

Адзел адукацыі Зэльвенскага райвыканкама
Дзяржаўная ўстанова адукацыі “Князеўская сярэдняя школа”

Секцыя матэматыкі

*Выкарыстанне графічных магчымасцей праграмы Maple
пры пабудаванні паверхняў другога парадку*

Чарняк Максім Анатольевіч,
вучань 10 класа

Жоглік Аксана Валянцінаўна,
Кузьміч Людміла Іосіфаўна,
настаўнікі матэматыкі

Гродна, 2020

Змест

Уводзіны.....	3
Глава 1. Графічныя магчымасці праграмы Maple.....	4
Глава 2. Даследаванне формы паверхняў другога парадку па іх кананічных ураўненнях	
2.1 Эліпсоід.....	5
2.2 Гіпербалоіды.....	5
2.3 Парабалоіды.....	6
Глава 3. Пабудаванне паверхняў другога парадку.....	8
Глава 4. Пабудаванне паверхняў другога парадку пры дапамозе Maple.....	13
Заклучэнне.....	15
Спіс выкарыстанай літаратуры.....	16

Уводзіны

З паверхнямі другога парадку мы вельмі часта сутыкаемся ў жыцці, нават не заўважаючы гэтага. Уласцівасці гэтых паверхняў шырока выкарыстоўваюцца ў фізіцы, пры будаўніцтве, дзе неабходна не толькі ведаць знешні выгляд гэтых паверхняў, але і іх уласцівасці, спосабы пабудавання.

Аднойчы, калі я вудзіў рыбу, маю ўвагу прыцягнуў пад'ёмнік для лоўлі малька. На той момант у школе мы вивучалі функцыі і мне стала цікава: а ці можна плоскасць, якая ўтвараецца пры ўздыме так званага «экрана», як-небудзь апісаць матэматычна і пабудаваць такую паверхню па зададзенай формуле. Аказваецца, што можна задаваць і будаваць больш складаныя паверхні. Прыклад: асаблівасцю люстэркаў са сферычнай паверхняй (найбольш простых ў вырабе) з'яўляецца іх няздольнасць сабраць ўваходныя паралельныя прамяні ў адзін пункт. Прамяні, якія трапляюць на край сферычнага люстэрка, факсіруюцца бліжэй да яго, чым прамяні, якія трапляюць у цэнтральную зону. У выніку гэтага малюнак становіцца менш выразным. Адным са спосабаў барацьбы з гэтым недахопам з'яўляецца наданне люстэрку ў працэсе паліроўкі парабалічнай формы.

Паўстала пытанне: як жа пабудаваць такія паверхні? У мінулым навучальным годзе вучаніцы былога 10 класа пазнаёмілі нас са спецыяльнымі праграмамі для смартфонаў па матэматыцы. І я стаў цікавіцца: ці ёсць распрацаваныя праграмы, якія дапамогуць мне вырашыць пастаўленае пытанне. Сваю ўвагу я засяродзіў на праграме Maple.

Мэта маёй працы - даследаваць форму паверхняў другога парадку і навучыцца будаваць іх, выкарыстоўваючы кананічныя ўраўненні ў праграме Maple.

Задачы:

- вивучыць літаратуру па тэме “Пабудаванне паверхняў другога парадку”;
- вивучыць элементарныя магчымасці праграмы Maple;

- навучыцца будаваць паверхні другога парадку з дапамогай вывучаемай праграмы;
- знайсці прыклады выкарыстання паверхняў другога парадку ў жыцці.

Метады: аналіз тэксту, метады даследавання, практычныя метады.

Гіпотэза: праграма Maple дазваляе рацыяналізаваць пабудаванне паверхняў другога парадку па іх кананічных ураўненнях.

У рабоце я даследую пабудаванне паверхняў другога парадку такіх як эліпсоід, гіпербалоіды, парабалоіды. Мною выкананы пабудаванні паверхняў другога парадку з дапамогай праграмы Maple, якія зададзены канкрэтнымі кананічнымі ўраўненнямі.

