

Metody Numeryczne

Projekt 2 – Układy równań liniowych

1) Opis Problemu

Testujemy różne algorytmy rozwiązywania równań dla macierzy rzadkich.

Wykorzystujemy do tego algorytmy iteracyjne (Jacobiiego , Gaussa-Seidela) oraz algorytmy bezpośrednie (Gausa , faktoryzacja LU)

Nasza macierz rzadka ma postać :

W zadaniu A:

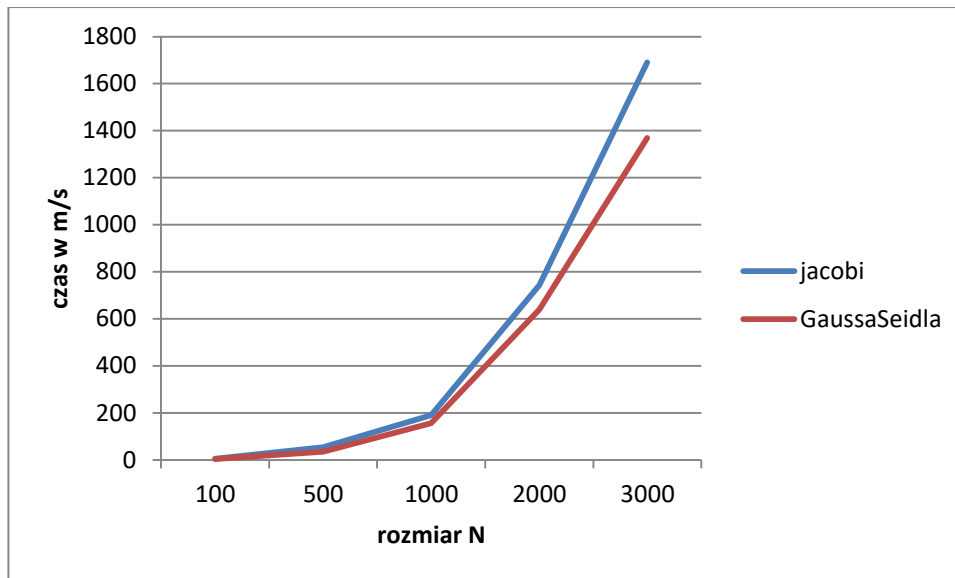
$$\begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 & 0 & 0 & & & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 8 & -1 & -1 & 0 & & & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & \cdots & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 8 & -1 & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 8 & & & 0 & 0 & 0 \\ & & \vdots & & & \ddots & & \vdots & & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 8 & -1 & -1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 8 & -1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & -1 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

W zadaniu C:

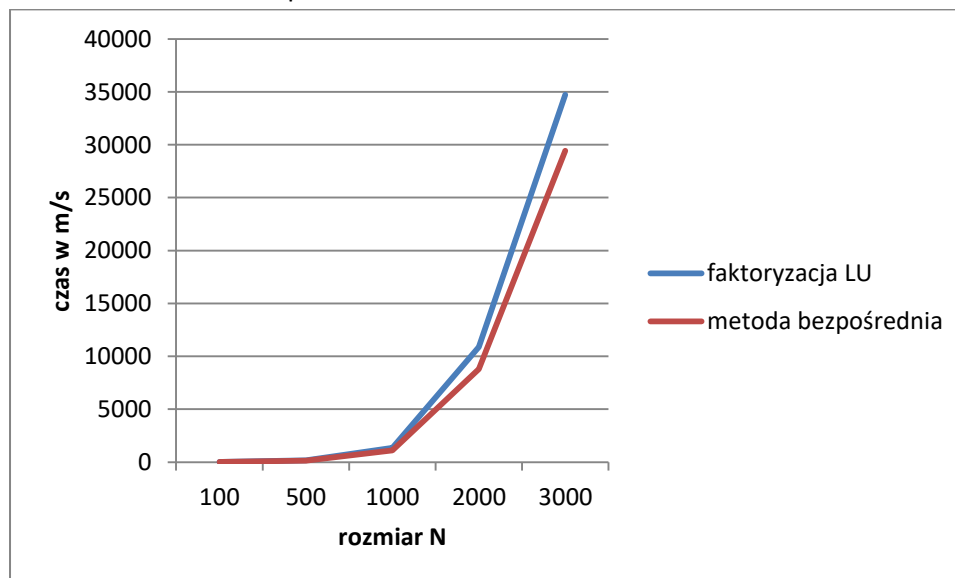
$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 & & & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 & & & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & \cdots & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -1 & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 3 & & & 0 & 0 & 0 \\ & & \vdots & & & \ddots & & \vdots & & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 3 & -1 & -1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 3 & -1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

2) Wykresy

Porównanie metod iteracyjnych:



Porównanie metod bezpośrednich:



3) Porównanie metod iteracyjnych

Metoda Gauss-Seidela która korzysta z nowo obliczonych X dlatego potrzebuje mniejszej liczby iteracji, niż metoda Jacobiego, żeby zbliżyć się do założonego poziomu błędów. Niemniej musi być wykonywana sekwencyjnie oznacza to brak możliwości wykorzystania wielowątkowości.

4) Sprawdzenie czy układ równań zbiega się dla $a_1=3$

Pomimo że algorytm zakończył się to jednak wyniki wydają się być zafałszowane liczbą iteracji wynosi ponad 2000 a wyniki są bliskie max/min wartości double oznacza to, iż najprawdopodobniej przez specyfikę komputera (zakres wartości) daje błędne wyniki.

5) Porównanie metod bezpośrednich

Metoda faktoryzacji LU potrzebuje trochę więcej czasu na wykonanie się jednak już przy obliczaniu tego równania dla 2 różnych prawych stron dało by znacznie lepsze wyniki dla faktoryzacji LU.

6) Podsumowanie

Przy macierzach rzadkich gdzie dane są ustawione blisko diagonalu oraz gdzie nasza macierz jest diagonalnie dominująca bardzo dobrze radzą sobie metody iteracyjne. Przy coraz większym rozmiarze różnica w czasie stale wzrasta.

Niestety przy złych danych metody iteracyjne mogą się nie zbiegać oznacza to że należy odpowiednio wybierać metodę do danej macierzy.