

# Difference-in-Differences

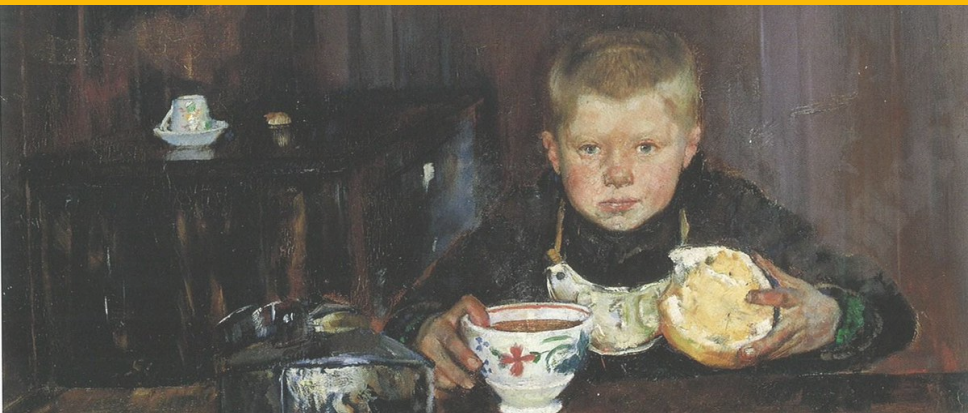
Дарья Сальникова

8 ноября 2024

# Планы на сегодня:

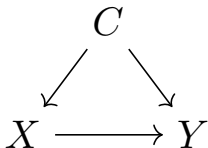
- Идеальные условия для каузального вывода: рандомизированный эксперимент
- А что если невозможно создать такие условия?
- Разность разностей: посчитаем «руками»
- А что было до воздействия? Допущение параллельности трендов
- Соответствующая DiD регрессионная модель

# Кормить или не кормить? 😊



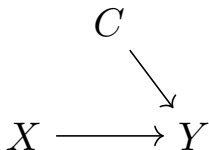
Наблюдение: в школах с бесплатными обедами ученики демонстрируют более низкую успеваемость по сравнению со школами, в которых не реализуется программа бесплатного школьного питания.

# Переменные-confounders



Присутствие «третьих» переменных, влияющих и на введение бесплатных обедов, и на успеваемость, не позволяет интерпретировать результаты в терминах причинно-следственной связи. Получаем смещенные оценки в результате пропущенных значимых переменных.

# Что дает рандомизированный эксперимент?



Значения  $X$  определяются случайным образом, то есть, переменные  $C$  больше не влияют на  $X$  (treatment). Между группами воздействия и контрольной нет значимых различий кроме непосредственно самого факта воздействия.

Следовательно, можем интерпретировать результаты в терминах причинно-следственной связи.

# А что если нет возможности для проведения рандомизированного эксперимента?

- В качестве альтернативы можно обратиться к квазиэкспериментам. Задача заключается в том, чтобы обеспечить максимальное приближение к условиям эксперимента.

# А что если нет возможности для проведения рандомизированного эксперимента?

- В качестве альтернативы можно обратиться к квазиэкспериментам. Задача заключается в том, чтобы обеспечить максимальное приближение к условиям эксперимента.
- Так и в методе DiD предварительно отобранных экспериментальной и контрольной групп в классическом понимании у нас нет, мы используем те группы, которые уже естественным образом сформировались.

# А что если нет возможности для проведения рандомизированного эксперимента?

- В качестве альтернативы можно обратиться к квазиэкспериментам. Задача заключается в том, чтобы обеспечить максимальное приближение к условиям эксперимента.
- Так и в методе DiD предварительно отобранных экспериментальной и контрольной групп в классическом понимании у нас нет, мы используем те группы, которые уже естественным образом сформировались.
- Адаптация к примеру с бесплатными обедами: здесь целесообразнее ориентироваться на участие в системе UFM (Universal Free Meals): бесплатное питание в школах вне зависимости от дохода семей школьников.