Глава 1. Графічныя магчымасці праграмы Maple

Сістэма Maple падтрымлівае як двухмерную, так і трохмерную графіку. Такім чынам, можна ўявіць відавочныя, няўныя і параметрычныя функцыі, а таксама шматмерныя функцыі і проста наборы дадзеных у графічным выглядзе і візуальна шукаць заканамернасці.

Графічныя сродкі Maple дазваляюць будаваць двухмерныя графікі адразу некалькіх функцый, ствараць графікі канформных пераўтварэнняў функцый з камплекснымі лікамі і будаваць графікі функцый у лагарыфмічнай, параметрычнай, фазавай, палярнай і контурнай форме. Можна графічна прадстаўляць няроўнасці, няўныя зададзеныя функцыі, рашэнне дыферэнцыяльных ураўненняў.

Maple можа будаваць паверхні і крывыя ў трохмерным уяўленні, уключаючы паверхні, зададзеныя відавочнай і параметрычнай функцыямі, а таксама рашэннямі дыферэнцыяльных ураўненняў. Пры гэтым прадстаўляць можна не толькі ў статычным выглядзе, але і ў выглядзе двух- або трохмернай анімацыі. Гэтую асаблівасць сістэмы можна выкарыстоўваць для адлюстравання працэсаў, якія праходзяць у рэжыме рэальнага часу.

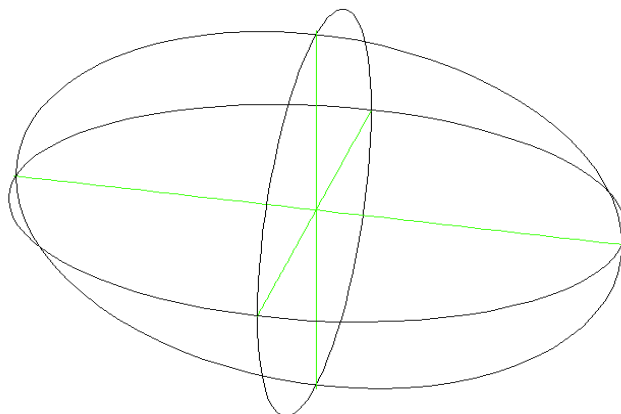
Адзначым, што для падрыхтоўкі выніку і дакументавання даследаванняў у сістэме ёсць усе магчымасці выбару шрыфтоў для назваў, надпісаў і іншай

тэкставай інфармацыі на графіках. Пры гэтым можна вар'іраваць не толькі шрыфтамі, але і яркасцю, колерам і маштабам графіка.

Глава 2. Даследаванне формы паверхняў другога парадку па іх кананічных ураўненнях

2.1 Эліпсоід:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$$



Эліпсоід валодае:

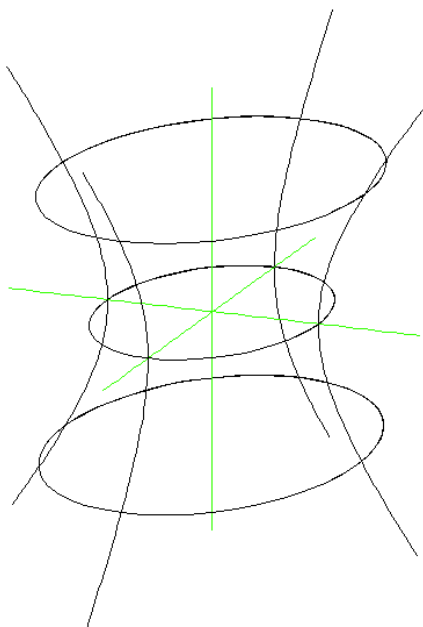
- цэнтральнай сіметрыяй адносна пачатку каардынат;
- восевой сіметрыяй адносна каардынатных восей;

У сячэнні эліпсоіда плоскасцю, перпендыкулярнай любой з каардынатных восяў, атрымліваецца эліпс.

