

1. Решите задачу Коши:  $y' = -\frac{1}{1+x^2}$ ,  $y(1) = 0$ .
2. Решите однородное уравнение:  $y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .
3. Решите линейное уравнение 1-го порядка:  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ .
4. С поверхности луны произведен выстрел тела вертикально вверх со скоростью 100 м/с. На тело действует сила тяжести. Ускорение свободного падения  $g = 1.6$  м/с<sup>2</sup>. Другими силам пренебречь. Найти:
  - а) Максимальную высоту  $h_{max}$ , которую достигнет тело.
  - б) Время  $t_{max}$ , которое потребуется телу для достижения максимальной высоты.
  - в) Время  $t_{back}$ , которое будет затрачено до возвращения тела обратно на поверхность.

#### Решение

1. Начальную задачу для уравнения с разделяющимися переменными необходимо решать аналогично первому. Решение представлено в разделе 1.3 *Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка* пособия Ершова Н.М.
2. Решение однородного уравнения представлено в примере 10 раздела 1.6 *Однородные уравнения* пособия.
3. Решение линейного уравнения представлено в примере 13 раздела 1.8 *Линейные уравнения* пособия.
4. Задача заключается в определении неизвестного закона изменения скорости объекта  $v$  с течением времени  $t$ , а также в определении неизвестного закона изменения высоты для объекта  $h$  с течением времени  $t$ . Необходимо выполнить следующие шаги:
  - а) Составляем дифференциальное уравнение с использованием второго закона Ньютона  $m \frac{dv}{dt} = F$ , где  $F$  это сумма всех приложенных к телу сил с учетом направления движения. В условии задачи указано, что на тело действует только одна сила – сила тяжести, которая направлена против направления движения тела. Важно отметить, что необходимо сформулировать задачу Коши и выделить только одно решение, зная, что в нулевой момент времени скорость составляла 100 м/с.
  - б) Решив составленное дифференциальное уравнение получаем закон изменения скорости тела  $v(t)$ . Зная закон изменения скорости можно найти время когда скорость тела станет равна 0. Это ответ на второй вопрос. Также это время можно использовать в дальнейшем для получения ответа на первый вопрос.
  - в) Поскольку  $v = \frac{ds}{dt}$  можно составить второе дифференциальное используя функцию  $v(t) = f(t)$  и заменив  $v(t)$  на  $\frac{ds}{dt}$ . При этом также составить задачу Коши с использованием условия нулевой высоты в нулевой момент времени. Решив уравнение получим закон изменения высоты для тела.
  - г) Зная закон изменения высоты, представленный как функция  $h(t) = F(t)$ , можно найти максимальную высоту найдя максимум функции или подставив в функцию время, когда скорость тела станет равной нулю. Таким образом получим ответ на первый вопрос.
  - д) Полное время движения тела можно найти исходя из вида функции изменения высоты или решив соответствующие уравнение, т.е. найдя время, когда высота равна 0.

Обратите внимание, в пунктах 1-4 после решения необходимо указать ответ. Решением и ответом для дифференциального уравнения является функция  $y(x)$ , при подстановке которой в уравнение последнее обращается в тождество. Проверять решение необязательно, но ответ требуется выделить. То есть обвести или подчеркнуть полученную функцию  $y(x)$  или написать слово «ответ» указав после полученную функцию.