

2.27

Fila i = 2

	O		
	O		
		O	
		O	

Moviments verticals:

Per col·locar a la fila "i" una fitxa amb posició (x_j, y_j) , on $1 \leq j \leq n$, s'han de fer $|i - y_j|$ moviments verticals.

El total dels moviments verticals és: $\sum_{j=1}^n |i - y_j|$

En l'exemple, podem observar que els moviments verticals necessaris són 4:

$$|2-1| + |2-2| + |2-3| + |2-4| = 1+1+2 = 4$$

	OO	OO	

Moviments horitzontals:

Per a cada columna, calculem el nombre de fitxes que han de transitar a través d'aquella columna i sabrem el nombre de moviments horitzontals que s'han de fer.

Per dur a terme aquest càlcul, primer calculem el nombre de fitxes que hi ha a cada columna j (f_j). En l'exemple, $f_1 = 0$, $f_2 = 2$, $f_3 = 2$ i $f_4 = 0$.

A continuació calculem el nombre de fitxes acumulades per a cada columna (quantes fitxes s'han posat ja entre la columna 1 i la columna k):

$$C_k = \sum_{j=1}^k f_j$$

En l'exemple, $C_1 = 0$, $C_2 = 2$, $C_3 = 2 + 2 = 4$ i $C_4 = 4$.

Hi ha 3 possibles casos:

- $C_k = k \rightarrow$ No ha de passar cap fitxa de $[1..k]$ a $[k+1..n]$. És el cas de la columna 2 (passarà 1 fitxa de k a k-1) i 4 (passarà una fitxa de k-1 a k)).
- $C_k < k \rightarrow$ Passaran $k - C_k$ fitxes de $[k+1..n]$ a $[1..k]$. És el cas de la columna 1, on passarà una fitxa de k+1 a k.
- $C_k > k \rightarrow$ Passaran $C_k - k$ de $[1..k]$ a $[k+1..n]$. És el cas de la columna 3, on passarà una fitxa de k a k+1.

Per tant, el nombre de fitxes que han de passar per cada columna és el nombre de moviments horitzontals:

$$\sum_{k=1}^n |k - C_k|$$

En l'exemple, podem observar que el nombre de moviments horitzontals són 2:

$$|1-0| + |2-2| + |3-4| + |4-4| = 1+1 = 2$$

Moviments totals

$$\sum_{j=1}^n |i - y_j| \quad + \quad \sum_{k=1}^n |k - C_k| \quad \rightarrow \quad \text{Cost } O(n)$$