ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ, OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE
KATEDRA GEOMATIKY

název předmětu

GEOINFORMATIKA

číslo úlohy	název úlohy
1	JPEG komprese a dekomprese rastru

školní rok	studijní skup.	číslo zadání	Zpracovali:	datum	klasifikace
2025/26		-	Philip-Július Otto Mykhailo Radchenko	12.10 2025	

TECHNICKÁ ZPRÁVA

1. ZADÁNÍ:

Úkolem bylo implementovat algoritmus pro JPEG kompresi a rastru zahrnující tyto fáze:

- transformaci do YC_BC_R modelu,
- diskrétní kosinovou transformaci,
- kvantizaci koeficientů,

Kompresní algoritmus bylo nutné otestovat na různých typech rastru, kterými jsou: rastr v odstínech šedi, barevný rastr, vhodného rozlišení a velikosti s různými hodnotami faktoru komprese
$q = 10, 50, 70.$

Pro každou variantu je zadáno vypočíst střední kvadratickou odchylku *m* jednotlivých *RGB* složek.

$$m = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=0}^{m*n}(z-z')^2}{m*n}\right)}.$$

Úkolem je též zhodnotit vhodnost jednotlivých rastrů pro JPEG kompresi.

V daním úkolu jsou ještě uvedený následující volitelné částí, které byli řešení v této práci:

- Resamplování rastru
- Konverze pixelů do ZIG-ZAG sekvencí
- Huffmanovo kódováni
- JPG dekomprese

2. POPIS A ROZBOR PROBLÉMU:

2.1 JPG komprese

Nejprve je potřeba převést *RGB (red, green, blue)* do barevného prostoru YC_BC_R *(luma, blue and red difference chroma component)* pomocí definovaných konstant.

$$\begin{pmatrix} Y \\ C_B \\ C_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2990 & 0.5870 & 0.1140 \\ -0.1687 & -0.3313 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.4187 & -0.0813 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{pmatrix}$$

Dále bylo pro použití diskrétní kosinové transformace nutné vstupní rastr převzorkovat na submatice 8x8, které do ní budou postupně vstupovat. Každý tento blok je podroben zmiňované DCT transformaci, což vytváří množinu koeficientů, které reprezentují frekvenční charakteristiky bloku. DCT je definována rovnicí níže.

$$F(u,v) = \frac{1}{4}C(u) * C(v)\left[\sum_{x=0}^{7}\sum_{y=0}^{7} f(x,y) * \cos\frac{(2x+1)u\pi}{16} * \frac{(2y+1)v\pi}{16}\right]$$

Kde

$$C(u) = \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}, & u = 0, \\ 1, & u \neq 0. \end{Bmatrix},$$

$$C(v) = \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}, & v = 0, \\ 1, & v \neq 0. \end{Bmatrix}.$$

Výsledné koeficienty jsou zaokrouhleny, což je s kvantizací jeden ze ztrátových faktorů JPEG komprese. Dále je provedena samotná kvantizace pomocí definovaných kvantizačních matic. Kvantizace způsobuje, že vyšší frekvenční složky jsou kvantizovány s nižší přesností než nižší frekvenční složky. Použité kvantizační matice vypadají následovně:

$$F_Q(u,v) = \frac{F(u,v)}{Q(u,v)},$$

Kde *Q(u,v)* je rozdílné pro složky *Y* a *C:*

$$Q(u,v)_{50}^{Y} = \begin{pmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 87 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 26 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{pmatrix}$$

