

第十一届中国空间轨道设计竞赛题目

张刚, 霍明英, 张海洋, 夏存言

哈尔滨工业大学 航天学院

2020年9月20日

1 任务描述

近年来, 世界上主要航天国家开始大力发展空间快速响应技术。快速响应空间意在对付局部的突发事件做出快速响应, 可从两方面考虑: 1) 利用库存技术实现卫星快速组装、快速测试、快速发射等; 2) 利用在轨航天器轨道机动调整星下点轨迹, 实现对指定目标区域的快速响应对地观测任务, 不需要发射新的航天器。当地震、森林火灾等自然灾害发生时, 发射新的卫星需要较多的物力财力, 并且新卫星研制发射需要一定的时间; 如果利用在轨卫星轨道机动调整其星下点轨迹, 使其在较短时间内完成指定目标点对地观测任务, 是一种更为经济和快捷的方案。在该背景下, 针对多个地面静止目标和运动目标的快速响应对地观测和数传任务, 具有重要的意义。第十一届中国空间轨道设计竞赛题目设定为: **面向大规模地面目标复杂任务的双星轨道设计与机动优化问题。**

题目设定采用两颗对地观测卫星, 其中一颗搭载红外相机, 另一颗搭载光学相机, 分别简称红外星和光学星, 参赛者通过对其施加合理的轨道机动, 配合实现对地面指定200个静止目标和5个移动目标(如图1所示)的观测任务; 且每颗观测卫星在最多观测30个目标后, 必须与中继星进行1次数传任务。根据目标点和优化指标不同, 本次赛题分为以下三部分。

(1) 静止目标点的快速观测

为快速获取地面静止目标的数据信息, 要求两颗观测卫星相互配合, 在任务开始的60天内用最短的时间配合完成200个静止目标的一次观测, 目标点位置信息见附件1。

(2) 静止目标点的准确重访观测

为验证观测星对地面目标的重访能力, 要求两颗观测星在120天内对地面200个

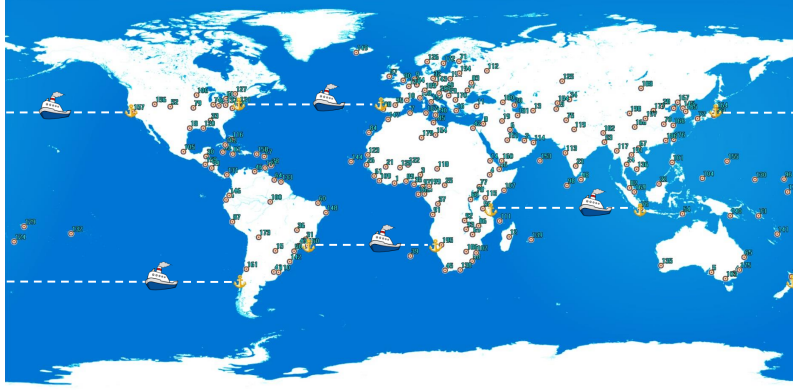


图 1: 目标分布示意图

静止目标点进行准确重访问隔的两次观测，重访问隔设置为30天，即要求每个目标点两次观测之间的间隔尽可能为30天。

(3) 移动目标的多次均匀观测

赛题在海中设有5个移动目标，它们都在图1所示的航线上匀速往返移动。为验证观测卫星对移动目标的观测情况，要求两颗观测星在60天内对5个移动目标进行长期多次观测，任务期间对所有移动目标的观测次数越多且越均匀越好，航线数据见附件1。

2 设计指标与评价标准

2.1 单次观测得分

观测卫星在运动过程中相机始终指向地心，观测星到地心与观测星到目标点之间的视线角定义为

$$\gamma = \arccos \left(\frac{\mathbf{r}_{obs} \cdot (\mathbf{r}_{obs} - \mathbf{r}_{tar})}{\|\mathbf{r}_{obs}\| \cdot \|\mathbf{r}_{obs} - \mathbf{r}_{tar}\|} \right), \quad \mathbf{r}_{obs} \cdot \mathbf{r}_{tar} > 0 \quad (1)$$

式中 \mathbf{r}_{tar} 、 \mathbf{r}_{obs} 分别为目标点和观测卫星在地心惯性坐标系下的位置矢量， \mathbf{r}_{tar} 可由附录B3计算得到。当目标点进入相机的视场范围内($\gamma \leq 2.5^\circ$)，可认为完成一次观测成像(如图2所示)。

