

基于转移时间约束的异面圆锥曲线变轨算法^①

张鹏宇, 杨 明, 王子才
(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 在圆锥曲线转移轨道 Lagrange 方程的基础上, 分析了双曲线和多圈飞行椭圆轨道的转移时间与半长轴的几何关系, 以及椭圆转移问题的虚焦点位置对长程、短程轨道的约束。给出了一种与初始速度方向相关的转移角定义, 以及一种基于 Lagrange 方程的圆锥曲线变轨计算方法, 随后提出了一种以半长轴为迭代变量的变轨算法。通过异面椭圆和双曲线转移两个实例, 验证了该算法与 Vaughan 算法具有相同结果, 并具有明确的几何意义。

关键词: 异面变轨; Lambert 算法; 圆锥曲线轨道; 转移时间约束

中图分类号: V430 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-2793(2009)01-0006-05

A noncoplanar conic transfer arithmetic
based on transfer time constraint

ZHANG Peng-yu, YANG Ming, WANG Zi-cai
(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The geometric relationship of transfer time and semi-major axis for hyperbolic and multi-revolution elliptic orbit is studied based on the Lagrange equation for conic transfer orbit. And the determinative relation of location of vacant focus in elliptic transfer problem with long-path and short-path orbit is also interpreted. A definition of transfer angle related to initial velocity direction and a method of calculating conic transfer orbit based on Lagrange equation are given. Subsequently, an arithmetic using semi-major axis as iteration variable is presented. Two examples of noncoplanar elliptic and hyperbolic transfers prove that the arithmetic has the same calculation results with Vaughan arithmetic and obvious geometric significance.

Key words: noncoplanar transfer; Lambert arithmetic; conic orbit; transfer time constraint

1 引言

时间约束的异面变轨是非线性问题, 难以获得解析解。在中心力场作用下, 已知空间上两个固定的点和特定的飞行时间, 确定飞行轨道的问题被称为 Lambert 问题。Battin^[1~4] 和 Battin^[5] 等人对 Lambert 问题的解做了深入研究, 提出了完整的普适变量求解算法。其解法主要是改进了 Gauss 算法, 消除了 Gauss 算法在转移角为 π 时的奇异点, 并通过普适变量的两次 Gauss 超越方程迭代求解, 从而获得入轨速度矢量。而算法中迭代变量没有明确的物理意义, 不利于燃料损耗估计。Woh^[6] 在 Battin 的算法基础上进一步研究了轨道转移最优问题, 获得了速度增量的二次导数解析表达式。但共面、共轴、椭圆轨道的强约束条件限制了其适用范围。Prussing^[7, 8] 主要关注共面转移轨道的几何形态分析、多圈飞行问题及最优轨道转移。Sheh^[9] 研究了共面圆轨道之间的双脉冲转移问题, 分析了多圈飞行最优燃料问题。Konstantinov^[10] 提出了一种基于真近点角的圆锥曲线变轨算法。

早期国内的学者如荆武兴、陈建祥、肖业伦等人^[11~14] 采用 CW 方程计算交会问题, 尽管 CW 方程作为线形方程求解过程方便, 然而由于其近似的特性, 限制了长距离、非圆轨道转移的适用性。近期, 朱仁璋、周军等人从事椭圆轨道多圈飞行 Lambert 问题的研究, 取得了一定成果^[15~19]。

文中提出了一种基于轨道根数描述的异面圆锥曲线变轨算法, 更直观明确地描述转移轨道的形态, 并能广泛适用于椭圆、双曲线、抛物线轨道和异面轨道转移问题。

① 收稿日期: 2008-08-07; 修回日期: 2008-12-01
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目 (60434010)。
作者简介: 张鹏宇 (1979—), 男, 博士生, 研究方向为空间飞行器轨道优化。E-mail: bennyh@126.com

