

Métodos Computacionais B

Agenor Hentz¹ Leonardo Brunnet¹ Heitor Fernandes¹

¹Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Semestre 2016-1

Área 2

- 1 Mapa de Hénon
- 2 Atividades Sugeridas

Mapa de Hénon

O mapa não-linear bidimensional mais estudado é sem dúvida alguma o mapa de Hénon. Ele foi proposto pelo astrônomo francês Michel Hénon como um protótipo para o estudo de caos em sistemas dinâmicos. Ele é definido como:

$$x_{n+1} = a - x_n^2 + y_n \quad (1)$$

$$y_{n+1} = b x_n, \quad (2)$$

onde a e b são dois parâmetros.

Mapa de Hénon

A análise de pontos fixos $(x^*; y^*)$ é feita utilizando-se a definição de ponto-fixo:

$$x^* = a - (x^*)^2 + y^* \quad (3)$$

$$y^* = b x^*. \quad (4)$$

Este sistema de equações pode ser facilmente rearranjado resultando em uma equação de segundo grau: $(x^*)^2 + x^*(1 - b) - a = 0$. A solução desta equação para x^* é:

$$x^* = \frac{(b - 1) \pm \sqrt{(1 - b)^2 + 4a}}{2}.$$

Para que tenhamos soluções reais, temos que:

$$a \geq -\frac{(1 - b)^2}{4}.$$

Atividades Sugeridas

- 1 Calcule os primeiros 20 valores de x_n para os seguintes valores de λ : 0,1; 0,2; 0,3; 0,6 e x_0 : 0,1; 0,25 e 0,5 e encontre os valores assintóticos. Grafique as séries em pequenos conjuntos comparando aquelas que têm o mesmo valor de λ e x_0 . Compare estes valores com aqueles esperados pela teoria.
- 1 Produza os gráficos de x_n em função de t , de teia e de recorrência para λ : 0,89; 0,8925 e 0,895, com $x_0 = 0,5$ e $t_{max} = 1000$. Tente encontrar visualmente as evidências: a) que indiquem o fim da fase de transiente e b) a fase caótica.

Atividades Sugeridas

- 3 Calcule séries com os primeiros 700 valores de x_n para 400 diferentes valores igualmente espaçados de λ começando em 0,72 até 1,0. Ignore os primeiros 300 valores de cada série (supondo que após estes 300 valores a fase transiente já tenha acabado), colocando os outros 400 valores em um arquivo único contendo as seguintes colunas: λ e x_n . Plote e analise o gráfico resultante, identificando visualmente as bifurcações e a transição entre as fases assintóticas e caótica. O gráfico resultante será semelhante ao apresentado na figura (??).
- 4 Utilize o algoritmo da atividade anterior para calcular o valor do expoente de Lyapunov (equação ??) em função de λ e da constante de Feigenbaum (equação ??) para o mapa logístico.

Atividades Sugeridas

- 5 Utilize o mapa de Hénon para plotar o gráfico de x versus y para os seguintes parâmetros $(a; b)$: $(0,2; 0,9991)$, $(0,2; -0,999)$; $(1,4; 0,3)$.
- 6 Utilize o gnuplot para fazer um filme do mapa de Hénon onde o intervalo de $a = \{-1 : 1\}$ é varrido em 10^3 partes com $b = -0.999$. Para cada conjunto de parâmetros gere 10^4 pares x,y desprezando os 1000 primeiros. Para descobrir como gerar o filme de dentro de seu programa, digite "help plot special-filenames" no gnuplot e procure por "plot '-'".