任意一个目标点单次成像得分为

$$s = C(5 - 0.01h) \quad (2)$$

式中 h 是成像时观测星的轨道高度， $h \in [200, 500]$ km； C 为相机系数，由于不同相机成像效果不同，光学星观测时取 $C = 1$ ，红外星观测时取 $C = 0.8$ 。

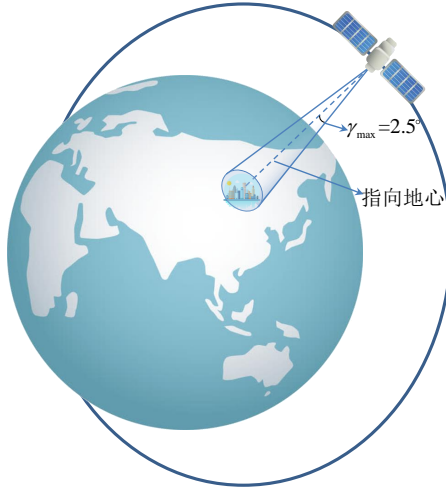


图 2: 对地观测示意图

2.2 评价标准

(1) 任务一

任务一要求观测星在最短的时间内完成对全部静止目标点的观测任务，且所有目标点越早观测得分越高，评价指标为

$$W_1 = A_1 \frac{T_1}{t_{1end}} \sum_{i=1}^{200} \frac{s_i}{t_{1end}/86400 + (t_i/86400)^2} \quad (3)$$

式中 W_1 为任务一得分； $A_1 = 14$ 为任务一调整系数； s_i 为目标点 i 观测得分， $t_i(s)$ 为目标点 i 完成观测的时间； $t_{1end}(s)$ 为观测完最后一个目标点的时间； $T_1 = 60 \times 86400 s$ 为任务一的期限，若未在期限内完成全部目标点的观测， $W_1 = 0$ 。

(2) 任务二

任务二要求观测星按照期望的时间间隔准确重访全部静止目标点，评价指标为

$$W_2 = A_2 \sum_{i=1}^{200} P_i \bar{s}_i \quad (4)$$

式中 W_2 为任务二得分； $A_2 = 4$ 为任务二调整系数； $\bar{s}_i = (s_{i1} + s_{i2})/2$ 为目标点 i 两次观测的平均得分， $P_i(\Delta t_i)$ 为目标点 i 的重访系数

$$P_i(\Delta t_i) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\Delta t_i/86400 - 30)^2}{18} \right] \quad (5)$$

式中 $\Delta t_i(s)$ 为目标点 i 两次观测的时间间隔，若未在期限内完成全部目标点的重访， $W_2 = 0$ 。

(3) 任务三

在对移动目标点的多次均匀观测任务中，以所有动目标的观测次数和观测均匀度为衡量标准，评价指标为

$$W_3 = \frac{A_3}{(1 + 0.1\sigma_3)\sqrt{N_{tot}}} \sum_{i=201}^{205} \sum_{j=1}^{N_i} s_{ij} \quad (6)$$

式中 W_3 为任务三得分； $A_3 = 10$ 为任务三调整系数； s_{ij} 为目标 i 第 j 次观测得分； N_i 为对动目标点 i 的观测次数， $N_{tot} = \sum_{i=201}^{205} N_i$ 为任务三所有目标点总的观测次数； σ_3 为各动目标点观测次数的标准差，

$$\sigma_3 = \left[\frac{1}{5} \sum_{i=201}^{205} (N_i - N_{tot}/5)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

最终，整个赛题任务得分计算公式为

$$W_{tot} = B(W_1 + W_2 + W_3) \quad (8)$$

式中 B 为时间系数，

$$B = 1 + 0.3 \left(\frac{t_{end} - t_{submission}}{t_{end} - t_{start}} \right) \quad (9)$$

式中 $t_{submission}$ 为结果提交时间， t_{start} 为提交通道开放时间， t_{end} 为竞赛结束时间。

3 卫星系统参数与轨道动力学模型

3.1 卫星系统参数

任务设有两颗观测星和四颗中继星。观测星用于执行对地面目标点的观测成像任务，分别搭载红外相机和光学相机，每颗观测星干重为300 kg，初始各携带燃料250 kg。中继星初始轨道已知[见公式(14)]，在任务过程中无轨道机动能力，仅用于接收观测星的成像数据，且四颗中继星的轨道平面在空间中均匀分布，都处于近地点高度约为400 km的大椭圆轨道上。