2 Lamber定理分析

2.1 Lamber定理

Lamber推断在中心立场下, 轨道转移时间只依赖于半长轴和起始、终了点距离力心距之和以及两点间的距离。假设空间两任意固定点 P_1 和 P_2 , 它们的矢量长度分别为 r_1 和 r_2 。若 (r_1+r_2) 和椭圆半长轴 a 均为常数, P_1 和 P_2 点之间的距离 c 为常数, 则从 P_1 点到 P_2 点的转移时间 Δt 也是固定的, 如式 (1) 所示。

$$\sqrt{\mu}(t_2-t_1)=F(a,r_1+r_2,c) \tag{1}$$

式中 t_1, t_2 分别表示飞行器在 P_1 点和 P_2 点时刻; μ 为引力常数^[4]。

后来, Lagrange 获得了 Lamber 定理的解析解, 其 Lagrange 方程如式 (2) 所示^[4]。其中, $\Delta t_e, \Delta t_p$ 和 Δt_h 分别表示椭圆、抛物线和双曲线轨道的转移时间。

$$\sqrt{\mu}(t_2-t_1)=\begin{cases} \sqrt{\mu}\Delta t_e=\frac{3}{2}[(\alpha-\sin\alpha)-(\beta-\sin\beta)], & \text{椭圆轨道} \\ \sqrt{\mu}\Delta t_p=\frac{\sqrt{2}}{3}[\frac{3}{2}-\sin\alpha-\sin\beta], & \text{抛物线轨道} \\ \sqrt{\mu}\Delta t_h=(-\frac{3}{2})[\sinh(\alpha)-\alpha)-(\sinh(\beta)-\beta)], & \text{双曲线轨道} \end{cases} \tag{2}$$

在椭圆轨道中

$$\sin(\frac{\alpha}{2})=(\frac{s}{2a})^{\frac{1}{2}}, \sin(\frac{\beta}{2})=(\frac{s-c}{2a})^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

α 和 β 根据转移角 Δf 确定的取值范围为

$$\begin{aligned} \text{当 } \Delta f \leq \pi \text{ 时} \quad & 0 \leq \alpha \leq 2\pi, 0 \leq \beta \leq \pi \\ \text{当 } \Delta f \geq \pi \text{ 时} \quad & 0 \leq \alpha \leq 2\pi, -\pi \leq \beta \leq 0 \end{aligned}$$

而双曲线轨道中

$$\sinh(\frac{\alpha}{2})=(\frac{s}{-2a})^{\frac{1}{2}}, \sinh(\frac{\beta}{2})=(\frac{s-c}{-2a})^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

α 和 β 的取值范围为

$$\begin{aligned} \text{当 } \Delta f \leq \pi \text{ 时} \quad & 0 \leq \alpha, 0 \leq \beta \\ \text{当 } \Delta f \geq \pi \text{ 时} \quad & 0 \leq \alpha, 0 \leq \beta \end{aligned}$$

式 (2) 中的 s 为

$$s=\frac{r_1+r_2+c}{2} \tag{5}$$

2.2 异面转移角的定义

转移角是转移轨道上 P_1 点到 P_2 点的真近点角之差 Δf , 如式 (6) 所示。

$$\Delta f=f_2-f_1 \tag{6}$$

式中 f_1, f_2 分别为转移轨道上 P_1, P_2 点的真近点角。

拦截轨道是待确定的, 因此真近点角无法得到, 所以由空间几何确定转移角 Δf 不同于共面轨道转移, 转移角的方向无法从停泊轨道上追踪器的速度方向判断, 而其取值范围为 $[0, 2\pi]$, 需通过初始速度在转移

轨道上的投影来确定转移角方向, 与陆亚东^[20]基于空间曲线方程的求解方法不同, 这里给出了一种新的基于空间矢量的定义, 尽管结果一致, 然而定义方法更加直观。由于考虑了初始速度, 不仅限于顺轨飞行, 对逆轨飞行问题也适用, 如式 (7) 所示。

$$\Delta f=\begin{cases} \arccos[\frac{r_1 \cdot v_2}{|r_1||v_2|}], & H_0^k H_1^k > 0 \\ 2\pi - \arccos[\frac{r_1 \cdot v_2}{|r_1||v_2|}], & H_0^k H_1^k < 0 \end{cases} \tag{7}$$

其中

$$H_0=\frac{r_1 \times v_0}{|r_1 \times v_0|}, H_1=\frac{r_2 \times v_1}{|r_2 \times v_1|}$$

式中 H_0^k 和 H_1^k 为空间惯性坐标系下分别与 r_1, v_0 和 r_2, v_1 正交的分量; v_0 为飞行器在初始轨道上在 P_1 点的初始速度矢量。