# Что сравнивать?

- 1 Что если сравнить среднюю успеваемость в экспериментальной группе в период до и после введения программы бесплатных обедов?

# Что сравнивать?

- 1 Что если сравнить среднюю успеваемость в экспериментальной группе в период до и после введения программы бесплатных обедов?
- 2 А что если сравнить среднюю успеваемость в экспериментальной группе и контрольной группе в период после введения программы бесплатных обедов?

# Что сравнивать?

- 1 Что если сравнить среднюю успеваемость в экспериментальной группе в период до и после введения программы бесплатных обедов?
- 2 А что если сравнить среднюю успеваемость в экспериментальной группе и контрольной группе в период после введения программы бесплатных обедов?

| Группа/Период      | До  | После |
|--------------------|-----|-------|
| Группа воздействия | 4.1 | 4.3   |
| Контрольная группа | 3.9 | 3.3   |

В данной таблице учитываем средний балл школьника

- как в разные периоды (до и после введения программы)
- так и в разных школах (с введенной программой бесплатных обедов и без соответствующей программы)

В таком случае можно проследить эффект воздействия.

# Разности: сравниваем изменения во времени

| Группа/Период      | До  | После | Разность           |
|--------------------|-----|-------|--------------------|
| Группа воздействия | 4.1 | 4.3   | $4.3 - 4.1 = 0.2$  |
| Контрольная группа | 3.9 | 3.3   | $3.3 - 3.9 = -0.6$ |

Посчитаем разности (изменения внутри группы):

- 1 Различие в успеваемости в разные периоды (до и после воздействия) в группе воздействия:

$$\Delta_1 = \bar{y}_{(T=1, G=1)} - \bar{y}_{(T=0, G=1)}$$

- 2 Различие в успеваемости в разные периоды (до и после воздействия) в контрольной группе:

$$\Delta_2 = \bar{y}_{(T=1, G=0)} - \bar{y}_{(T=0, G=0)}$$

- 3 Разность разностей:

$$DiD = \Delta_1 - \Delta_2 = 0.2 - (-0.6) = 0.8$$

# Разности: различия между группами

| Группа/Период      | До                | После           |
|--------------------|-------------------|-----------------|
| Группа воздействия | 4.1               | 4.3             |
| Контрольная группа | 3.9               | 3.3             |
| Разность           | $4.1 - 3.9 = 0.2$ | $4.3 - 3.3 = 1$ |

- ❶ Различие в успеваемости между школами с бесплатными обедами и без в период после введения программы:

$$\Delta_1 = \bar{y}_{(T=1, G=1)} - \bar{y}_{(T=1, G=0)}$$

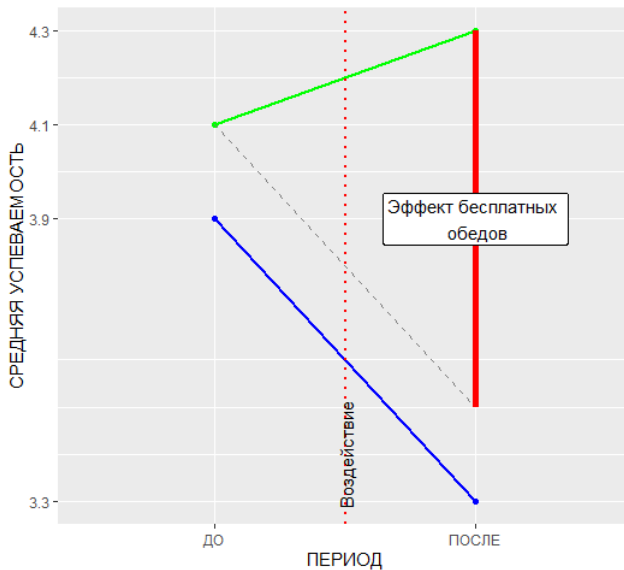
- ❷ Различие в успеваемости между школами с бесплатными обедами и без в период до введения программы:

$$\Delta_2 = \bar{y}_{(T=0, G=1)} - \bar{y}_{(T=0, G=0)}$$

- ❸ Разность разностей:

$$DiD = \Delta_1 - \Delta_2 = 1 - 0.2 = 0.8$$

# Иллюстрация



# Параллельность трендов

Почему вообще такое сравнение возможно?