3.2 观测星轨道动力学模型

观测星在运动过程中考虑地心引力、 J_2 项摄动和大气阻力，忽略其他摄动力的影响，在J2000地心赤道惯性坐标系下，观测星的轨道动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{a}_{J_2} + \mathbf{a}_d \quad (10)$$

式中 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 为观测星在地心惯性系下的位置矢量, $r = \|\mathbf{r}\|$ 为地心距, μ 为地球引力常数, \mathbf{a}_{J_2} 为地球扁率引起的 J_2 摄动加速度, \mathbf{a}_d 为大气阻力加速度, 具体表达式见附录A。

两颗观测星均采用大推力的化学推进器, 机动过程近似为瞬时脉冲。设地心惯性坐标系下的脉冲矢量为 $\Delta \mathbf{v}$, 脉冲前后时刻分别记为 t^- 和 t^+ , 卫星的位置和速度变化满足如下方程:

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t^+) = \mathbf{r}(t^-) \\ \mathbf{v}(t^+) = \mathbf{v}(t^-) + \Delta \mathbf{v} \end{cases} \quad (11)$$

脉冲前后观测星的质量变化为

$$m(t^+) = m(t^-) \exp\left(-\frac{\Delta v}{g_0 I_{sp}}\right) \quad (12)$$

式中 $\Delta v = \|\Delta \mathbf{v}\|$ 为脉冲幅值, $I_{sp} = 300$ s 为化学推进发动机比冲, g_0 为地球海平面重力加速度, 取值见表2。

3.3 中继星轨道动力学模型

由于中继星处于离地面较远的大椭圆轨道上, 大气阻力对其影响十分微弱, 在运动过程中只考虑地球万有引力和 J_2 项摄动的影响, 忽略其他摄动力的影响。在J2000地心惯性坐标系下, 中继星的轨道动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{a}_{J_2} \quad (13)$$

4 约束条件

(1) 初始状态约束

任务初始时刻, 两颗观测星均位于轨道高度为350 km的圆轨道上($a = R_E + 350$ km, $e = 0$), 其他轨道参数自选, 但需要保证两颗观测星的初始轨道平面(轨道倾角 i 和升交点赤经 Ω) 相同。

任务初始时刻, 四颗中继星的瞬时轨道六根数如下,

$$[a, e, i, \Omega, \omega, f] = \begin{cases} [16763 \text{ km}, 0.5957, 63.4^\circ, 0, 270^\circ, 0^\circ] \\ [16763 \text{ km}, 0.5957, 63.4^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 0^\circ] \\ [16763 \text{ km}, 0.5957, 63.4^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 0^\circ] \\ [16763 \text{ km}, 0.5957, 63.4^\circ, 270^\circ, 270^\circ, 0^\circ] \end{cases} \quad (14)$$

式中 a 为半长轴， e 为偏心率， i 为轨道倾角， Ω 为升交点赤经， ω 为近地点幅角， f 为真近点角。中继星近地点高度约为400 km，轨道周期约为0.25天。

(2) 任务时长约束

任务初始时刻为UTC 2020年1月1日0时，对应的儒略日为

$$JD_0 = 2458849.5 \quad (15)$$

三个任务依次衔接，总计持续时长240天，其中任务一自初始时刻开始，至观测完最后一个目标点结束，最长持续60天；任务二自第61天开始，至重访完最后一个目标点结束，最长持续120天；任务三自第181天开始，至燃料耗尽结束，最长持续60天。

(3) 机动能力约束

任务期间观测星的单次脉冲方向不受限制，单次脉冲幅值不超过0.1 km/s，且每颗卫星相邻的两次机动之间不能小于0.5天，两颗观测星燃料都耗尽后视为任务结束。

(4) 高度约束

整个任务期间，观测星的轨道高度不得低于200 km，否则认为卫星坠毁，任务失败。为保证相机对目标点的成像效果，执行观测任务时观测星的轨道高度不得超过500 km。