2.3 椭圆轨道的 Lamber 问题几何结构

已知 P_1 点、 P_2 点和引力中心 F 点构成的空间三角形, 分别在该空间三角形平面上以 P_1 点和 P_2 点为圆心, 以 $2a-r_1$ 和 $2a-r_2$ 为半径做圆。根据椭圆曲线的定义, 当 $a \geq a_m = \frac{c}{2}$ 时, 两圆的两个交点即为虚焦点位置 (当等号成立时, 两圆相切, 可看作是两交点重合)。以该方法用不同的半长轴 a 做圆, 可获得一系列虚焦点位置, 这些点构成的曲线显然是以 P_1 点和 P_2 点为焦点的抛物线, 两圆的切点落在弦 $P_1 P_2$ 上, 为该抛物线的顶点^[7]。

从图 1 可看出, 弦 $P_1 P_2$ 将虚焦点曲线分成两部分, 且距离 $FF^* \leq FF^*$, 由此定义了以 F 和 F^* 为焦点的椭圆轨道为长程轨道, 以 F 和 F^* 为焦点的椭圆轨道为短程轨道^[4, 9]。此外, 由于虚实焦点之间的距离为 $2a_m$, 也可将长程轨道和短程轨道分别称作大偏心率轨道和小偏心率轨道^[20]。

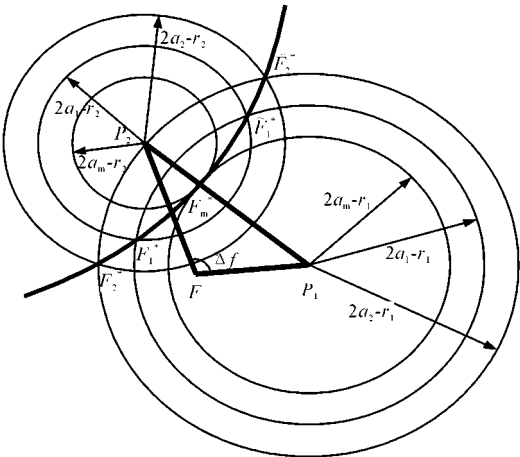


图 1 虚焦点位置

Fig 1 Location of vacant focus

与参考文献 [15] 相比, 文中介绍的定义椭圆转移轨道几何结构方法更符合数学描述, 而且虚焦点位置决定 P_1 点和 P_2 点之间弧段的弯曲程度, 而不是反之。

当转移轨道半长轴 $a=a_m$ 时, 长程轨道和短程轨道退化为同一椭圆轨道, 即最小能量椭圆轨道, a_m 为最小半长轴半径, 根据式 (2) 中的椭圆轨道公式, 计算其转移时间为 Δt_m 。当半长轴 $a<a_m$ 时, 图 1 中两圆无焦点。通过轨道能量公式分析可知, 由于能量不足, 飞行器无法从 P_1 点到达 P_2 点。由此可确定椭圆轨道半长轴 a 的取值为 $[a_m, +\infty]$ 。此外, 由式 (3) 可知, α 和 β 分别取值于 $[0, 2\pi]$ 和 $[-\pi, \pi]$, 通过反三角函数可求得 α 和 β 分别具有两个值, 即同一半长轴 a 对应两个椭圆轨道, 且每个轨道上两点之间可分别顺轨和逆轨飞行, 这样就对应 4 个飞行时间。当考虑转移角 Δ 时, 区分 P_1 点到 P_2 点是顺轨或者逆轨飞行, 可唯一确定 β 的取值, 即

$$\beta = \begin{cases} 2 \arcsin(\frac{s-r}{2a})^{\frac{1}{2}}, & \Delta \leq \pi \\ -2 \arcsin(\frac{s-r}{2a})^{\frac{1}{2}}, & \Delta \geq \pi \end{cases} \tag{8}$$

α 的两个取值如式 (9) 所示, 分别对应长程轨道和短程轨道, 如图 2 图 3 所示。由于椭圆轨道具有周期性, 所以存在多圈飞行问题, 本质上是在飞行了 P_1 点到 P_2 点弧段后, 又飞行了 N 个完整的椭圆周期, 再次回到 P_2 点。其转移时间如式 (10) 所示。