# Параллельность трендов

Почему вообще такое сравнение возможно?

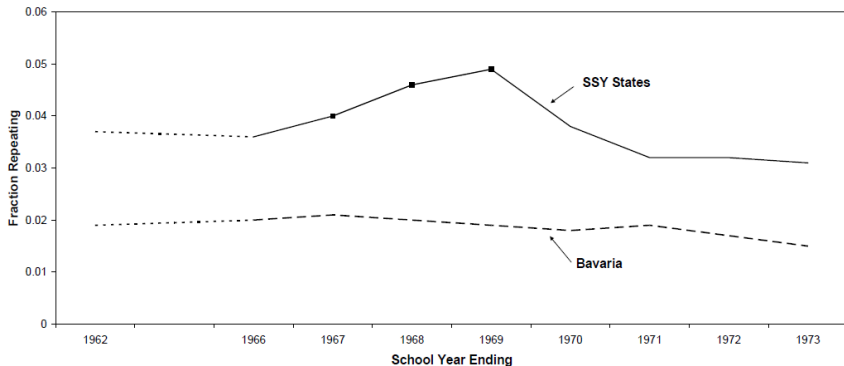
Мы исходим из допущения о параллельности трендов.

Динамика средней успеваемости схожа в контрольной группе и экспериментальной группе в период до введения программы бесплатных обедов.

Counterfactual – предполагаем, что если бы воздействия не было, то динамика экспериментальной группы продолжала бы повторять динамику контрольной группы и в период после воздействия.



# Иллюстрация параллельности трендов



Источник: Pischke, J.-S. (2007). The impact of length of school year on student performance and earnings: Evidence from the German short school years. *Economic Journal* 117(523), 1216 – 1242.

# Модель, оценивающая DiD

В случае соблюдения допущения о параллельности трендов, можем использовать следующую спецификацию:

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

Пояснения:

- $y_{it}$  – успеваемость;
- $D_i$  – дамми-переменная для группы (1 – экспериментальная группа, 0 – контрольная группа);
- $T_t$  – дамми-переменная для периода (1 – период после воздействия, 0 – период до воздействия);
- $D_i T_t$  – соответствующая переменная взаимодействия

Если допущение нарушается, можно предположить, что есть некоторые «третьи» факторы (confounders). И тогда пробовать расширять модель с помощью контрольных переменных.

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель |
|--------------------|--------|--------|
| Контрольная группа | До     |        |

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель                         |
|--------------------|--------|--------------------------------|
| Контрольная группа | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0$ |
| Группа воздействия | До     |                                |

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель   |
|--------------------|--------|--|
| Контрольная группа | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0$                 |
| Группа воздействия | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ |
| Контрольная группа | После  |  |

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель   |
|--------------------|--------|--|
| Контрольная группа | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0$                 |
| Группа воздействия | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ |
| Контрольная группа | После  | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2$ |
| Группа воздействия | После  |  |

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель   |
|--------------------|--------|--|
| Контрольная группа | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0$   |
| Группа воздействия | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$                                 |
| Контрольная группа | После  | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2$                                 |
| Группа воздействия | После  | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3$ |

# Условия

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 D_i + \hat{\beta}_2 T_t + \hat{\beta}_3 D_i T_t$$

| Группа             | Период | Модель   |
|--------------------|--------|--|
| Контрольная группа | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0$   |
| Группа воздействия | До     | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$                                 |
| Контрольная группа | После  | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2$                                 |
| Группа воздействия | После  | $\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3$ |

| Группа/Период      | До                                    | После   |
|--------------------|---------------------------------------|---|
| Группа воздействия | $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 = 4.1$ | $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3 = 4.3$ |
| Контрольная группа | $\hat{\beta}_0 = 3.9$                 | $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 = 3.3$                                 |