2.2 Гіпербалоіды:

✓ Аднаполасны:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



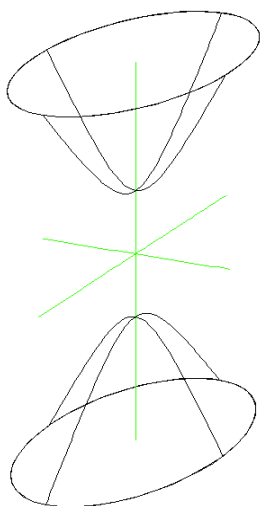
Аднаполасны гіпербалоід – неабмежаваная паверхня.

Аднаполасны гіпербалоід валодае:

- цэнтральнай сіметрыяй адносна пачатку каардынат;
- восевай сіметрыяй адносна усіх каардынатных восей

У сячэнні аднаполастнага гіпербалоіда плоскасцю, перпендыкулярнай восі каардынат Oz , атрымліваецца эліпс, а плоскасцямі, перпендыкулярнымі восям Ox і Oy - гіпербала

✓ Двухполастны: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



Двухполасны гіпербалоід – неабмежаваная паверхня.

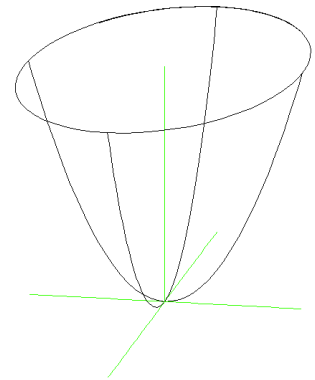
Двухполасны гіпербалоід валодае:

- цэнтральнай сіметрыяй адносна пачатку каардынат;
- восевай сіметрыяй адносна усіх каардынатных восей.

2.3 Парабалоіды:

- ✓ Эліптычны парабалоід:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$$



Эліптычны парабалоід – неабмежаваная паверхня.

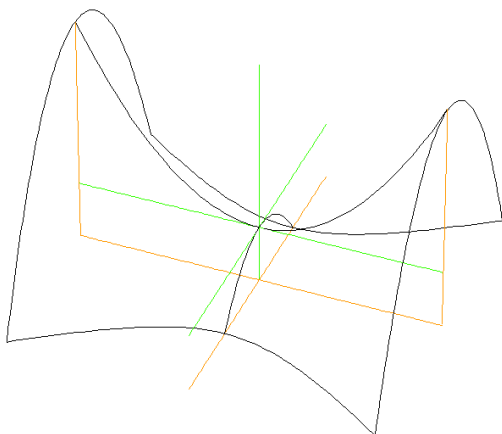
Эліптычны парабалоід валодае:

- восевай сіметрыяй адносна восі Oz;

У сячэнні эліптычнага парабалоіда плоскасцю адносна восі Oz атрымліваецца эліпс, а плоскасцямі, перпендыкулярнымі восямі Ox і Oy – парабала.

- ✓ Гіпербалічны парабалоід:

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$$



Гіпербалічны парабалоід – неабмежаваная паверхня.

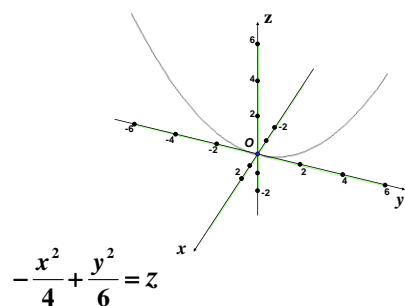
Гіпербалічны парабалоід валодае:

- Восевай сіметрыяй адносна восі Oz.