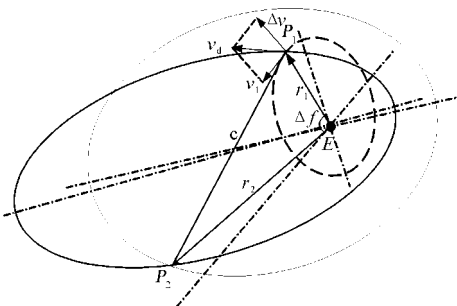


图 2 长程轨道变轨
Fig 2 Long-Path transfer

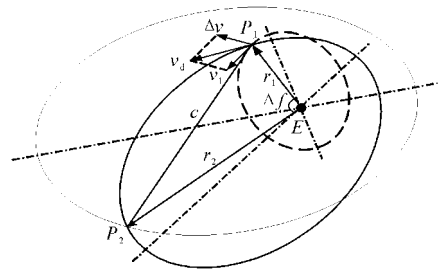


图 3 短程轨道变轨
Fig 3 Short-Path transfer

$$\alpha = \begin{cases} 2 \arcsin(\frac{s}{2a})^{\frac{1}{2}}, & \text{当 } \Delta \leq \Delta t_m, \Delta \leq \pi, \text{ 或 } \Delta \geq \Delta t_m, \Delta \geq \pi \text{ 时} \\ 2\pi - 2 \arcsin(\frac{s}{2a})^{\frac{1}{2}}, & \text{当 } \Delta \geq \Delta t_m, \Delta \leq \pi, \text{ 或 } \Delta \geq \Delta t_m, \Delta \leq \pi \text{ 时} \end{cases} \tag{9}$$

$$\sqrt{\mu}(\frac{t}{2} - t_1) = \sqrt{\mu} \Delta t_N = \frac{3}{2} [2N\pi + (\alpha - \sin\alpha) - (\beta - \sin\beta)] \tag{10}$$

2 4 圆锥曲线 Lamber 算法

在确定空间三角形条件下, 可根据 Lamber 定理, 以任意一个半长轴 a 求得转移时间 Δt 而实际常用到 Lagrange 方程的反函数, 即在已知转移时间 Δt 通过迭代求解超越方程求解半长轴 a 。由于半长轴 a 的变化范围为 $(-\infty, 0) \cup [a_m, +\infty]$, Δ 和 a 的关系如图 4 所示。

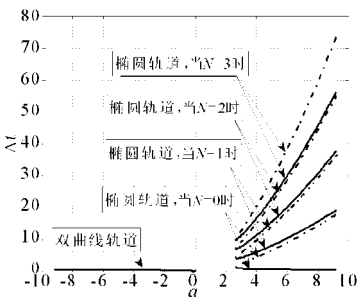


图 4 转移时间 Δ 和半长轴 a 的关系
Fig 4 Δ vs a curve

理论上, 固定步长的搜索算法可计算固定时间 Lamber 问题, 但若希望获得足够精度的解, 以单向搜索方式, 计算效率很低, 需大量的迭代计算, 且难以确定步长大小来满足精度要求。文中提供了一种固定大步长迭代获得搜索闭区间, 然后采用牛顿迭代算法两端逼近, 获得满足转移时间条件的 a ; 方法简单, 可靠性高。算法流程如图 5 所示。

3 计算变轨速度矢量

由固定时间 Lamber 算法求得满足时间要求的轨道半长轴 a , 可计算追踪器在 P_1 点进入转移轨道所需速度 v_d 并根据不同轨道类型计算半通径 p

$$v_d = \left[\mu \left(\frac{2}{f} - \frac{1}{a} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$
$$p = \begin{cases} \frac{4a(s-r)(s-f)}{e} \sinh^2(\frac{\alpha+\beta}{2}), & \text{椭圆轨道} \\ -\frac{4a(s-r)(s-f)}{e} \sinh^2(\frac{\alpha+\beta}{2}), & \text{双曲线轨道} \\ \frac{-E + \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}, & \text{抛物线轨道} \end{cases} \tag{11}$$

其中,

$$D = f^2 - 2ff_1\cos\Delta f + f_1^2$$
$$E = -2ff_1(f + f_1)(1 - \cos\Delta f)$$
$$F = f^2f_1^2(1 - \cos\Delta f)^2$$

进而偏心率 e 很容易求得

$$e = \sqrt{1 - p/a}$$

(12)

入轨速度矢量 v_d 可得

$$v_d = C_E^c (v_d \cos \gamma \quad v_d \sin \gamma \quad 0)^T$$

(13)