# Интерпретация коэффициентов

- $\hat{\beta}_0$  – средняя успеваемость в контрольной группе в период до введения программы бесплатных обедов;

# Интерпретация коэффициентов

- $\hat{\beta}_0$  – средняя успеваемость в контрольной группе в период до введения программы бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_1$  – насколько отличается средняя успеваемость в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой в период до введения программы бесплатных обедов;

# Интерпретация коэффициентов

- $\hat{\beta}_0$  – средняя успеваемость в контрольной группе в период до введения программы бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_1$  – насколько отличается средняя успеваемость в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой в период до введения программы бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_2$  – как изменяется средняя успеваемость в контрольной группе в период после введения бесплатных обедов (речь только о периоде, сама программа для данной группы школы не вводилась) по сравнению с периодом, предшествующим введению бесплатных обедов;

# Интерпретация коэффициентов

- $\hat{\beta}_0$  – средняя успеваемость в контрольной группе в период до введения программы бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_1$  – насколько отличается средняя успеваемость в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой в период до введения программы бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_2$  – как изменяется средняя успеваемость в контрольной группе в период после введения бесплатных обедов (речь только о периоде, сама программа для данной группы школы не вводилась) по сравнению с периодом, предшествующим введению бесплатных обедов;
- $\hat{\beta}_3$  – непосредственно эффект воздействия программы бесплатных обедов на успеваемость.

# Practice makes perfect

|               | Pre-period | Post-period | Difference    |
|---------------|------------|-------------|---------------|
| Treatment = 1 | 4.03       | 3.59        | ...           |
| Treatment = 0 | 1.99       | 1.97        | ...           |
| DiD           |            |             | ...<br>(0.16) |

- 1 Восстановим значения в третьем столбце.

---

<sup>1</sup>Crime rate (outcome) is defined as crimes per 1,000 population. Standard errors are in parentheses.

Источник таблицы: Draca et al. (2011) Panic on the Streets of London: Police, Crime, and the July 2005 Terror Attacks. American Economic Review, 101 (5), 2157 — 2181.

# Practice makes perfect

|               | Pre-period | Post-period | Difference |
|---------------|------------|-------------|------------|
| Treatment = 1 | 4.03       | 3.59        | ...        |
| Treatment = 0 | 1.99       | 1.97        | ...        |
| DiD           |            |             | ...        |
|               |            |             | (0.16)     |

- 1 Восстановим значения в третьем столбце.
- 2 Проверим значимость оценки коэффициента, соответствующего DiD.  $N = 384$ . В модель не были включены контрольные переменные.

<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Crime rate (outcome) is defined as crimes per 1,000 population. Standard errors are in parentheses.

Источник таблицы: Draca et al. (2011) Panic on the Streets of London: Police, Crime, and the July 2005 Terror Attacks. American Economic Review, 101 (5), 2157 — 2181.

# Practice makes perfect: проверяем себя

|               | Pre-period | Post-period | Difference        |
|---------------|------------|-------------|-------------------|
| Treatment = 1 | 4.03       | 3.59        | -0.44             |
| Treatment = 0 | 1.99       | 1.97        | -0.02             |
| DiD           |            |             | -0.42**<br>(0.16) |

$$H_0 : \beta_{DID} = 0; H_1 : \beta_{DID} \neq 0$$

$$t = \frac{-0.42}{0.16} \approx -2.625; t \sim t(df = 384 - 3 - 1 = 380)$$

В модели 4 параметра:

3 коэффициента при предикторах + 1 константа.

$$p - value \approx 0.009$$



We DiD it!!!  
ВАШИ ВОПРОСЫ?