

# 航天动力学大作业程序设计文档

周懿 2021013053

2024 年 1 月 27 日

## 一、 问题分析

轨迹优化问题本质上是带约束的优化问题。对于轨迹优化问题，求解过程可分为如下几个部分：优化指标、优化变量、约束。对于本问题，将这三部分梳理如下：

1. 优化指标：采样质量  $m_{sample}(kg)$ ；
2. 优化变量：各事件时间序列  $\{t_i\}$ ，近星点高度序列  $\{r_{pi}\}$ ，借力角度参量序列  $\{\Psi_i\}$ ，引力辅助计算采用等效脉冲模型，影响球内坐标系如图 3 所示。
3. 约束：
  - (1) 借力高度  $h_p > 300km$ ，图中与转角  $\delta$  大小对应；
  - (2) 时间先后约束  $t_{i+1} - t_i > 0$ （很隐蔽的约束，初期对最优解区间不了解时可以防止 Lambert 求解器输入格式错误。如果不用该约束，则优化序列应当变为每个时段的长度  $\Delta t_i$ ）；
  - (3) 燃料约束：  $m_{fuel} > 0$ ，这一约束后面会提及处理方法，可用采样质量消除；
  - (4) 出发时刻：  $t_0 < 1825d$ ，终端时刻：  $t_f < 5475d$这些约束在优化过程中均使用惩罚法处理。

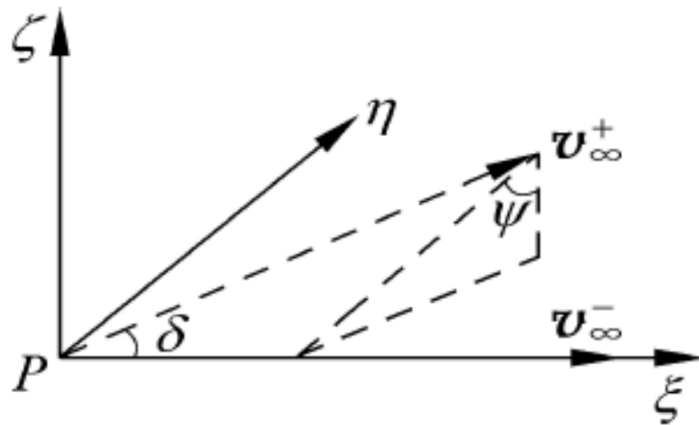


图 1: 三维引力辅助坐标系

下面分析燃料约束和采样质量的关系。在实际操作中发现，燃料约束在全局优化过程中极易违反，初值都是大数惩罚，无法搜索更优解。这个问题有一种简单朴素的处理方式，先优化空载飞行的燃料消耗，然后再增加采样质量。然而这样则需要设计两套目标函数，只是优化指标不同。但是这两套目标函数代码重复比例极高，显然不够简洁，而且要优化两次，效率极低，最致命的是优化燃料之后，不能从空载开始优化采样质量，要先尽量高的猜测采样质量作为初值进行优化，否则很难得到较高的指标结果。因此，分析采样质量和燃料消耗的关系至关重要。

根据齐奥尔科夫斯基方程：

$$m_f = m_0 e^{-\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} \quad (1)$$

可知脉冲机动任务中，质量以指数形式减少。我们将飞行任务分为两段，第一段为采样前，第二段为采样后。设采样前的脉冲之和为  $\Delta v_1$ ，采样后的脉冲之和为  $\Delta v_2$ ，则第一段的剩余质量为

$$m_1 = m_0 e^{-\frac{\Delta v_1}{I_{sp} g_0}} \quad (2)$$

第二段的剩余质量为

$$m_2 = (m_1 + m_{sample}) e^{-\frac{\Delta v_2}{I_{sp} g_0}} \quad (3)$$

可以解得采样质量与燃料消耗：

$$\Delta m = m_0 (1 - e^{-\frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{I_{sp} g_0}}) + m_{sample} (1 - e^{-\frac{\Delta v_2}{I_{sp} g_0}}) \quad (4)$$

由此可见，采样质量与燃料消耗呈线性正相关，若要采样质量最大，必须要耗尽燃料，而依照式(4)，只要得到的采样质量为正，也就满足燃料约束。如此，燃料约束不用再另外设置惩罚，优化效率大大提升。

最后分析一下借力方法的设计。借力要求采用等效脉冲模型，通常脉冲加在影响球边界。《深空探测动力学与控制》第 3 章介绍了借力后加脉冲的方法 [1]，据此也可以计算借力前加脉冲的脉冲大小。然而加脉冲的最佳时机却依赖于工况，一直没有定论。因此，我们采用前后各加脉冲取最优的方式，在借力前后各加一次脉冲，然后以 [1,1,1] 为初值，用 fminunc 优化当前工况下借力需要的脉冲之和。该优化只和借力瞬间前后的飞行器速度和行星速度有关，与其他时刻的飞行任务没有任何关系。