其中, γ_1 为追踪器在转移轨道上 P_1 点的飞行方向角。

$$\gamma_1 = \begin{cases} \arcsin(\frac{\sqrt{\mu} p}{f v_d}), & f \geq 0 \\ \pi - \arcsin(\frac{\sqrt{\mu} p}{f v_d}), & f \leq 0 \end{cases}$$

(14)

而 f 可由式 (15) 求得

$$\begin{cases} \frac{p}{f} = 1 + e \cos f \\ \frac{p}{f_1} = 1 + e \cos f_1 = 1 + e \cos(f + \Delta f) \end{cases}$$

(15)

另外, 式 (13) 中的 C_E^c 为

$$C_E^c = \begin{bmatrix} \cos\Omega \cos u - \sin\Omega \sin u \cos i & -\cos\Omega \sin u - \sin\Omega \cos u \cos i & \sin\Omega \sin i \\ \sin\Omega \cos u + \cos\Omega \sin u \cos i & -\sin\Omega \sin u + \cos\Omega \cos u \cos i & -\cos\Omega \sin i \\ \sin u \sin i & \cos u \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

(16)

式中 i, Ω, u 分别为轨道倾角、升焦点经度、纬度幅角, 计算方法参照文献 [20]。

由矢量运算法得到追踪器进入转移轨道所需速度增量矢量, 即

$$\Delta v = v_d - v$$

(17)

文中介绍了轨道转移第 1 次变轨所需速度增量矢量。对双脉冲交会问题, 已知第 1 次变轨后的速度矢量, 第 2 次变轨所需速度增量可通过二体问题公式或空间几何公式计算, 这里就不再赘述。

4 算例

由于抛物线轨道转移只有在极特殊情况下才能存在, 因此文中根据前面给出的 Lambert 算法, 采用 2000 0 地心惯性坐标系, 通过两个算例验证了在地球中心引力场下, 该算法在椭圆轨道转移和双曲线轨道转移问题上的有效性。两个实例中追踪器和目标飞行器轨道根数相同, 如表 1 所示。

在不考虑摄动力及追踪器推力偏心等扰动的情況下, 假设初始时刻 $t=0$ s, 在 $t=350$ s 时刻追踪器发动机点火, 分别再经 $\Delta t=6\,510.1$ s 和 $\Delta t=1\,936.7$ s 以椭圆轨道和双曲线轨道进行轨道转移, 并分别在 t 和 t 时刻二次点火以实现飞行器交会。分别采用文

中给出的算法和 Vaughan 算法 [3], 获得的仿真结果相同, 如表 2 和图 6、图 7 所示。表 2 中, 位置和速度采用国际单位。

表 1 算例中追踪器和目标飞行器的轨道根数

Table 1 Orbit elements of chaser and target in examples

轨道参数	追踪器	目标飞行器
半长轴 a/m	8 371 110	26 371 110
偏心率 e	0.1	0.05
轨道倾角 $i/^\circ$	30	55
近地点幅角 $\omega/^\circ$	20	70
升焦点经度角 $\Omega/^\circ$	45	55
近地点时刻 τ/s	10	10

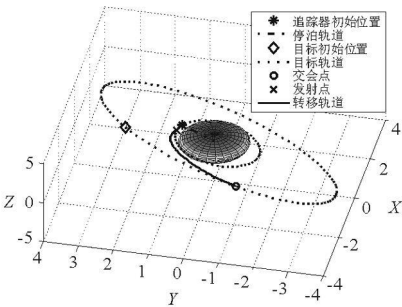


图 6 椭圆轨道交会

Fig 6 Elliptic orbit rendezvous

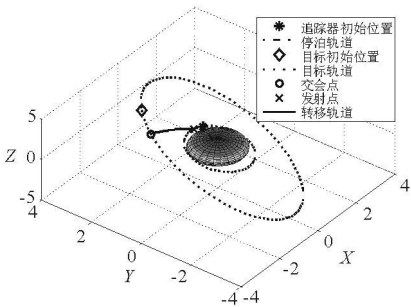


图 7 双曲线轨道交会
Fig 7 HYPERbolic orbit rendezvous

通过仿真算例,验证了前面提出的算法,可有效地计算圆锥曲线轨道变轨时的入轨速度矢量。在表征明

确物理意义的前提下,该算法具有 Vaughan方法相同的精度,可使追踪器准确的与目标飞行器交会。

5 结束语

考虑初始速度的异面转移角定义,不仅对顺轨飞行及逆轨飞行适用,且更加直观。Vaughan等普适变量算法尽管具有很好的收敛性和轨道形态适用性,但其迭代变量不直接表征几何意义,而文中提供的迭代算法具有相同的计算精度和轨道形态适用性,能满足空间飞行器问题的要求,同时又有简单易懂、基于半长轴的迭代过程具有明确的几何意义等优点,便于利用空间几何方法进一步研究燃料损耗、轨道形态等问题。

