

1. Решите уравнение: $y' = 2 \frac{\ln x}{x}$.
2. Решите задачу Коши: $y' = -\frac{1}{1+x^2}$, $y(1) = 0$.
3. Решите однородное уравнение: $y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$.
4. Решите линейное уравнение 1-го порядка: $y' - \frac{y}{x} = x^2$.
5. С поверхности луны произведен выстрел тела вертикально вверх со скоростью 100 м/с. На тело действует сила тяжести. Ускорение свободного падения $g = 1.6$ м/с². Другими силам пренебречь. Найти:
 - а) Максимальную высоту h_{max} , которую достигнет тело.
 - б) Время t_{max} , которое потребуется телу для достижения максимальной высоты.
 - в) Время t_{back} , которое будет затрачено до возвращения тела обратно на поверхность.

Решение

1. Данное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными. Решение представлено в примере 3, в разделе 1.2 Простейшие дифференциальные первого порядка пособия Ершова Н.М.
2. Начальную задачу для уравнения с разделяющимися переменными необходимо решать аналогично первому. Решение представлено в разделе 1.3 *Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка* пособия Ершова Н.М.
3. Решение однородного уравнения представлено в примере 10 раздела 1.6 *Однородные уравнения* пособия.
4. Решение линейного уравнения представлено в примере 13 раздела 1.8 *Линейные уравнения* пособия.
5. Задача заключается в определении неизвестного закона изменения скорости объекта v с течением времени t , а также в определении неизвестного закона изменения высоты для объекта h с течением времени t . Необходимо выполнить следующие шаги:
 - а) Составляем дифференциальное уравнение с использованием второго закона Ньютона $m \frac{dv}{dt} = F$, где F это сумма всех приложенных к телу сил с учетом направления движения. В условии задачи указано, что на тело действует только одна сила – сила тяжести, которая направлена против направления движения тела. Важно отметить, что необходимо сформулировать задачу Коши и выделить только одно решение, зная, что в нулевой момент времени скорость составляла 100 м/с.
 - б) Решив составленное дифференциальное уравнение получаем закон изменения скорости тела $v(t)$. Зная закон изменения скорости можно найти время когда скорость тела станет равна 0. Это ответ на второй вопрос. Также это время можно использовать в дальнейшем для получения ответа на первый вопрос.
 - в) Поскольку $v = \frac{ds}{dt}$ можно составить второе дифференциальное используя функцию $v(t) = f(t)$ и заменив $v(t)$ на $\frac{ds}{dt}$. При этом также составить задачу Коши с использованием условия нулевой высоты в нулевой момент времени. Решив уравнение получим закон изменения высоты для тела.
 - г) Зная закон изменения высоты, представленный как функция $h(t) = F(t)$, можно найти максимальную высоту найдя максимум функции или подставив в функцию время, когда скорость тела станет равной нулю. Таким образом получим ответ на первый вопрос.
 - д) Полное время движения тела можно найти исходя из вида функции изменения высоты или решив соответствующие уравнение, т.е. найдя время, когда высота равна 0.

Обратите внимание, в пунктах 1-4 после решения необходимо указать ответ. Решением и ответом для дифференциального уравнения является функция $y(x)$, при подстановке которой в уравнение последнее обращается в тождество. Проверять решение необязательно, но ответ требуется выделить. То есть обвести или подчеркнуть полученную функцию $y(x)$ или написать слово «ответ» указав после полученную функцию.