

Métodos Computacionais da Física B

Prova 3 / 2016-1 – Turma U

Aluno:

Matrícula:

1. Utilize um gerador uniforme e produza números (pseudo-)aleatórios no intervalo de 0 até 100.

- (a) Obtenha os valores esperados desta distribuição para a média e para o desvio padrão.
- (b) Faça um gráfico da média dos números gerados em função do número N (de números aleatórios gerados). Escreva a expressão utilizada.
- (c) Faça um gráfico do desvio padrão dos números em função do número N (de números aleatórios gerados). Escreva a expressão utilizada.
- (d) Faça um histograma (100 bins) que mostre que a distribuição é uniforme.
- (e) Defina uma variável

$$y = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i,$$

onde x_i são os números aleatórios dos itens anteriores. Repita os itens anteriores para esta variável.

- (f) Os resultados dos itens anteriores eram esperados? Comente os seus resultados.

2. Produza números aleatórios de acordo com a distribuição

$$p(x) = \exp(-x)$$

no intervalo de $x = 0$ até $x = 6$.

Faça um histograma (100 bins) com a distribuição dos números gerados e a função $p(x)$.

3. Produza números aleatórios de acordo com a distribuição

$$p(x) = x^2$$

no intervalo de $x = -2$ até $x = 2$.

- (a) Faça um histograma (100 bins) dos números gerados.
- (b) Calcule o valor esperado de x , $\langle x \rangle$, e compare com o resultado analítico. Faça um gráfico de $\langle x \rangle \times N$.
- (c) Calcule o valor esperado de x^2 , $\langle x^2 \rangle$, e compare com o resultado analítico.
- (d) Calcule o desvio padrão, e compare com o resultado analítico.
- (e) Interprete os resultados.

4. Calcule o valor de π por meio do cálculo da integral de

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

Utilize primeiramente o método da tentativa e erro e obtenha π_{est} sorteando dois números aleatórios x_i e y_i . Repita, ou utilize os mesmos x_i , para estimar a média e o desvio padrão da função no intervalo.

Para os dois métodos:

- (a) Faça um gráfico de $\pi_{est} \times N$.
- (b) Faça um gráfico de $(\pi_{est} - \pi) \times N$.
- (c) Determine o comportamento da convergência de π_{est} como função do N .
- (d) Interprete os seus resultados.

5. Utilize a função

$$p(x) = \exp(-a x^2)$$

como função de amostragem para calcular a integral

$$\int_0^\pi \frac{1}{x^2 + \cos^2(x)} dx.$$

Repita o cálculo para diversos valores de a e determine qual destes que minimiza a variância da integral. Compare o resultado com o método usando uma amostragem uniforme. Interprete seu resultado.

6. Faça um programa que simule a difusão de M caminhantes aleatórios em um espaço unidimensional.
- (a) Faça histogramas da distribuição espacial de 10^5 caminhantes após 10000 passos quando esses se deslocarem 1 unidade de distância a cada passo de tempo.
 - (b) Ajuste o logaritmo dos histogramas encontrados a parábolas do tipo: $f(x) = b(x^2) + \log(a)$.
 - (c) Determine o desvio quadrático médio por passo.
 - (d) Relacione o valor do parâmetro b ajustado com a distância percorrida por passo e com o tempo.
 - (e) Interprete os seus resultados. Como estes se comparam aos resultados analíticos conhecidos?