

# Дифференциальные уравнения в прикладных задачах

## Практическое задание №2. Поле направлений. Уравнения с разделяющимися переменными

---

### Аналитическая часть

1. Решить графически с помощью метода изоклин уравнение  $y' = y - x$ .
2. Решить графически с помощью метода изоклин уравнение  $y' + y/x = 0$ .
3. Решить уравнение  $y' = y^2$ .
4. Решить уравнение  $xydx + (x + 1)dy = 0$ .
5. Решить уравнение  $xy' - 2y = 0$ ,  $y(1) = 2$ .

### Практическая часть

1. Переходим в текстовый режим (F5) и набираем текст «Практикум №2» и указываем свои ФИО и номер группы. Возвращаемся в математический режим (F5).
2. Решим с помощью системы Maple первое упражнение из аналитической части. Сначала создаем дифференциальное уравнение (в символьной форме), используя оператор присваивания.  
►  $de1 := y'(x) = y(x) - x$ ;
3. Подключаем пакет для работы с дифференциальными уравнениями *DEtools*. Двоеточие означает, что выводить результат данной операции (в данном случае, список функций в подключаемом пакете) не надо.  
►  $with(DEtools)$  :
4. Для построения поля направлений применяется команда *dfieldplot* из пакета *DEtools*. Первым аргументом идет дифференциальное уравнение, вторым — неизвестная функция, дальше следуют различные опциональные аргументы — пределы графика, тип указателей, цвет и т.д.  
►  $dfieldplot(de1, y(x), x = -3..3, y = -3..3, arrows = 'line', color = 'blue')$ ;
5. Аналогичным образом решаем задачу 2 из аналитической части ( $y' + y/x = 0$ ), уравнению даем имя *de2*.
6. Переходим к решению дифференциальных уравнений в Maple, которое выполняется командой *dsolve*. Решим ДУ *de1*. Система выдает нам решение в явной форме (если она может такое решение найти) с константой интегрирования *\_C1*  
►  $dsolve(de1, y(x))$ ;
7. Построим интегральные кривые найденного решения. Для выделения функции из имеющегося решения ДУ надо воспользоваться командой *rhs*, которая возвращает правую часть заданного выражения. Чтобы сослаться на имеющееся решение надо нажать комбинацию клавиш **Ctrl+L** и в диалоговом окне указать номер нужной формулы. Интегральные кривые строятся командой *plot*, в которой первым аргументом указывается последовательность кривых.  
►  $plot([seq(rhs(\text{Ctrl+L}), \_C1 = -20..20)], x = -3..3, y = -3..3)$ ;

8. Чтобы сравнить два рисунка (на первом построено поле направлений, на втором — интегральные кривые), нужно построить эти два графика на одной картинке. Это можно сделать с помощью команды *display* из пакета *plots*. Для этого нужно сначала создать нужные графики, используя оператор присваивания, потом вызвать команду *display*, в аргументе которой указать список графиков для построения.

► *with(plots)* :

► *plot1 := dfieldplot(de1, y(x), x = -3..3, y = -3..3, arrows = 'line', color = 'red');*

► *plot2 := plot([seq(rhs(Ctrl+L), \_C1 = -20..20)], x = -3..3, y = -3..3);*

► *display([plot1, plot2]);*

9. Аналогичным образом решаем задачу 2 из аналитической части. При построении интегральных кривых (гиперболы в данном случае) с разрывами нужно в команде *plot* указать опцию *discont = true*.

10. Решите уравнения из упражнений 3 и 4 аналитической части и постройте их семейства интегральных кривых. Уравнение можно явно указывать прямо в вызове *dsolve*.

► *dsolve(y'(x) = y(x)<sup>2</sup>, y(x));*

11. Чтобы решить задачу Коши для дифференциального уравнения, надо в первом аргументе команды *dsolve* указать последовательность из уравнения и начального условия в фигурных скобках. В этом случае система выдает частное решение, которое не содержит в себе никаких произвольных констант. Решим таким образом следующую задачу Коши (и построим ее график):

$$xy' - 2y = 0, \quad y(1) = 2.$$

► *dsolve({xy'(x) - 2y(x) = 0, y(1) = 2}, y(x));*

► *plot(rhs(Ctrl+L), x = -3..3, y = -3..3);*

12. Решите следующие задачи Коши (с построением графика решения):

(a)  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2, \quad y(\pi/3) = 0;$

(b)  $y' \sin x = y \ln y, \quad y(\pi/2) = 1;$

(c)  $xy' + y = y^2, \quad y(1) = 1/2.$

Для задания числа  $\pi$  используйте константу *Pi* (с большой буквы). Функция *ctg* в Maple обозначается *cot*.

13. Сохраняем файл.