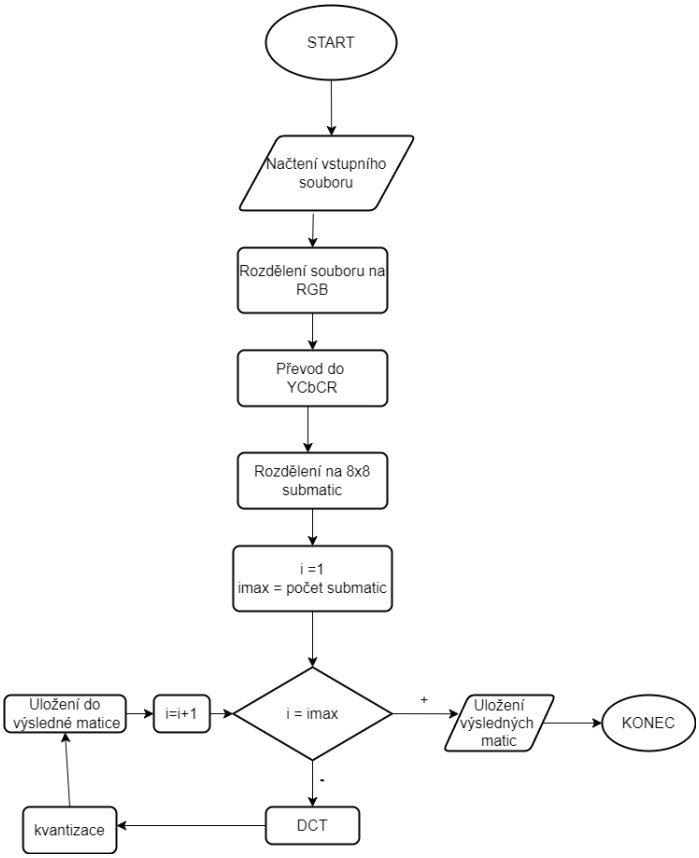
$$Q(u,v)_{50}^{C} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 24 & 47 & 66 & 99 & 99 & 99 \\ 18 & 21 & 26 & 66 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 24 & 26 & 56 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 47 & 69 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \end{pmatrix}$$

$$Q(u,v) = \frac{50 * Q(u,v)_{50}}{q}$$

Výsledkem jsou kompresované submatice pro jednotlivé kanály barevného prostoru YC_BC_R.

3. ***IMPLEMETACE:***

JPEG komprese byla provedena v softwaru MATLAB dle následujícího vývojového diagramu:



Načtení vstupního souboru bylo provedeno pomocí funkce *imread* a zobrazen pomocí *imshow*:

```
input_image = imread('image2.bmp');
imshow(input_image,[0 80]);
```

Vstupní rastrové soubory 8bitové barevné hloubky mají zvolené rozměry 128x128 pixelů pro urychlený proces výpočtu.
Takto načtený obrázek byl rozdělen na RGB složky:

```
R = double(input_image(:,:,1));
G = double(input_image(:,:,2));
B = double(input_image(:,:,3));
```

RGB bylo převedeno na YCbCr:

```
Y=0.2990*R+0.5870*G+0.1140*B;
Cb=-0.1687*R-0.3313*G+0.5000*B+128;
Cr=0.5000*R-0.4187*G-0.0813*B+128;
```

Poté byla vytvořena smyčka rozdělující matice na 8x8 pixelů, v níž byla provedena DCT, kvantizace a tvorba kompresovaných matic:

Samotná funkce provádějící DCT pojmenována *dct* přijímá na vstupu 8x8 matici a její výstup je transformovaná matice obsahující DCT koeficienty. Dvojitá vnořená smyčka (u, v) prochází všechny možné frekvenční koeficienty v 8x8 bloku. Pro každou hodnotu *u* a *v* jsou definovány váhy *Cu* a *Cv*. Pokud *u* a *v* jsou rovny 0, váhy jsou nastaveny jako polovina odmocniny ze dvou, jinak jsou nastaveny na 1. Další dvojitá vnořená smyčka pro *x* a *y* prochází všechny pixely v bloku. Pro každý pixel se vypočítá součet podle vzorce pro DCT. Výsledek se přičítá k proměnné *fuv*. Vypočítaný součet je uložen jako hodnota odpovídajícího DCT koeficientu.

4. BONUSOVÉ ÚLOHY:

4.1 Resamplování rastru

Tato funkce provádí tzv. 2×2 průměrování – tedy zmenší barevné rozlišení tím, že průměruje bloky po 2 pixelech na výšku i na šířku.

1) Vstup:

- Funkce dostane jednu barevnou složku (např. Cb nebo Cr) jako matici:
- Vytvoří novou (stejně velkou) matici, kam uloží průměrované hodnoty.

