

Дифференциальные уравнения в прикладных задачах

Практическое задание №10. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами

Аналитическая часть

- Решите начальную задачу для линейного однородного уравнения: а) характеристическое уравнение; б) ФСР; в) общее решение; г) решение начальной задачи.

- | | |
|--|---|
| 1. $y'' + y' - 2y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3;$ | 7. $y'' - 2y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = 0;$ |
| 2. $y'' - y' - 2y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 0;$ | 8. $y'' - y' - 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 10;$ |
| 3. $y'' + 3y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 6;$ | 9. $y'' - 2y' - 8y = 0, y(0) = 6, y'(0) = 0;$ |
| 4. $y'' - 3y' - 4y = 0, y(0) = 5, y'(0) = 0;$ | 10. $y'' + 6y' + 5y = 0, y(0) = 0, y'(0) = -6;$ |
| 5. $y'' - 5y' + 4y = 0, y(0) = -3, y'(0) = 0;$ | 11. $y'' - 2y' - 15y = 0, y(0) = 8, y'(0) = 0;$ |
| 6. $y'' + 2y' - 3y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 4;$ | 12. $y'' - 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = -4.$ |

- Решите уравнение: а) характеристическое уравнение; б) ФСР; в) общее решение.

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1. $y'' + 2y' + y = 0;$ | 7. $y'' - 2y' + y = 0;$ |
| 2. $y'' - 4y' + 4y = 0;$ | 8. $y'' + 4y' + 4y = 0;$ |
| 3. $y'' + 6y' + 9y = 0;$ | 9. $y'' - 6y' + 9y = 0;$ |
| 4. $y'' - 8y' + 16y = 0;$ | 10. $y'' + 8y' + 16y = 0;$ |
| 5. $y'' + 10y' + 25y = 0;$ | 11. $y'' - 10y' + 25y = 0;$ |
| 6. $y'' - 12y' + 36y = 0;$ | 12. $y'' + 12y' + 36y = 0.$ |

- Решите уравнение: а) характеристическое уравнение; б) ФСР; в) общее решение.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1. $y'' - 4y' + 5y = 0;$ | 7. $y'' + 2y' + 17y = 0;$ |
| 2. $y'' - 2y' + 2y = 0;$ | 8. $y'' - 2y' + 10y = 0;$ |
| 3. $y'' + 2y' + 2y = 0;$ | 9. $y'' - 4y' + 29y = 0;$ |
| 4. $y'' + 4y' + 5y = 0;$ | 10. $y'' - 10y' + 26y = 0;$ |
| 5. $y'' - 6y' + 13y = 0;$ | 11. $y'' + 8y' + 25y = 0;$ |
| 6. $y'' + 4y' + 13y = 0;$ | 12. $y'' - 14y' + 50y = 0.$ |

Практическая часть

- Перейдите в текстовый режим (F5), наберите текст «Практикум №10», укажите свои ФИО и номер группы. Вернитесь в математический режим (F5).
- Подключите пакеты *plots* и *DEtools*.

3. Решите с помощью Maple своею первую задачу из аналитической части: шаги 4–10.
4. Задайте ДУ и начальные условия:
 - ▶ $ode1 := y'' + 4y' + 3y = 0;$
 - ▶ $ic1 := y(0) = 4, y'(0) = -2$
5. ФСР линейного однородного уравнения можно построить с помощью команды *dsolve* и опции *output*:
 - ▶ $FSR1 := dsolve(ode1, output = basis);$
6. Найдите общее решение ДУ:
 - ▶ $dsolve(ode1);$
7. Найдите решение начальной задачи:
 - ▶ $sol1 := rhs(dsolve(\{ode1, ic1\}));$
8. Постройте графики решений из ФСР и найденного решения начальной задачи:
 - ▶ $plot1 := plot(basis1, x = -5..5, y = -5..5);$
 - ▶ $plot2 := plot(sol1, color = red, thickness = 3, x = -5..5, y = -5..5);$
 - ▶ $display(plot1, plot2);$
9. Постройте анимацию по параметру $a \in [-4..4]$ графика решения начальной задачи для того же ДУ, но с начальным условием

$$y(0) = a, y'(0) = 0.$$

Анимация должна состоять из 100 кадров, включите трассировку (опция *trace = 11*).

10. Постройте анимацию по параметру $b \in [-15..15]$ графика решения начальной задачи для того же ДУ, но с начальным условием

$$y(0) = 0, y'(0) = b.$$

Анимация должна состоять из 100 кадров, включите трассировку (опция *trace = 11*).

11. Решите аналогичным образом свои вторую и третью задачи из аналитической части. В качестве начальных условий используйте условия из первой задачи.
12. Сохраните файл.