## 二、 方案设计

在该飞行任务中采用来去各借力火星一次的方案，如图 2 所示。

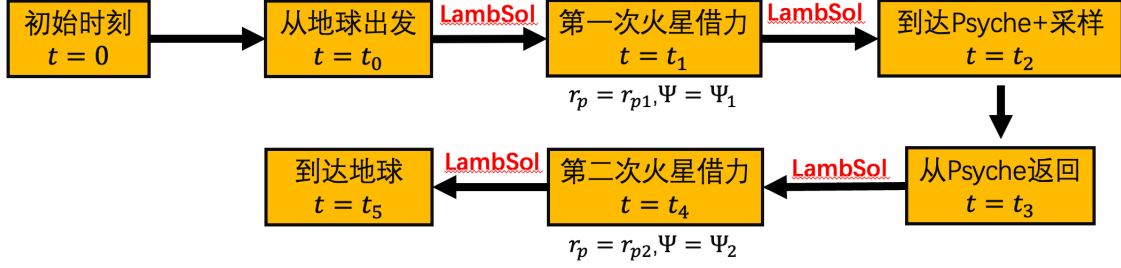


图 2: 双借力方案流程图

此方案优化变量序列:  $[t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, r_{p1}, r_{p2}, \Psi_1, \Psi_2]$ , 其中  $r_{p1} - R_{Mars} \geq 300km$ ,  $r_{p2} - R_{Mars} \geq 300km$ ,  $\Psi_1, \Psi_2 \in [0, 2\pi)$ 。根据流程图和约束编写目标函数, 利用式(4)计算优化指标  $J = -m_{sample}$ 。

现对目标函数进行优化。优化分为全局优化和局部优化两部分。该目标函数不同于一般的凸函数, 通过初值迭代很容易陷入局部优化。我们先用全局优化搜索最优解所在的位置, 多次求解之后再进行局部优化。本程序采用了两种全局优化器: PSO (粒子群优化算法) 和 GA (遗传算法) 分别进行多次求解。求得全局最优解之后再以此为初值进行局部优化 (此处使用 `fminsearch` 进行优化), 进一步提升解的最优性。

运算过程中, 为了降低优化的计算量, 同时减小全局优化的上下界范围, 我们使用无量纲化:

$$[T] = 2\pi \sqrt{\frac{a_E^3}{\mu}} \quad (5)$$

$$[L] = a_E = 1AU \quad (6)$$

在优化过程中, 一边优化一边收缩优化变量的范围, 可以加快收敛到最优解的速度。文件结构如下图所示:

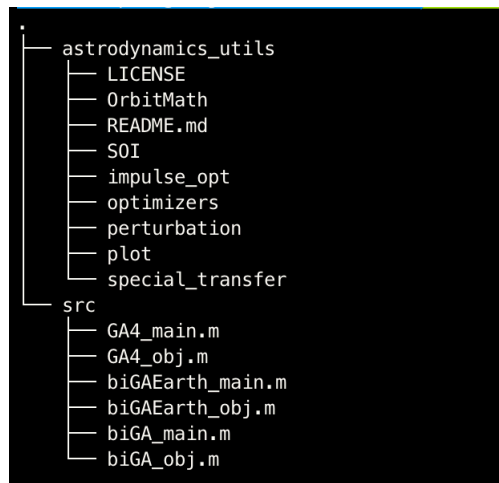


图 3: 文件结构

其中, `/astrodynamics-utils` 包含了轨道计算和脉冲机动所需的全部计算工具和轨迹绘制工具, 包括轨道根数与笛卡尔坐标系互换和时间演化、脉冲机动燃料消耗计算等; `/src` 包括

了不同方案的目标函数和主程序，xx\_obj 表示目标函数，xx\_main 表示主程序。

### 三、 优化结果

经过优化，目前已经得到采样质量  $m_{sample} = 1299.61(kg)$ ，优化变量的值如下表所示：

Variable	Value
$t_0$	7.275231789063206e+02 (d)
$t_1$	1.196313289123716e+03 (d)
$t_2$	1.910704707400621e+03 (d)
$t_3$	3.277201805692947e+03 (d)
$t_4$	4.021716125729630e+03 (d)
$t_5$	4.575884642763448e+03 (d)
$r_{p1}$	3.689920524058115e+03 (km)
$r_{p2}$	3.689920114440345e+03 (km)
$\Psi_1$	1.361074711897650 (rad)
$\Psi_2$	4.813362863225788 (rad)