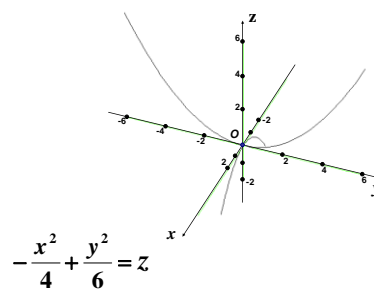
Глава 3. Побудованне паверхняў другога парадку

Гіпербалічны парабалоід

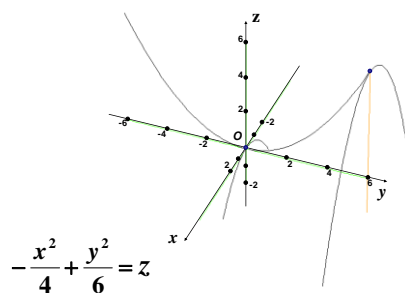
Одно сечение:



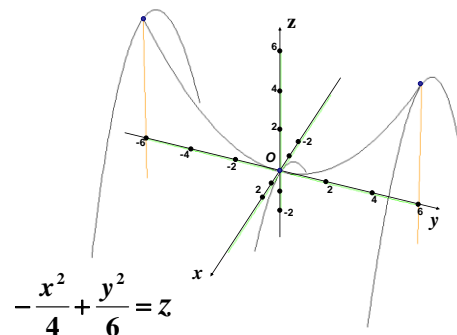
Два сечения :



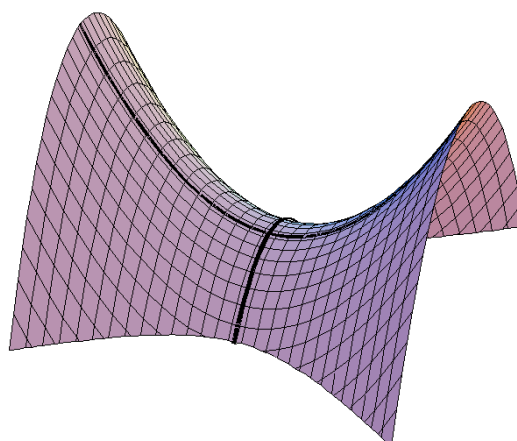
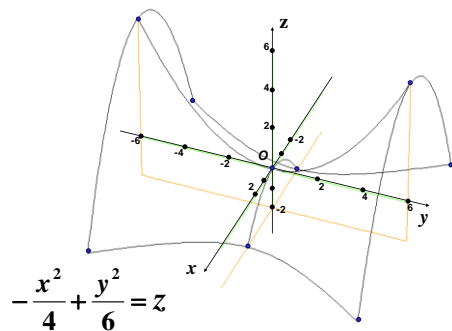
Три сечения :



Четыре сечения :

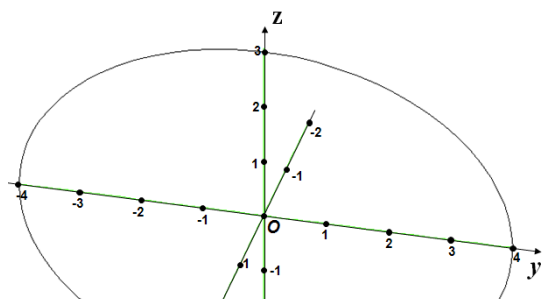


Пять сечений :

