

# Регрессионный анализ: панельные данные и каузальность

## Лекция 2

Модель с фиксированными эффектами на временные  
периоды

Модель с разными наклонами

# FE-модель на временные периоды

Представим спецификацию модели с фиксированными эффектами в формате модели с набором дамми-переменных (LSDV)

# FE-модель на временные периоды

Представим спецификацию модели с фиксированными эффектами в формате модели с набором дамми-переменных (LSDV)

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_1 D_{1t} + \dots \hat{\gamma}_{T-1} D_{(T-1)t} + \hat{\beta}_1 x_{it}$$

# FE-модель на временные периоды

Представим спецификацию модели с фиксированными эффектами в формате модели с набором дамми-переменных (LSDV)

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_1 D_{1t} + \dots \hat{\gamma}_{T-1} D_{(T-1)t} + \hat{\beta}_1 x_{it}$$

- $\hat{\beta}_0$  – чему в среднем равно значение зависимой переменной в базовом временном периоде при равенстве предикторов нулю

# FE-модель на временные периоды

Представим спецификацию модели с фиксированными эффектами в формате модели с набором дамми-переменных (LSDV)

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_1 D_{1t} + \dots \hat{\gamma}_{T-1} D_{(T-1)t} + \hat{\beta}_1 x_{it}$$

- $\hat{\beta}_0$  – чему в среднем равно значение зависимой переменной в базовом временном периоде при равенстве предикторов нулю
- $\hat{\gamma}_i$  – на сколько в среднем отличается значение зависимой переменной в  $t$ -ом временном периоде от базового при прочих равных
- $\hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_t$  – индивидуальная константа (фиксированный эффект)

# FE на временные периоды

Содержательно охватывают весь набор неизменяющихся в пространстве характеристик. Эти факторы влияют на все пространственные единицы анализа (к примеру, страны, регионы, компании, индивиды) одновременно

# FE на временные периоды

Содержательно охватывают весь набор неизменяющихся в пространстве характеристик. Эти факторы влияют на все пространственные единицы анализа (к примеру, страны, регионы, компании, индивиды) одновременно

Примеры:

- природные катаклизмы
- COVID-19
- финансовые кризисы
- военные конфликты

# FE на временные периоды

Содержательно охватывают весь набор неизменяющихся в пространстве характеристик. Эти факторы влияют на все пространственные единицы анализа (к примеру, страны, регионы, компании, индивиды) одновременно

Примеры:

- природные катаклизмы
- COVID-19
- финансовые кризисы
- военные конфликты

То есть, включение фиксированных эффектов не позволяет полностью избавиться от эндогенности, так как мы можем пропустить существенные переменные, характеризующие различия между пространственными единицами



# Модель с внутригрупповым преобразованием

Мы можем представить FE-модель в более экономном виде (то есть, с меньшим количеством параметров), при этом сохранив скорректированную на панельную структуру данных оценку коэффициента наклона

Алгоритм:

- 1 рассчитываем центрированный  $y$ , при этом считаем средние по временным периодам:  $y_{it}^* = y_{it} - \bar{y}_{.t}$
- 2 аналогичным образом преобразуем предикторы:  $x_{it}^* = x_{it} - \bar{x}_{.t}$
- 3 оцениваем регрессию  $y_{it}^*$  на  $x_{it}^*$ :

$$\hat{y}_{it}^* = \hat{\beta}_1 x_{it}^*$$

# Как рассчитывается $\hat{\beta}_1^{time}$ ?

$\hat{\beta}_1^{time}$  в такой FE-модели можно получить на основании соответствующих коэффициентов регрессий, оцененных на отдельных T подвыборках

Нас интересует оценка коэффициента при предикторе

$$\hat{y}_{it}^* = \hat{\beta}_1^{time} x_{it}^*$$

- 1 Для каждого из T временных периодов оценим регрессию  $\hat{y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_i$  и сохраним  $\hat{\alpha}_1$  для каждого t-го периода
- 2 Суммируем взвешенные значения  $\hat{\alpha}_1$ :

$$\hat{\beta}_1^{time} = \frac{\sum_{t=1}^T w_t \hat{\alpha}_{1t}}{\sum_{t=1}^T w_t}$$

$$w_t = \sum_{i=1}^{N_t} (x_{it} - \bar{x}_{.t})^2$$

## Выводы по формуле $\hat{\beta}_1^{time}$ в FE-модели:

- Временные периоды с большей межгрупповой изменчивостью предиктора (то есть, изменчивостью предиктора между пространственными единицами в один и тот же период) вносят больший вклад в оценку  $\hat{\beta}_1^{time}$
- Те временные периоды, в которых предиктор одинаков для всех пространственных единиц, не участвуют в формировании оценки коэффициента  $\hat{\beta}_1^{time}$  в FE-модели
- $\hat{\beta}_1^{time}$  формируется на основании межгрупповой изменчивости предиктора внутри каждого периода. Поэтому интерпретация  $\hat{\beta}_1^{time}$  будет в общем виде следующей:

В один и тот же период времени, при различии предиктора на одну единицу между пространственными единицами, зависимая переменная в среднем отличается на  $\hat{\beta}_1^{time}$  при прочих равных условиях

# Модель с разными наклонами

Не всегда правдоподобно, что взаимосвязь предиктора и зависимой переменной остается постоянной для пространственных единиц / временных периодов.

Смоделируем разные взаимосвязи, показав это на примере разных наклонов для разных пространственных единиц:

$$\hat{y}_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\gamma}_1 D_{1i} + \dots \hat{\gamma}_{n-1} D_{(n-1)i} + \hat{\beta}_1 x_{it} + \hat{\mu}_1 D_{1i} x_{it} + \dots \hat{\mu}_{n-1} D_{(n-1)i} x_{it}$$

# Интерпретация оценок коэффициентов модели с разными наклонами

- ❶  $\hat{b}_0$  – то, чему в среднем равен  $y_{it}$  в стране – базовой категории – при всех предикторах равных 0
- ❷  $\hat{\gamma}_i$  – отклонение  $y_{it}$  в среднем в  $i$ -ой стране от  $y_{it}$  в базовой категории при всех предикторах равных 0
- ❸  $\hat{b}_1$  – насколько в среднем при прочих равных при увеличении  $x_{it}$  на 1 изменяется отклик в стране – базовой категории
- ❹  $\hat{\mu}_i$  – насколько в среднем отличается взаимосвязь  $x_{it}$  и  $y_{it}$  в  $i$ -ой стране в отличие от базовой категории при прочих равных