(5) 观测视场角和太阳高度角约束

观测星上搭载相机的视场半锥角为 $\gamma = 2.5^\circ$ ，且始终指向地心，当目标点进入锥角范围内即可执行观测任务，每次飞越目标点只记为一次观测任务。

为保证光学相机的成像效果，光学星在观测期间地面太阳高度角不得低于 20° ；红外星无太阳高度角要求。

(6) 数据传输约束

受星上存储空间限制，观测星最多对30个目标进行观测后就需要与任意一颗中继星进行数据传输，之后才可继续执行观测任务(小于30也可进行)；同时，三个任务阶段的观测数据，均需要在对应任务时长内完成数传，超出对应任务时间段后传输的数据被视为无效数据，不计算得分。数据传输期间观测星和中继星之间距离需保持在100 km以内，传输时长10 s，若低于10 s则传输失败；数据传输期间不可执行观测任务。

5 结果提交要求

请将比赛数据整理如表1格式所示的txt文件（待提交的txt模板见附件2）。

- (1) 第一列为行序号。
- (2) 第二列为卫星编号，可以为1/2，“1”表示光学卫星，“2”表示红外卫星。
- (3) 第三列为动作标志列，可以为0/1/2/3，其中“0”表示轨道参数初值行，“1”表示施加脉冲，“2”表示观测，“3”表示与中继星开始通信。
- (4) 第四列为对应动作时刻，单位为s，表示为距离初始时刻(UTC2020年1月1日0时)经过的累计秒数，精度要求为 10^{-3} 。
- (5) 第五至十列表示与时刻相对应的惯性系下位置、速度矢量，共六个参数，单位分别为km、km/s，精度要求分别为 10^{-3} 、 10^{-6} 。若施加了脉冲，第八至十列填写施加脉冲之后瞬时的速度矢量。
- (6) 第十一至十三列表示脉冲矢量，单位km/s，精度要求 10^{-6} 。若对应动作标志为1，则需给出地心惯性坐标系下三个方向的脉冲幅值(可为0)；若标志位不为1，则必须为0。
- (7) 第十四列表示卫星剩余质量，单位为kg，精度要求为 10^{-3} 。若施加了速度增量，则填施加速度增量后的质量。
- (8) 第十五列表示目标点编号，赛题共有200个静目标、5个动目标及4颗中继星，编号分别对应1~200(静目标)、201~205(动目标)和1001~1004(中继星)，详见附件1。若动作标志位为1，则该列填0占位，若动作标志位为2，则该列填本次观测对应的目标点编号，若标志位为3，则该列填与本次通信对应的中继星编号。

注意：

- (1) 光学星和红外星分别整理数据，最终提交的表格排序为：光学星的全部数据在前，红外星的全部数据在后。
- (2) 光学星和红外星的数据分别按照时间递增顺序排序。
- (3) 初始轨道参数以位置、速度矢量的形式，分别填写在两颗星数据段第一行的五至十列。
- (4) 若出现同一时刻执行多个动作，则按照动作标志位0~3顺序依次排列。
- (5) 为避免积分累计误差过大，建议提交结果相邻行之间的时间间隔不超过5天。

表 1: 提交结果格式示例

序号	卫星编号	标志位	时刻(s)	r_x (km)	r_y (km)	r_z (km)	v_x (km/s)	v_y (km/s)	v_z (km/s)	Δv_x (km/s)	Δv_y (km/s)	Δv_z (km/s)	m (kg)	目标编号
1	1	0	0	float	float	float	float	float	float	0	0	0	550.000	0
2	1	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
3	1	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
4	1	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
5	1	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
6	1	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
7	1	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
8	1	3	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1001~1004
9	2	0	0	float	float	float	float	float	float	0	0	0	550.000	0
10	2	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
11	2	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
12	2	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
13	2	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
14	2	1	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	float	0
15	2	2	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1~205
16	2	3	float	float	float	float	float	float	float	0	0	0	float	1001~1004

6 参数取值

赛题中常用参数取值如表2所示。

表 2: 赛题中常用参数取值

名称	数值	单位
地球海平面重力加速度 g_0	9.80665	m/s ²
1天	86400	s
地球赤道平均半径 R_E	6378.137	km
地球自转角速率 ω_E	$7.2921158553 \times 10^{-5}$	rad/s
地球引力常数 μ	398600.4415	km ³ /s ²
J_2 摄动项系数	1.0826269×10^{-3}	
大气阻力系数 C_d	2.2	
观测星迎风截面积 s	8	m ²
推力器比冲 I_{sp}	300	s
相机半锥角 γ	2.5	deg