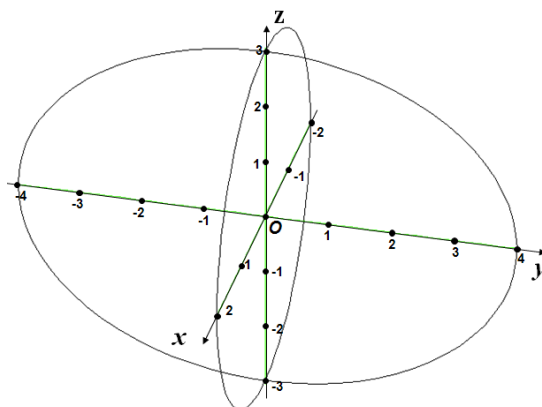


Эліпсоід

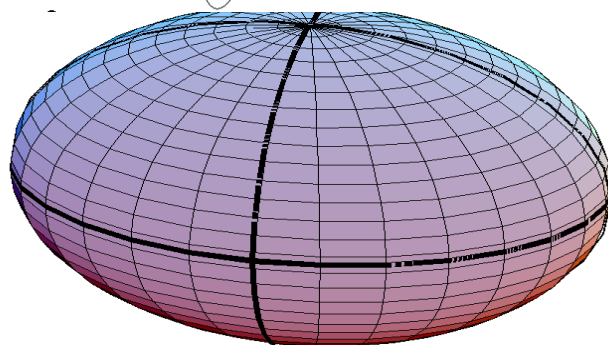
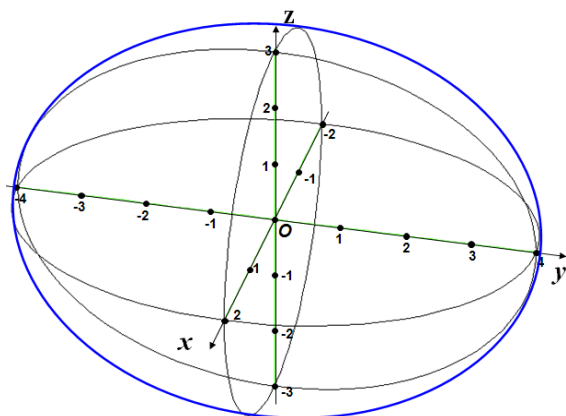
Одно сечение:



Два сечения :

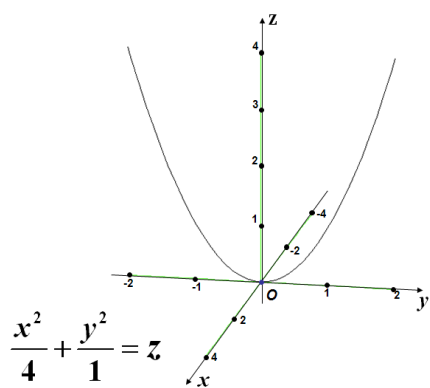


Все сечения :

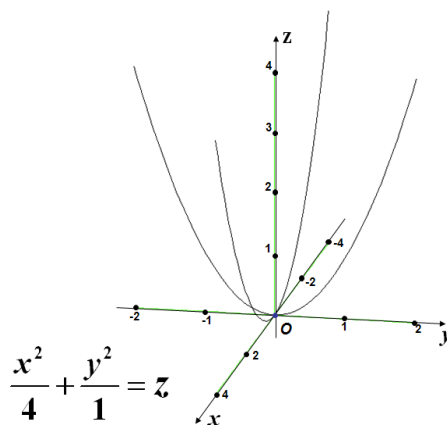


Эліптычны парабалоід

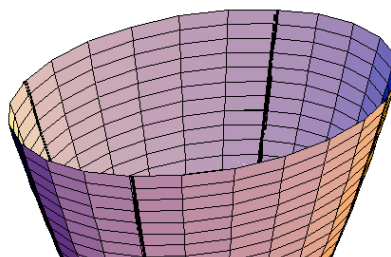
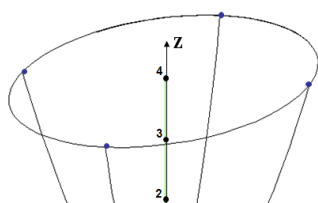
Первое сечение :



Два сечения :

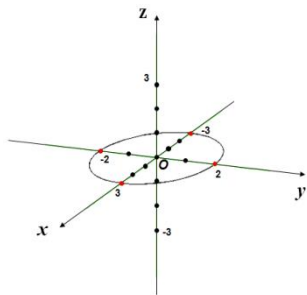


Три сечения :



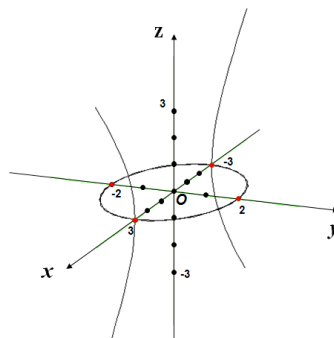
Аднаполасны гіпербалоід

Первое сечение :