2) Smyčky po blocích 2×2

- Postupně prochází celou matici po **čtvercích 2×2** (tedy 4 sousední pixely).

Každý symbol má svůj unikátní binární řetězec (např. 101, 00, 1101...).

3) Výpočet průměru

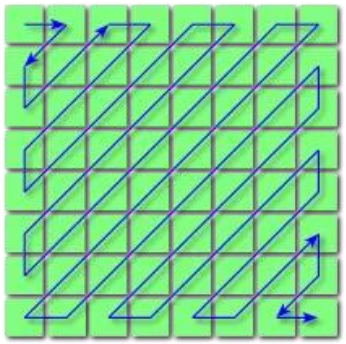
- Spočítá se průměr všech čtyř hodnot (mean(block(:))).
- Tento průměr se zapíše zpět do všech čtyř pozic toho bloku.
- Barevné informace (Cb a Cr) jsou **zjednodušené** – jemné detaily v barvách se ztratí, ale **luminance (Y)** zůstává ostrá.

Ukázka ze skriptu:

```
function C_resampled = resample_chrominance_2x2(C)
    % Get dimensions of chrominance matrix (Cb or Cr)
    [m, n] = size(C);

    % Prepare the output matrix of the same size
    C_resampled = zeros(m, n);

    % Loop through the image in 2×2 blocks
    for i = 1:2:m-1
        for j = 1:2:n-1

            % Extract the current 2×2 chrominance block
            block = C(i:i+1, j:j+1);

            % Compute average of all four pixels
            % (this is the lossy step – chroma subsampling)
            C_resampled(i:i+1, j:j+1) = mean(block(:));
        end
    …
```

4.2 Konverze pixelů do ZIG-ZAG sekvencí

Kompresované barevné složky YC_BC_R je třeba převést z matic do jedné řady pomocí Zig-zag sekvence. Tím byla převedena 2D data na 1D. Funkce konverze je vyznačena na následujícím obrázku.



Postup funkce:

1) Inicializace proměnných:

- Získá rozměry vstupní matice *[rows, cols] = size(M)* pomocí size a přiřadí je do proměnných *rows* a *cols*.

2) Průchod přes diagonály:

- Proměnná ***s*** označuje **součet indexů řádků a sloupců**.

Každá hodnota s tedy odpovídá **jedné diagonále** matice.

Např.:

- s = 0 → pozice (1,1)
- s = 1 → diagonála obsahující (1,2) a (2,1)
- s = 2 → diagonála obsahující (1,3), (2,2), (3,1), atd.

3) Směr pohybu se střídá:

- U **sudých** diagonál (s = 0, 2, 4...) se čte z **pravého horního rohu diagonály dolů doleva**.
- U **lichých** diagonál (s = 1, 3, 5...) se čte **opačně – zespodu nahoru doprava**.

Tím vzniká charakteristický „cik-cak“ (zig-zag) pohyb.

4) Ukládání hodnot

- Každý nalezený prvek se uloží do výstupního vektoru

Po dokončení všech diagonál máš vektor Z se všemi 64 hodnotami v pořadí používaném v JPEG.

5) Inverse Zig-Zag

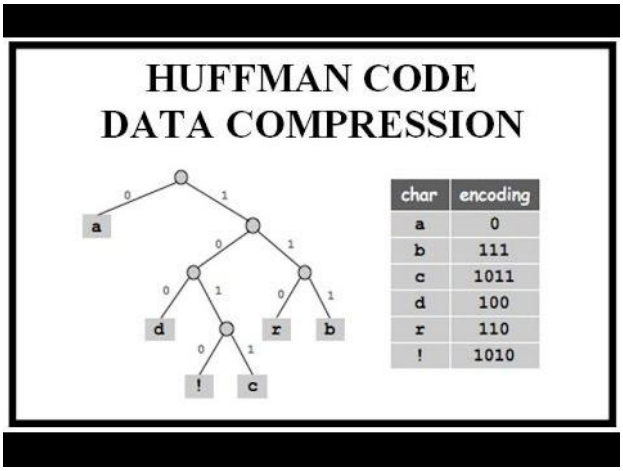
Funkce *inverse_zigzag(Z)* dělá přesný opak:

- Opět prochází diagonály ve stejném pořadí.
- Ale místo čtení do vektoru zapisuje hodnoty z Z zpět do 8×8 matice.