附录

A 卫星轨道动力学模型

A1 J_2 摄动模型

J_2 摄动力是地球赤道凸起部分引起的额外附加力，与地球本身的形状有关，在地心惯性坐标系下， J_2 摄动加速度为

$$\mathbf{a}_{J_2} = \frac{3}{2} \frac{\mu J_2 R_E^2}{r^5} \begin{bmatrix} 5 \frac{xz^2}{r^2} - x \\ 5 \frac{yz^2}{r^2} - y \\ 5 \frac{z^3}{r^2} - 3z \end{bmatrix} \quad (16)$$

A2 大气阻力模型

对于近地轨道，大气阻力的影响是较为显著的，由于在轨期间大气阻力始终作用于卫星上，长时间的累积会导致轨道逐渐衰减。在地心惯性坐标系下，大气阻力模型为

$$\mathbf{a}_d = -\frac{1}{2}C_d\rho\left(\frac{s}{m}\right)v_R\mathbf{v}_R \quad (17)$$

式中， C_d 是大气阻力系数； s 是卫星迎风截面积(假设为固定值，见表2)； m 是卫星质量； ρ 是大气密度，此处使用1976标准大气模型，只与卫星高度有关，见附件3，该文件以0.5 km的间隔给出了从高度0~1000 km的大气密度值，单位为 kg/km^3 。实时轨道高度为 $h = \|\mathbf{r}\| - R_E$ ，当高度不是0.5 km的整数倍时，可通过对该高度所在的区间进行线性插值得到，例如：高度300.8 km处的密度值可以根据300.5 km和301 km的大气密度进行线性插值得到。 \mathbf{v}_R 是卫星质心相对于当地大气的速度， $v_R = \|\mathbf{v}_R\|$ ，且

$$\mathbf{v}_R = \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_E \times \mathbf{r} = \begin{bmatrix} v_x + \omega_E y \\ v_y - \omega_E x \\ v_z \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 和 $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$ 分别为卫星在地心惯性坐标系下的位置和速度矢量， $\boldsymbol{\omega}_E = [0, 0, \omega_E]^T$ 为地球自转角速度。

A3 轨道六根数转化为位置速度矢量

已知轨道六根数，根据下式计算偏近点角 E

$$\tan \frac{f}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (19)$$

然后求矢量 \mathbf{P} 、 \mathbf{Q}

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i \\ \sin \omega \sin i \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i \\ -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i \\ \cos \omega \sin i \end{bmatrix} \quad (21)$$

最后，求出地心惯性坐标系下的位置和速度矢量

$$\mathbf{r} = a(\cos E - e)\mathbf{P} + a\sqrt{1 - e^2} \sin E\mathbf{Q} \quad (22)$$

$$\mathbf{v} = \frac{\sqrt{\mu a}}{r}(-\sin E\mathbf{P} + \sqrt{1 - e^2} \cos E\mathbf{Q}) \quad (23)$$

B 经纬度与位置矢量之间的转换关系 [1]

B1 坐标变换矩阵

忽略岁差、章动等影响，从地心惯性坐标系(ECI)到地球固联坐标系(ECEF)之间的坐标变换可通过地球自转矩阵得到，即

$$\mathbf{r}_{\text{ECEF}} = R_Z(\alpha_G)\mathbf{r}_{\text{ECI}} \quad (24)$$

反之，从地球固联坐标系到地心惯性坐标系之间的坐标变换为

$$\mathbf{r}_{\text{ECI}} = R_Z^T(\alpha_G)\mathbf{r}_{\text{ECEF}} \quad (25)$$

式中 $R_Z(\alpha_G)$ 为从地心惯性坐标系到地球固连坐标系的转换矩阵

$$R_Z(\alpha_G) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_G & \sin \alpha_G & 0 \\ -\sin \alpha_G & \cos \alpha_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中 α_G 表示某一时刻的格林尼治平恒星时

$$\alpha_G = \alpha_{G0} + \omega_E \Delta t \quad (27)$$

式中 $\alpha_{G0} = 1.747455428309031 \text{ rad}$ 为初始时刻的格林尼治平恒星时， ω_E 为地球自转角速率， $\Delta t(\text{s})$ 为当前时刻距离初始时刻的时间。