表 1: 优化变量取值列表

优化之后的轨迹图如下所示：

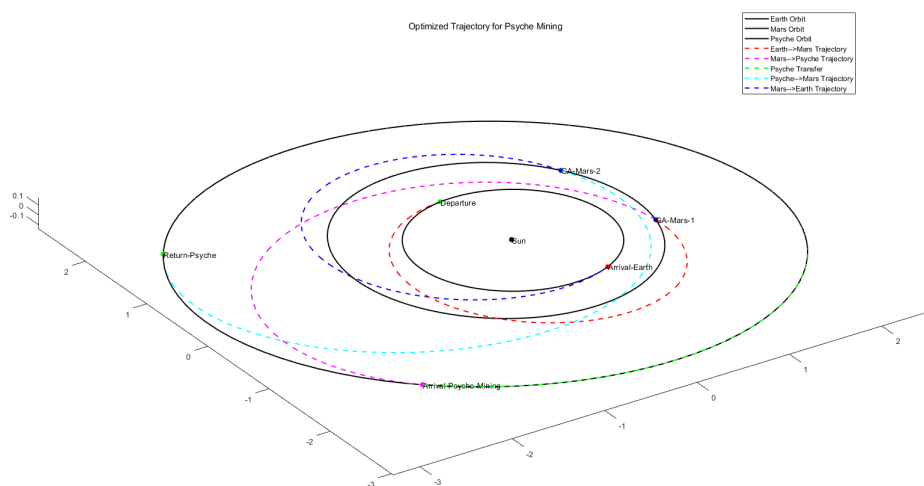


图 4: 火星双借力轨迹图

### 四、 后续的尝试和思考——还有无其他的方案？

《深空探测动力学与控制》在第 3 章介绍过前往木星的借力方案，对比了金星、地球、火星三个借力行星的借力效果，也提及了利用火星-火星，火星-地球等组合借力方式。我选取了其中一部分新方法进行了尝试，其中可行结果以地球借力方案为主，即去时借力地球一次，

回时借力火星一次，然而该方案优化结果为 1010.35kg，轨迹如图 5 所示，反而不如来回火星借力。后面又尝试了其他组合借力方案，但因为时间原因，还没来得及得到时间窗口合适的解，后续可以进行进一步的尝试。

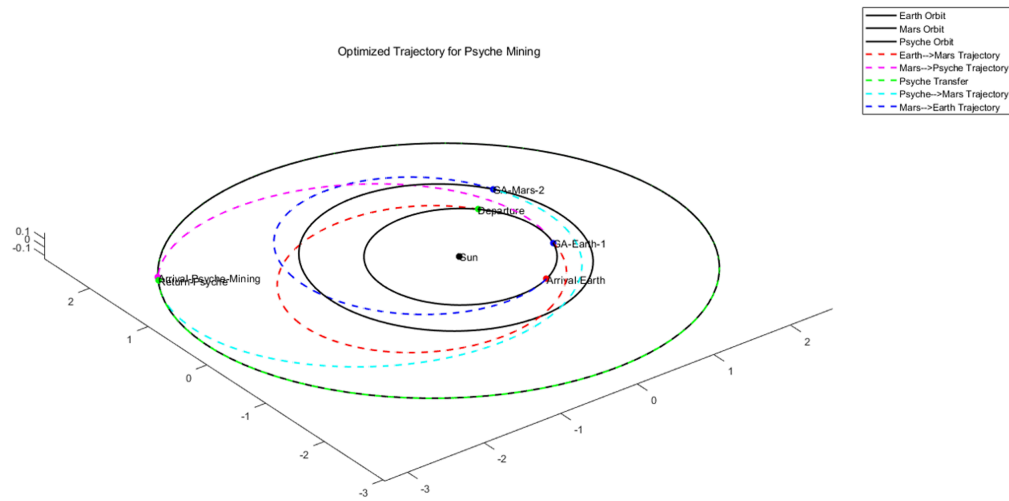


图 5: 火星双借力轨迹图

## 五、 致谢

感谢蒋老师、子鹏助教在我完成大作业过程中给予我的鼓励、支持和指导。在结果更新过程中，我出现了对题目条件理解错误、精度设置不足等问题，经过和助教多次交流，最终给出了优化方案。子鹏师兄发现我对地球双曲剩余速度条件理解错误之后，还专门为此修改了作业要求，这令我非常感动。第一版方案完成之后，我在老师的鼓励下尝试了其他的飞行方案，也确实发现了其他的可行方案，虽然没有超越目前的主方案，但尝试的过程也让我难忘。

另外，感谢行健-航 2 的贺一凡师弟和我交流。我的方案原本统一设置为引力辅助后加脉冲，在和一凡师弟交流的过程中，我意识到了引力辅助的最佳脉冲时机其实尚无定论，于是修改程序，进一步提升了指标。

## 参考文献

[1] 李俊峰, 宝音贺西, and 蒋方华. 深空探测动力学与控制. 深空探测动力学与控制, 2014.