах МЕ-моделей общий вид ANOVA-модели и поясните спецификацию.

#### Ответ

$$y_{ti} = \gamma_{00} + u_{0i} + e_{ti}$$
, где

 $\gamma_{00}$  – среднее значение зависимой переменной

 $u_{0i}$  — межгрупповая (между странами) изменчивость зависимой переменной

 $e_{ti}$  – ошибка на индивидуальном уровне

Прежде чем включать объясняющие переменные, нужно смоделировать зависимость  $y_{ti}$  от времени. Это нужно для того, чтобы впоследствии избежать смещение оценок при ключевых предикторах из-за того, что часть вариации относится к временной динамике. Рассмотрим самую простую модель с линейным эффектом времени, одинаковым для всех стран. Первый период закодирован как «0».

Прежде чем включать объясняющие переменные, нужно смоделировать зависимость  $y_{ti}$  от времени. Это нужно для того, чтобы впоследствии избежать смещение оценок при ключевых предикторах из-за того, что часть вариации относится к временной динамике. Рассмотрим самую простую модель с линейным эффектом времени, одинаковым для всех стран. Первый период закодирован как «0».

#### Ответ

 $y_{ti} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \times Time_{ti} + u_{0i} + e_{ti},$  где

 $\gamma_{10}$  — то, насколько изменяется в среднем  $y_{ti}$  по всей выборке с каждым последующим временным периодом

Теперь будем исходить из предположения о том, что эффект времени различается по странам, при этом остается линейным.

Daria Salnikova RAPDC МЕ-модели 4 / 10

Теперь будем исходить из предположения о том, что эффект времени различается по странам, при этом остается линейным.

#### Ответ

 $y_{ti} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \times Time_{ti} + u_{0i} + u_{1i} \times Time_{ti} + e_{ti}$ , где  $\gamma_{10}$  — фиксированный эффект (взаимосвязь времени и  $y_{ti}$  в среднем по всей выборке)

4/10

Daria Salnikova RAPDC МЕ-модели

Теперь будем исходить из предположения о том, что эффект времени различается по странам, при этом остается линейным.

#### Ответ

 $y_{ti} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \times Time_{ti} + u_{0i} + u_{1i} \times Time_{ti} + e_{ti}$ , где  $\gamma_{10}$  — фиксированный эффект (взаимосвязь времени и  $y_{ti}$  в среднем по всей выборке)  $u_{1i}$  — случайный эффект (отклонение во взаимосвязи времени и  $y_{ti}$  в і-ой стране от среднего по выборке)

4/10

Daria Salnikova RAPDC МЕ-модели

Крайне редко бывает так, чтобы эффект времени оставался постоянным от периода к периоду. Поэтому нелинейный эффект времени более оправдан. Рассмотрим часто встречающийся в исследованиях квадратичный эффект времени.

Крайне редко бывает так, чтобы эффект времени оставался постоянным от периода к периоду. Поэтому нелинейный эффект времени более оправдан. Рассмотрим часто встречающийся в исследованиях квадратичный эффект времени.

#### Ответ

 $y_{ti} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \times Time_{ti} + \gamma_{20} \times Time_{ti}^2 + u_{0i} + u_{1i} \times Time_{ti} + e_{ti}$  Эта модель исходит из предположения о том, что изменение эффекта времени («скорость») одинаково по всем странам.

Рассчитайте по предыдущей модели частную производную по времени и исходя из нее проинтерпретируйте оценки следующих фиксированных эффектов  $(\gamma_{10}, \gamma_{20})$ .

Daria Salnikova RAPDC МЕ-модели 6 / 10

Рассчитайте по предыдущей модели частную производную по времени и исходя из нее проинтерпретируйте оценки следующих фиксированных эффектов  $(\gamma_{10}, \gamma_{20})$ .

#### Ответ

$$\frac{dy_{ti}}{dTime_{ti}} = \gamma_{10} + 2\gamma_{20} \times Time_{ti}$$

Рассчитайте по предыдущей модели частную производную по времени и исходя из нее проинтерпретируйте оценки следующих фиксированных эффектов  $(\gamma_{10}, \gamma_{20})$ .

#### Ответ

$$\frac{dy_{ti}}{dTime_{ti}} = \gamma_{10} + 2\gamma_{20} \times Time_{ti}$$

То есть,  $\gamma_{10}$  – средний характер взаимосвязи времени и  $y_{ti}$  только в ПЕРВЫЙ временной период (наклон касательной в первый период)

 $\gamma_{20}$  – легче интерпретировать сразу коэффициент, умноженный на 2 (как изменяется эффект времени с каждым последующим периодом)

Вполне возможно, что коэффициент изменения эффекта времени с каждым периодом различается по странам. Это учитывает следующая модель:

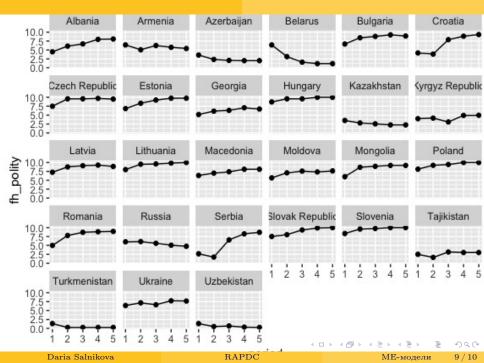
Вполне возможно, что коэффициент изменения эффекта времени с каждым периодом различается по странам. Это учитывает следующая модель:

#### Ответ

 $\hat{y_{ti}} = \hat{\gamma_{00}} + \hat{\gamma_{10}} \times Time_{ti} + \hat{\gamma_{20}} \times Time_{ti}^2 + \hat{u_{0i}} + \hat{u_{1i}} \times Time_{ti} + \hat{u_{2i}} \times Time_{ti}^2$  которая дополнительно включает случайный эффект  $u_{2i}$  для квадратичного времени.

# Иллюстрация

Посмотрите на следующий слайд и предположите, какие эффекты для моделирования динамики зависимой переменной во времени могут быть осмыслены



## Пояснения к картинке

• Мы видим на графике различия в «стартовых» условиях. Случайный эффект для константы

## Пояснения к картинке

- Мы видим на графике различия в «стартовых» условиях. Случайный эффект для константы
- В первый временной период разные наклоны, а значит разный характер взаимосвязи времени и отклика в первый временной период. Случайный эффект для времени

## Пояснения к картинке

- Мы видим на графике различия в «стартовых» условиях. Случайный эффект для константы
- В первый временной период разные наклоны, а значит разный характер взаимосвязи времени и отклика в первый временной период. Случайный эффект для времени
- Разные траектории, эффект времени изменяется, при этом по-разному в разных странах. К примеру, в Болгарии с течением времени положительный эффект ослабляется, а в Беларуси отрицательный эффект становится менее выраженным. Случайный эффект для времени в квадрате. Было бы возможно учесть его при большем количестве временных периодов.