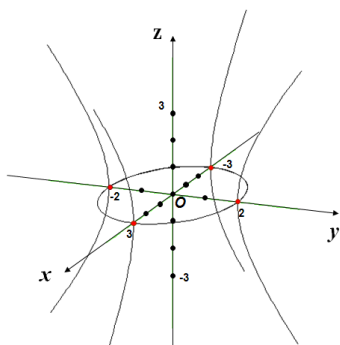
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Два сечения :



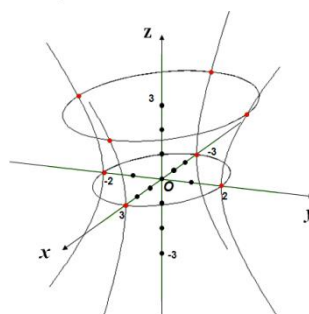
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Три сечения :



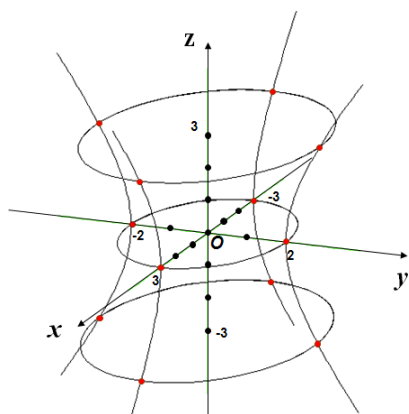
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Четыре сечения :

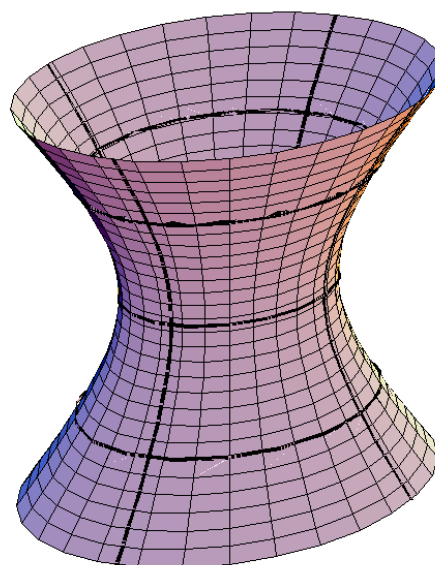


$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Все сечения :

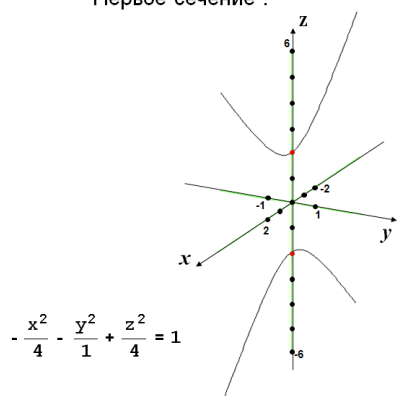


$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

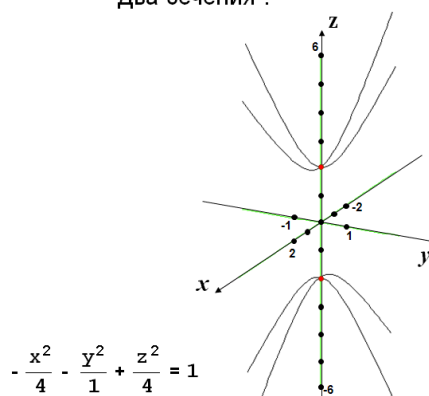


Двухполосны гіпербалоїд

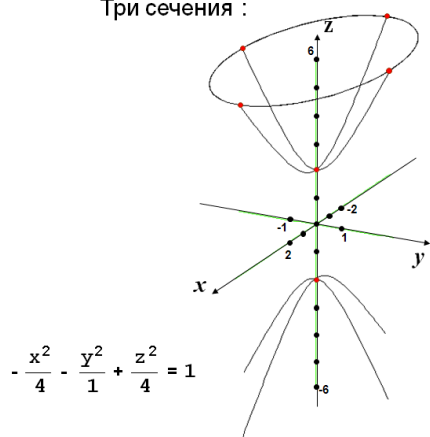
Первое сечение :



