Titulació

Assignatura: ALGORISMIA

Cognoms: MONTALVO FALCON

Nom: MARIA

DNI

PROBLEMA 3.14

- Idea: problema de PD de árboles. Hacer llamadas recursivas a los hijos, para que calculen su tiempo y se orden de forma decreciente

- $T(i) \equiv$ tiempo para despertar a los nodos hijos del subárbol con raíz i

- Objetivo: $T(0)$ donde 0 es la raíz
- Recurrencia:

I) Caso base: cuando i es una hoja

$T(i) = 1$ si i es hoja

II) Caso recursivo: despertar a los hijos por orden decreciente

$$T(i) = \max \{ T(i_j) + \underbrace{p(i_j)}_{\text{posición en la que se despierta } j} \}$$

$\forall j$ hijo de i

$p(i_j)$ tiene valores: $1 \leq p(i_j) \leq$ # hijos de i

Podemos ordenar los hijos de i por orden decreciente de $T(i_j)$ de tal manera que el caso recursivo queda:

$$T(i) = \max \{ T(i_j) + j \} \quad [T(i_1) \geq T(i_2) \dots]$$

El coste de ordenación es $O(n \cdot \log n)$ o $O(n)$ si podemos utilizar radix.

- Correctitud de que este orden es el mínimo:

Suponemos que una vez ordenados los hijos de i:

$$T(i_j) < T(i_{j+1})$$

Las recurrències respectivas serían:

$$T(i_j) + j$$

$$T(i_{j+1}) + j + 1$$

Vemos que:

$$T(i_j) < T(i_{j+1})$$

$$T(i_j) + 1 \leq T(i_{j+1})$$

$$T(i_j) + 1 + j \leq T(i_{j+1}) + j$$

Por tanto la ordenación decreciente es correcta ya que de esta forma no se empeora la solución del máximo

Por inducción se puede obtener esta ordenación

- Coste:
  - Ordenación: $O(n)$ / $O(n * \log n)$

    como es un árbol $m-1 \simeq n$
  - $\Theta(n)$ en espacio: basta añadir 1 campo en cada nodo
  - $O(n)$ subproblemas. Coste temporal completo:

    Si radix: $O(n) \cdot O(1) + O(n) = O(n)$

    Si merge: $O(n) \cdot O(1) + O(n \log n) = O(n \log n)$