

### Практическая часть

1. Перейдите в текстовый режим (F5), наберите текст «Практикум №8», укажите свои ФИО и номер группы. Вернитесь в математический режим (F5).
2. Подключите пакет *plots*.
3. Решаем задачу о лодке, которую тащат за собой вдоль берега (лекция 7, задача 1) на нерастяжимой веревке длины  $l$ . Дифференциальное уравнение для траектории лодки выглядит следующим образом:

$$y'(x) = -\frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{x}.$$

В начальный момент времени лодка находится в точке  $(l, 0)$ , поэтому начальное условие для дифференциального уравнения имеет вид:

$$y(l) = 0.$$

4. Решите сформулированную начальную задачу в Maple. Запомните решение в отдельной переменной.
5. Постройте семейство траекторий для различных значений параметра  $l \in [0.1, 1]$  с шагом 0.05.
6. Постройте аналогичную анимацию по параметру  $l$  в пределах  $l \in [0.1, 1]$ , содержащую 100 кадров.
7. Добавьте к параметрам анимации параметр  $trace = 20$ .
8. Решаем задачу о пловце (лекция 7, задача 2). Траектория его заплыва описывается следующей начальной задачей:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{y}{x} - k\sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}}, \\ y(1) &= 0, \end{aligned}$$

где  $k$  — отношение скорости течения реки к собственной скорости пловца.

9. Решите сформулированную начальную задачу в Maple. Запомните решение в отдельной переменной.
10. Постройте семейство траекторий для различных значений параметра  $k \in [0, 2]$  с шагом 0.1.
11. Постройте аналогичную анимацию по параметру  $k$  в пределах  $k \in [0, 2]$ , содержащую 100 кадров.
12. Добавьте к параметрам анимации параметр  $trace = 20$ .

13. Рассмотрим следующую задачу преследования. Мышь движется по кругу радиуса 1, стартуя с точки  $(1, 0)$ . Закон ее движения описывается формулами:

$$x_m(t) = \cos t, \quad y_m(t) = \sin t.$$

Кошка начинает преследования из начала координат, т.е.  $x(0) = 0, y(0) = 0$ . В каждый момент времени ее скорость направлена на мышь, а величина ее скорости численно равна расстоянию от нее до мыши в данный момент времени. Таким образом, координаты кошки подчиняются следующим дифференциальным уравнениям:

$$\frac{dx}{dt} = x_m(t) - x(t), \quad \frac{dy}{dt} = y_m(t) - y(t).$$

14. Решите эти два уравнения с указанными начальными условиями.
15. Постройте на одном графике траектории движения мыши и кошки (параметрический график, см. предыдущий семинар) для  $t \in [0, 12]$ .
16. Постройте анимацию (100 кадров) движения мыши и кошки по параметру  $T \in [0, 12]$  — верхняя граница рисования траектории:  $t \in [0..T]$ .
17. Измените границы рисования на  $t \in [\max(0, T - 0.05), T]$  и добавьте трассировку  $trace = 100$ .
18. Попробуйте другие траектории движения мыши, например,

$$x_m(t) = (1 + t/20) \cos t, \quad y_m(t) = (1 + t/20) \sin t;$$

$$x_m(t) = \cos t, \quad y_m(t) = \cos^2 t;$$

$$x_m(t) = \cos 3t, \quad y_m(t) = \sin 4t.$$

19. Сохраните файл.