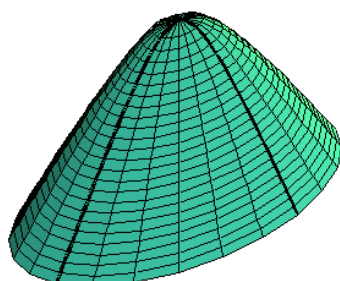
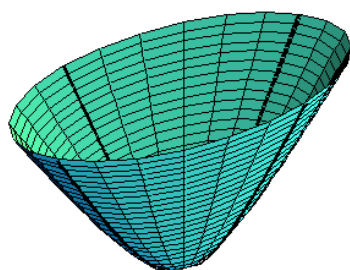
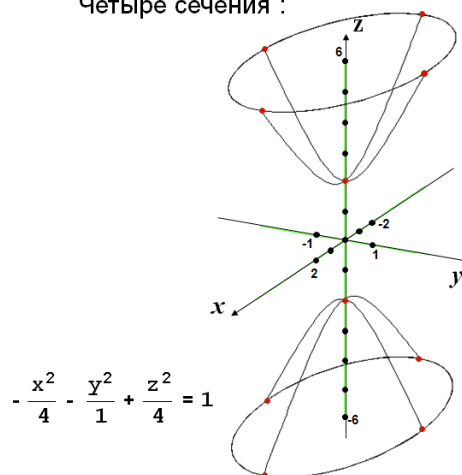
Два сечения :



Три сечения :



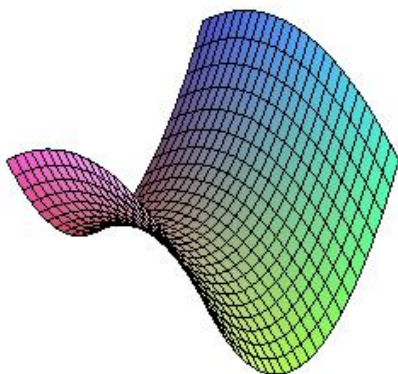
Четыре сечения :



Глава 4. Побудованне паверхняў другога парадку пры дапамозе Maple

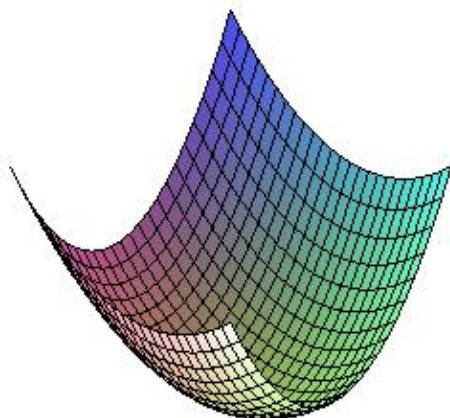
- Гіпербалічны парабалоід

```
>plot3d(x^2/4-y^2/9,x=-10..10,y=-10..10);
```



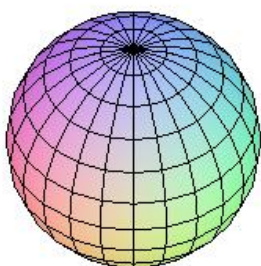
- Эліптычны гіпербалоід

```
>plot3d(x^2/4+y^2/9,x=-10..10,y=-10..10);
```



- Эліпсоід

```
>c1:= [0.5*cos(x)*sin(y),1/3*sin(x)*sin(y),0.25*cos(y)]:  
plot3d({c1},x=0..2*Pi,y=0..2*Pi);
```