Ukázka ze skriptu:

```
function Z = zigzag(M)
    % Get matrix size
    [rows, cols] = size(M);

    % Output vector for zig-zag scan
    Z = zeros(1, rows * cols);
    index = 1;  % current write position

    % Traverse all diagonals of the matrix
    for s = 0:(rows + cols - 2)

        if mod(s, 2) == 0

            % Odd sum index: traverse from top-right to bottom-left
            for j = max(0, s - rows + 1):min(s, cols - 1)
                i = s - j;  % corresponding row index

                if i < rows
                    Z(index) = M(i + 1, j + 1);  % store element
                    index = index + 1;
                end
            end

        else

            % Even sum index: traverse from bottom-left to top-right
            for i = max(0, s - cols + 1):min(s, rows - 1)
                j = s - i;  % corresponding column index

                if j < cols
                    Z(index) = M(i + 1, j + 1);  % store element
                    index = index + 1;
                end
            …
```

4.3 Huffmanovo kódováni



1) Vytvoření tabulky četností:

- Funkce *huffman_codebook(data)* najde **unikátní symboly** (např. hodnoty kvantovaných DCT koeficientů).
- *symbols = unique(data)* Spočítá, **kolikrát se každý symbol v datech vyskytuje**.
- counts(i) = sum(data == symbols(i)) Tím získá seznam všech symbolů a jejich četností.

newnode.count = tree(a).count + tree(b).count;

newnode.left = a;

newnode.right = b;

- Tento proces se **opakovaně** provádí, dokud nezůstane jeden kořenový uzel = celý strom.

2) Stavba Huffmanova stromu:

- Každý symbol se nejdřív uloží jako samostatný **uzel** se svou četností.
- Poté kód postupně **spojuje dva nejméně časté uzly** do nového „rodiče“, jehož četnost je součtem obou.

3) Generování kódů:

Pomocí vnořené funkce traverse() kód rekurzivně **prochází strom**:

- Každý **levý** krok přidá do kódu '1',
- Každý **pravý** krok přidá '0'.

Každý symbol má svůj unikátní binární řetězec (např. 101, 00, 1101...).

4) Kódování dat (huffman_encode)

- Pro každý symbol z dat najde jeho odpovídající kód v codebooku
- Tyto kódy spojí do jednoho dlouhého **binárního řetězce** encoded, který představuje komprimovanou verzi bloku.

Ukázka ze skriptu:

```
function encoded = huffman_encode(data, codebook)
    % Convert a sequence of symbols into a binary string using the codebook
    encoded = ''; % output binary string

    for i = 1:length(data)
        % Find matching symbol in the codebook
        idx = find([codebook.symbol] == data(i), 1);

        % Append corresponding Huffman code
        encoded = [encoded codebook(idx).code];
    end
end
```

5) Dekódování dat (huffman_decode)

- Při dekompresi se tento binární řetězec čte **bit po bitu**.
- Skript zkouší, zda aktuální úsek odpovídá nějakému kódu v codebooku
- Jakmile najde shodu, přidá odpovídající symbol do výstupního vektoru decoded.

Ukázka ze skriptu:

```
function decoded = huffman_decode(encoded, codebook)
    % Decode a Huffman-encoded binary string back to symbols
    decoded = [];   % output vector
    idx = 1;        % current position in the encoded bitstream
    % Process until all bits are consumed
    while idx <= length(encoded)
        found = false;

        % Try all codes in the codebook to find a matching prefix
        for i = 1:length(codebook)
            L = length(codebook(i).code);

            % Check whether encoded substring matches this code
            if idx+L-1 <= length(encoded) && ...
               strcmp(encoded(idx:idx+L-1), codebook(i).code)

                % Append decoded symbol
                decoded(end+1) = codebook(i).symbol;

                % Move reading position forward
                idx = idx + L;
                found = true;
                break;
            end
        …
```