表 2 在各时间节点上追踪器和目标的位置和速度
Table 2 Positions and velocities of chaser and target at each moment

项目	追踪器 (算例 1)	追踪器 (算例 2)	目标飞行器
时刻			
位置矢量	$[3.490\ 6.558\ 1.253] \times 10^6$	$[3.490\ 6.558\ 1.253] \times 10^6$	$[-0.612\ 1.479\ 1.927] \times 10^7$
速度矢量	$[-6.203\ 2.606\ 3.596] \times 10^3$	$[-6.203\ 2.606\ 3.596] \times 10^3$	$[-2.861\ -2.683\ 1.150] \times 10^3$
时刻			
位置矢量	$[1.163\ 7.083\ 2.417] \times 10^6$	$[1.163\ 7.083\ 2.417] \times 10^6$	$[-0.711\ 1.383\ 1.965] \times 10^7$
点火前速度矢量	$[-6.966\ 0.372\ 2.996] \times 10^3$	$[-6.966\ 0.372\ 2.996] \times 10^3$	
点火后速度矢量	$[-5.530\ 2.183\ 6.854] \times 10^3$	$[-0.722\ 0.274\ 1.119] \times 10^4$	$[-2.803\ -2.810\ 0.977] \times 10^3$
时刻			
位置矢量	$[-1.889\ -0.813\ 1.544] \times 10^7$	—	$[-1.889\ -0.813\ 1.544] \times 10^7$
点火前速度矢量	$[-1.003\ -2.640\ -0.310] \times 10^3$	—	
点火后速度矢量	$[-0.528\ -3.336\ -2.115] \times 10^3$	—	$[-0.528\ -3.336\ -2.115] \times 10^3$
时刻			
位置矢量	—	$[-1.212\ 0.782\ 2.058] \times 10^7$	$[-1.212\ 0.782\ 2.058] \times 10^7$
点火前速度矢量	—	$[-6.409\ -0.347\ 8.373] \times 10^3$	
点火后速度矢量	—	$[-2.329\ -3.344\ -0.014] \times 10^3$	$[-2.329\ -3.344\ -0.014] \times 10^3$

参考文献:

[1] Richard H Battin, Lambert's Problem revisited [J]. AAA Journal, 1977, 15(5): 707-713

[2] Richard H Battin, Robin M Vaughan, An elegant Lambert algorithm [J]. J Guidance, 1984, 7(6): 662-670

[3] Vaughan R M, An improvement of Gauss's method for solving Lambert's Problem [R]. Charles Stark Draper Lab, Inc., Cambridge, Mass., Report T-813, 1983

[4] Richard H Battin, An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics [M]. AIAA Education Series, 1987

[5] Bate R R 等. 航天动力学基础 [M]. 吴鹤鸣, 李肇杰, 译, 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990

[6] Wong, Fuel-optimal transfers between coplanar, coaxial ellipses using Lambert's theorem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(4): 536-542

[7] John E Prussing, Bruce A Conway, Orbital mechanics [M]. Oxford University Press, New York, 1993

[8] John E Prussing, Optimal two-impulse rendezvous using multiple revolution Lambert solutions [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, 40(6): 952-959

[9] Haijun Shen, Panagiotis Tsiouras, Optimal two-impulse rendezvous between two circular orbits using multiple revolution Lambert's solutions [J]. // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Monterey, California, 2002, 1-11

[10] Mikhail S Konstantinov, Vyacheslav G Petukhov, Methodical aspects of optimization of complex interplanetary trajectories (global trajectories optimization) [C]. IAC-06-C1.4.03, 1-11

[11] 荆武兴, 耿云海, 杨旭, 吴瑶华. 空间交会寻的最优轨道机动 [J]. 中国空间科学技术, 1998, 2(4): 22-27

[12] 陈建祥. Hill 方程在远距离拦截中的应用 [J]. 国防科技大学学报, 1994, 16(2): 61-66

(下转第 19 页)