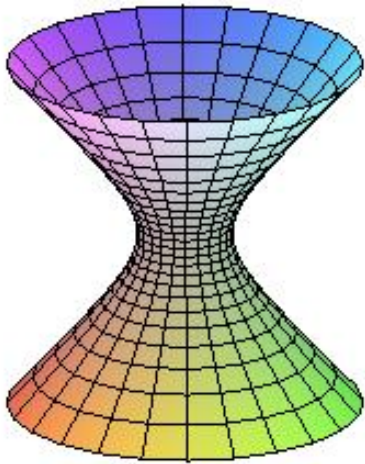


- Аднаполасны гіпербалоід

>restart;

$c1 := [0.5 \cdot \cos(x) \cdot \cosh(y), 1/3 \cdot \sin(x) \cdot \cosh(y), 0.25 \cdot \sinh(y)]$;

plot3d({c1}, x=0..2*Pi, y=-2..2);

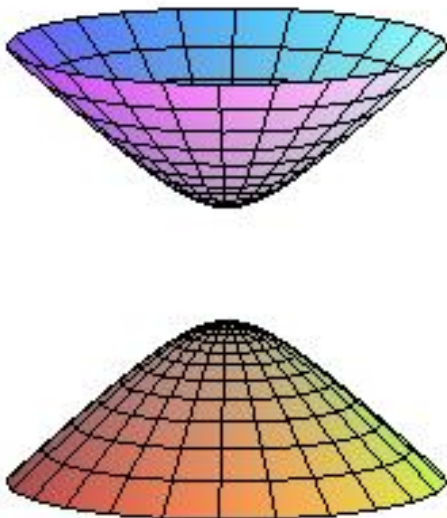


- Двухполасны гіпербалоід

>c1:= [0.5*cos(x)*sinh(y),1/3*sin(x)*sinh(y),0.25*cosh(y)];

c2:= [0.5*cos(x)*sinh(y),1/3*sin(x)*sinh(y),-0.25*cosh(y)];

plot3d({c1,c2},x=0..2*Pi,y=-2..2);



Заклучэнне

Кеплер, назіраючы за бачнымі рухамі планет у нябеснай сферы, адкрыў тры законы, адзін з якіх ўстанаўлівае, што кожная планета рухаецца па эліпсе, у адным з фокусаў якога знаходзіцца Сонца. Ньютан не толькі тэарэтычна абгрунтаваў законы руху планет, але і даказаў, што кожнае цела пад дзеяннем прыцягнення іншага цела можа рухацца толькі па эліпсе, альбо па параболе, альбо па гіперболе. У прыватнасці, па гэтых крывых адбываецца рух усіх камет Сонечнай сістэмы.

У наш час, калі вакол Зямлі круцяцца па эліптычных арбітах тысячы штучных спадарожнікаў, калі да Месяца, Венеры, Марса адпраўлены дзясяткі касмічных станцый, крывыя другога парадку выкарыстоўваюцца яшчэ больш інтэнсіўна, чым раней.

У дадзенай працы я даследаваў пабудову паверхняў другога парадку, зададзеных канкрэтнымі кананічнымі ўраўненнямі, з дапамогай праграмы Maple і навучыўся іх будаваць. У працы прыведзены малюнкi, якія апісваюць пабудову дадзеных паверхняў, а таксама пабудову паверхняў пры дапамозе праграмы Maple. Пастаўленая мэта дасягнута.

Літаратура

- 1) Пичхадзе Г.П., Правоторова Е.Н. Кривые и поверхности 2-го порядка. Учебное пособие по разделу курса линейной алгебры и аналитической геометрии - Москва: МАИ, 2004.- 44 с.
- 2) Методическое пособие по аналитической геометрии
<http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/geometry/>
- 3) http://ru.wikipedia.org/wiki/Поверхности_второго_порядка
- 4) <http://www.mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter5/section/paragraph7/theory.html>
- 5) <http://bse.sci-lib.com/article090100.html>
- 6) http://window.edu.ru/window_catalog/pdf2txt?p_id=11834&p_page=8