4.4 JPG dekomprese

JPG dekomprese postupuje po submaticích stejně jako JPG komprese.

```
Y_submatrix =  Y_transformed(i:i+7, j:j+7);
Cb_submatrix = Cb_transformed(i:i+7, j:j+7);
Cr_submatrix = Cr_transformed(i:i+7, j:j+7);
```

Barevné kanály jsou uvnitř smyčky pro celý rastr jsou nejprve dekvantizovány:

```
Y_dequantized  = round(Y_submatrix  .* Y_quantization_matrix_Y);
Cb_dequantized = round(Cb_submatrix .* CbCr_quantization_matrix_C);
Cr_dequantized = round(Cr_submatrix .* CbCr_quantization_matrix_C);
```

Na dekvantizovaných kanálech je provedena inverzní diskrétní kosinová transformace dle vztahů:

$$F(x,y) = \frac{1}{4}\left[\sum_{u=0}^{7}\sum_{v=0}^{7} C(u) * C(v) f(u,v) * \cos\frac{(2x+1)u\pi}{16} * \frac{(2y+1)v\pi}{16}\right]$$

kde

$$C(u) = \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}, & u = 0, \\ 1, & u \neq 0. \end{Bmatrix},$$

$$C(v) = \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}, & v = 0, \\ 1, & v \neq 0. \end{Bmatrix}.$$

Ta byla implementována funkcí *idct*, která funguje obdobně jako dříve popsaná funkce *dct*. Nejprve vnější smyčky pro *x* a *y* iterují přes každý pixel v 8x8 bloku. Vnitřní smyčky pro *u* a *v* terují přes všechny možné frekvenční složky v 8x8 bloku. Koeficienty *Cu* a *Cv* se vypočítají na základě *u* a *v* obdobně jako u DCT. Výsledek se přičítá k proměnné *sumResult* a konečný výsledek je uložen v matici *resultingInverseTransform*.

Následně byl rastr převeden z barevného prostoru YCbCr do RGB dle:

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0091 & -0.0032 & 1.3955 \\ 1.0091 & -0.3472 & -0.7206 \\ 1.0091 & 1.7689 & -0.0066 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ C_B \\ C_R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{pmatrix}.$$

Výsledný dekomprimovaný byl zobrazen.

```
% Output image

output_image = uint8(zeros(size(input_image)));
output_image(:, :, 1) = uint8(R_output);
output_image(:, :, 2) = uint8(G_output);
output_image(:, :, 3) = uint8(B_output);

% Display the output image
imshow(output_image);
```

5. ***VÝPOČET STŘEDNÍCH KVADRATICKÝCH CHYB:***

Z barevných složek RGB před a po kompresi jsou vypočteny čtverce jejich rozdílů.

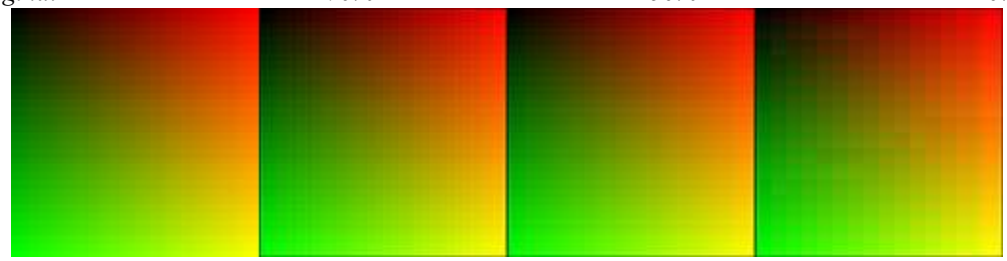
```
delta_R = R_output - R;
delta_G = G_output - G;
delta_B = B_output - B;
delta_R_squared = delta_R .* delta_R;
delta_G_squared = delta_G .* delta_G;
delta_B_squared = delta_B .* delta_B;
```

Z nich potom střední kvadratické chyby:

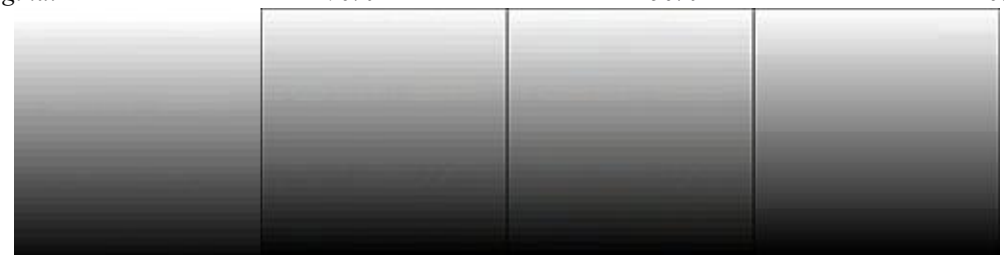
```
mean_R_error = sqrt(sum(sum(delta_R_squared)) / (m * n))
mean_G_error = sqrt(sum(sum(delta_G_squared)) / (m * n))
mean_B_error = sqrt(sum(sum(delta_B_squared)) / (m * n))
```

6. VÝSTUPY:

Originál *70%* *50%* *10%*

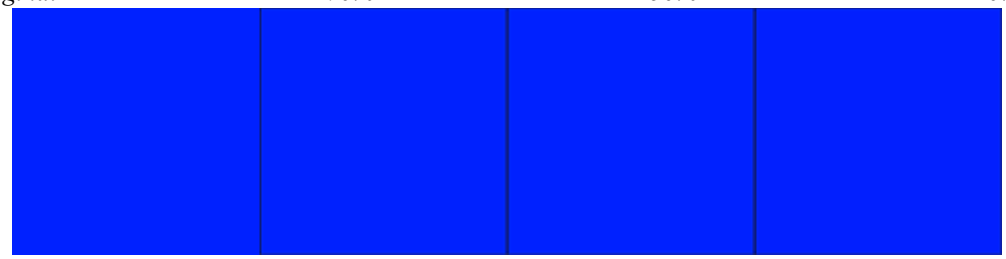


Originál *70%* *50%* *10%*



Originál *70%* *50%* *10%*

Originál *70%* *50%* *10%*



7. STŘEDNÍ KVADRATICKÉ ROZDÍLY RGB SLOŽEK U JEDNOTLIVÝCH RASTRŮ:

Barevný přechod			
q	m **R**	m **G**	m **B**
10	6.6573	3.0777	4.9043
50	2.6738	1.4935	1.8217
70	2.1593	1.6433	1.6253

Fotografie			
q	m **R**	m **G**	m **B**
10	12.5580	11.4898	14.4605
50	6.9776	6.4008	7.4819
70	6.1592	5.4100	6.8481

Barva			
q	m **R**	m **G**	m **B**
10	2.1102	2.4256	1.2803
50	0.1310	0.0918	0.2800
70	0.3675	0.0855	0.5657

Škála ve stupních šedí			
q	m **R**	m **G**	m **B**
10	2.9888	2.9384	3.0505
50	1.7635	1.6171	1.8818
70	1.5601	1.4739	1.6373

8. ZÁVĚR:

Díky výše uvedených tabulek vidíme, že JPG komprese je nejvíce vhodná pro rastry o jedné barvě. Nejméně vhodná je pro rastry vektorové kresby, jelikož vektorový obrázek má ostré hrany s extrémními barevnými přechody, které se díky kompresi rozmažou. U barevných fotografií není vhodné volit faktor komprese nižší jak 70%-80%, jelikož potom obraz znatelně degraduje a ztrácí rozmanitost barev. Černobílé fotografie jsou na JPEG kompresi mnohem méně náchylné, jelikož jsou si původní pixely barevně blíže.

Pro ideální funkci je nezbytné správně zvolit faktor komprese, tak aby byl soubor po kompresi co nejmenší a zároveň bylo zachováno co nejvíce obrazových informací.

Dne 12.10.2025 v Praze Mykhailo Radchenko, Philip-Július Otto