Контрольная работа №1. Теория полезности. Модель индивидуальных рисков

1 Вариант

1. Страхователь подвержен случайным потерям $X \sim Uniform(0, 10)$. Вычислить максимальную премию, которую готов заплатить страхователь с капиталом $w = 10$ и имеющий функцию полезности $U(w) = \sqrt{w}$ за полное страхование.

2. Вероятность наступления страхового случая по договору равна 0.03. В этом случае случайные выплаты имеют плотность

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \in [0, 1], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

   - Найти среднее и дисперсию суммарных выплат для портфеля из 100 таких же договоров.
   - Используя нормальную аппроксимацию, оценить вероятность того, что суммарные выплаты привысят средние более чем на 5%

3. Случайная величина X_1 имеет экспоненциальное распределение с параметром 3, а X_2 - экспоненциальное, с параметром 1. Предполагая независимость случайных величин, найти плотность распределения $S = X_1 + X_2$

2 Вариант

1. Страхователь подвержен случайным потерям $X \sim Exp(3)$. Вычислить максимальную премию, которую готов заплатить страхователь с капиталом $w = 30$ и имеющий функцию полезности $U(w) = -e^{-0.5w}$ за полное страхование.

2. Вероятность наступления страхового случая по договору равна 0.01. В этом случае случайные выплаты имеют плотность

$$f(x) = \begin{cases} 5x^4, & x \in [0,1], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

   - Найти среднее и дисперсию суммарных выплат для портфеля из 50 таких же договоров.
   - Используя нормальную аппроксимацию, оценить вероятность того, что суммарные выплаты привысят средние более чем на 1%

3. Случайная величина X_1 имеет экспоненциальное распределение с параметром 2, а X_2 - равномерное на отрезке $[0, 2]$. Предполагая независимость случайных величин, найти плотность распределения $S = 4X_1 + X_2$

3 Вариант

1. Страхователь подвержен случайным потерям $X \sim Exp(1)$. Вычислить максимальную премию, которую готов заплатить страхователь с капиталом $w = 10$ и имеющий функцию полезности $U(w) = -e^{-0.1w}$ за полное страхование.

2. Вероятность наступления страхового случая по договору равна 0.01. В этом случае случайные выплаты имеют функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^6, & x \in [0, 1], \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

   - Найти среднее и дисперсию суммарных выплат для портфеля из 150 таких же договоров.
   - Используя нормальную аппроксимацию, оценить вероятность того, что суммарные выплаты не привысят средние более чем на 5%

3. Случайная величина X_1 имеет экспоненциальное распределение с параметром 2, а X_2 - экспоненциальное, с параметром 5. Предполагая независимость случайных величин, найти плотность распределения $S = 7X_1 + X_2$

4 Вариант

1. Страхователь подвержен случайным потерям $X \sim Uniform(0, 5)$. Вычислить максимальную премию, которую готов заплатить страхователь с капиталом $w = 5$ и имеющий функцию полезности $U(w) = \sqrt{w}$ за полное страхование.

2. Вероятность наступления страхового случая по договору равна 0.01. В этом случае случайные выплаты имеют функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{8}, & x \in [0, 8], \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

   - Найти среднее и дисперсию суммарных выплат для портфеля из 150 таких же договоров.
   - Используя нормальную аппроксимацию, оценить вероятность того, что суммарные выплаты не превысят средние более чем на 5%

3. Случайная величина X_1 имеет экспоненциальное распределение с параметром 1, а X_2 - равномерное на отрезке $[0, 1]$. Предполагая независимость случайных величин, найти плотность распределения $S = X_1 + 3X_2$