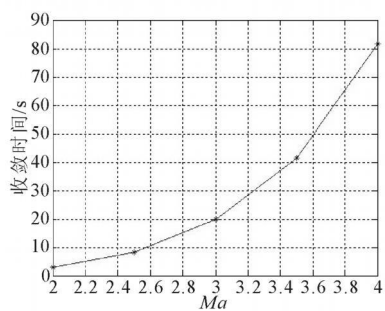


图 5 收敛时间与马赫数的关系

Fig 5 Change of convergence time vs mach number

7 结论

(1)在火箭弹圆锥运动渐近稳定的前提下, 推导了通用的收敛时间计算公式, 并指出圆锥运动过渡过程是指数收敛过程和振荡收敛过程的叠加。

(2)对满足渐近稳定条件的圆锥运动, 收敛时间与圆锥运动出现的速度点有关, 火箭弹飞行马赫数越大, 所需收敛时间也越多。

(3)文中所用小偏差线性化方法只适用于小锥角情况下的锥形运动问题, 大初始扰动锥角情况下的圆锥运动渐近稳定性判别条件及收敛时间计算方法, 还需更进一步的研究。

参考文献:

[1] Curry W H, Reed J F. Measurement of magnus effects on a sounding rocket model in a supersonic wind tunnel[R]. AIAA-66-754

[2] Nicolaides J D, Ingram C W, Clare T A. An investigation of the non-linear flight dynamics of ordnance weapons[R]. AIAA-69-135

[3] Morote J, Liano G. Stability analysis and flight trials of a clipped wrap around fin configuration[R]. AIAA-2004-5055

[4] 张成, 杨树兴. 一种滚转导弹飞行姿态的获取方法[J]. 北京理工大学学报, 2004, 24(6): 481-485

[5] Regan F L, Shannon J H W, Tanner F J. The joint NOL/RAE/ WRE research program on bomb dynamics. Part IV. A low drag bomb with freely spinning stabilizers[R]. AD-764881.

[6] Mao Xue-ni, Yang Shu-xing, Xu Yong. Research on the coning motion of wrap-around fin projectiles[J]. Canadian Aeronautics and Space Journal, 2006, 52(3): 119-125

[7] 雷娟棉, 吴甲生. 尾翼稳定大长径比无控旋转火箭弹的圆锥运动与抑制[J]. 空气动力学报, 2005, 23(4): 455-457.

[8] 王华毕, 吴甲生. 火箭弹锥形运动的数学仿真与抑制措施[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(3): 196-199

[9] 张成. 远程火箭弹射程控制研究[D]. 北京理工大学, 2004

[10] 洪金森, 洪诗权. 再入飞行器极限环运动分析[J]. 空气动力学学报, 2004, 23(2): 204-209

[11] 丁丽娟, 程杞元. 数值计算方法[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005

[12] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000

(编辑: 崔贤彬)

(上接第 10 页)

[13] 向开恒, 肖业伦. 空间交会中脉冲变轨燃料消耗研究[J]. 中国空间科学技术, 1999, 5(6): 9-11.

[14] 林来兴, 王立新. 空间交会对接双脉冲最优控制[J]. 中国空间科学技术, 1995, 1(6): 28-34

[15] 朱仁璋, 梦薇. 航天器交会两点边界值问题[J]. 宇航学报, 2006, 27(6): 1182-1186

[16] 朱仁璋, 梦薇, 胡锡婷. 航天器交会中的 Lambert 问题[J]. 中国空间科学技术, 2006, 12(6): 49-55

[17] 陆统, 徐世杰. 基于遗传算法的最优 Lambert 双脉冲转移[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(3): 273-277

[18] 常燕, 周军. 空间飞行器追踪区设计[J]. 宇航学报, 2006, 27(6): 1228-1232

[19] 韩潮, 谢华伟. 空间交会中多圈 Lambert 变轨算法研究[J]. 中国空间科学技术, 2004, 10(9): 9-14

[20] 陆亚东, 杨明, 王子才. 固体动能拦截器助推段飞行方案研究[J]. 固体火箭技术, 2006, 29(3): 157-160

[21] Haijun Shen. Optimal scheduling for satellite refuelling in circular orbits[D]. Doctoral Thesis, Georgia Institute of Technology, 2003

(编辑: 崔贤彬)