

2.40) Tenim un graf no dirigit i connex $G = (V, E)$ amb pesos $w: E \rightarrow \mathbb{N}^+$, i tal que $|V| = n$ i $|E| = n$.
Doneu un algorisme lineal per a trobar el MST de G .

1) Idees:

- Grafo dirigido, conexo y con pesos positivos
- con n aristas tendremos estrictamente un ciclo
- Por definición un árbol tiene $n - 1$ aristas.
- Encontraremos el ciclo y eliminaremos la arista de mayor peso
- Por la regla del corte la arista no puede estar fuera del ciclo, ya que generaríamos un bosque

2) Algoritmo:

1. Utilizamos DFS/BFS para encontrar el ciclo y nos lo guardamos. Coste $O(n+m)$
2. Recorremos las aristas del ciclo y eliminamos la de mayor peso, en caso de empate, una cualquiera de las de mayor peso nos sirve. Coste $O(n)$
3. Derolvemos el árbol con $n - 1$ aristas.

3) Coste:

1. DFS/BFS : $O(n+m) \equiv O(n+n) \equiv O(n)$
2. Recorrido por el ciclo + eliminar la arista : $O(n)$

4) Correctitud:

Los árboles de expansión se obtiene eliminando aristas, (en este caso del único ciclo), hasta obtener $n - 1$ aristas. De acuerdo con la regla roja, en este caso es suficiente eliminar la arista de mayor peso perteneciente al ciclo. Si hubiera más de una arista con peso máximo en el ciclo, eliminando una cualquiera de esas aristas es suficiente.