

1.7

Ordenació en ordre creixent:

$$0.99^n, (\log n)^{100}, \sqrt{n}, n \cdot \log n, \frac{n^2}{\log n}, n^3, n \cdot 2^n, 3^n$$

0.99^n és la menor ja que és la única funció que decreix.

Podem comprovar ràpidament mitjançant límits que \sqrt{n} creix més ràpid que $(\log n)^{100}$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{1/2}}{(\log n)^{100}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n}{(\log n)^{200}}}$$

\sqrt{n} creix més ràpid que $(\log n)^{100}$, ja que es una funció lineal sobre una funció logarítmica.

Seguidament, es fàcil comprovar que $n \cdot \log n$ creix més ràpid que \sqrt{n} , ja que el grau de l'exponent de la n és major. Per la mateixa raó, seguidament venen la funció quadràtica $\frac{n^2}{\log n}$ i la funció cúbica n^3 .

Finalment només ens queda comprovar quina de les dues funcions exponencials restants es major. Emprant límits comprovem:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot 2^n}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(3/2)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{1.5^n} = 0$$

3^n creix més ràpid que $n \cdot 2^n$, ja que la funció exponencial que ens ha quedat al denominador és exponencial i per tant creix més ràpid que la funció lineal del numerador.

Lluís Cerdà Vidal i Laia Bonilla Pérez