B2 由位置矢量求解经纬度

已知卫星在地球固联坐标系下的位置矢量 $\mathbf{r}_{\text{ECEF}} = [x_{\text{ECEF}}, y_{\text{ECEF}}, z_{\text{ECEF}}]^T$ ，则经度 λ 的计算公式为*

$$\lambda = \arctan\left(\frac{y_{\text{ECEF}}}{x_{\text{ECEF}}}\right) \quad (28)$$

纬度 ϕ 为

$$\phi = \arcsin\left(\frac{z_{\text{ECEF}}}{r_{\text{ECEF}}}\right) \quad (29)$$

式中 $r_{\text{ECEF}} = \|\mathbf{r}_{\text{ECEF}}\|$ 。

*赛题中所用经纬度均默认为地心经纬度。

B3 由经纬度求解位置矢量

已知地面上某一目标点的经纬度 (λ, ϕ) ，该点在地心惯性坐标系下的位置矢量 $\mathbf{r}_{\text{ECEF}} = [x_{\text{ECEF}}, y_{\text{ECEF}}, z_{\text{ECEF}}]^T$ 为

$$\begin{cases} x_{\text{ECEF}} = R_E \cos \phi \cos \lambda \\ y_{\text{ECEF}} = R_E \cos \phi \sin \lambda \\ z_{\text{ECEF}} = R_E \sin \phi \end{cases} \quad (30)$$

目标点对应地心惯性坐标系下的位置矢量 \mathbf{r}_{ECI} 可通过公式(25)得到。

C 太阳高度角模型 [1]

太阳高度角为太阳方向和地面目标所在当地水平面的夹角。已知地面上某点的经纬度 (λ, ϕ) ，该点在某一时刻对应的太阳高度角 h_{\odot} 为

$$h_{\odot} = \arcsin [\sin \phi \sin \delta_{\odot} + \cos \phi \cos \delta_{\odot} \cos(\alpha_{\odot} - \alpha)] \quad (31)$$

式中 α_{\odot} 和 δ_{\odot} 分别为当前时刻太阳的赤经、赤纬， α 为地面目标点的赤经。已知当前时刻距离初始时刻的时间为 $\Delta t(\text{s})$ ，地面目标点的赤经为

$$\alpha = \lambda + \alpha_G \quad (32)$$

式中 α_G 为当前时刻的格林尼治平恒星时，可由公式(27)计算得到。

当前时刻的儒略日为

$$JD = JD_0 + \frac{\Delta t}{86400} \quad (33)$$

式中 JD_0 为初始时刻的儒略日[见公式(15)]。当前时刻对应的儒略世纪为

$$T_{JD} = \frac{JD - 2451545}{36525} \quad (34)$$

太阳的平黄经及其他参数为

$$\lambda_{M_{\odot}} = 280.460^{\circ} + 36000.771T_{JD} \quad (35)$$

$$M_{\odot} = \frac{\pi}{180^{\circ}}(357.5277233^{\circ} + 35999.05034T_{JD}) \quad (36)$$

$$\lambda_{\text{ecliptic}} = \frac{\pi}{180^{\circ}} [\lambda_{M_{\odot}} + 1.914666471^{\circ} \sin M_{\odot} + 0.019994643 \sin(2M_{\odot})] \quad (37)$$

黄赤交角为

$$\epsilon = \frac{\pi}{180^\circ}(23.439291^\circ - 0.0130042T_{JD}) \quad (38)$$

最终可得当前时刻太阳的赤纬为

$$\delta_\odot = \arcsin(\sin \epsilon \sin \lambda_{ecliptic}) \quad (39)$$

当前时刻太阳的赤经可由下式计算得到

$$\begin{cases} \sin \alpha_\odot = \frac{\cos \epsilon \sin \lambda_{ecliptic}}{\cos \delta_\odot} \\ \cos \alpha_\odot = \frac{\cos \lambda_{ecliptic}}{\cos \delta_\odot} \end{cases} \quad (40)$$

参考文献

- [1] Vallado, D. A., *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, 3rd ed., Microcosm Press, Torrance, CA, 2007.