ММС. Лабораторная работа №4.

Рассмотрим математические модели роста популяции.

Теория

Динамическая система с дискретным временем описывается рекуррентным соотношением

$$x_{t+1} = f(x_t), t = 0, 1, \dots$$

$x \in \mathbb{R}^n, f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$

Точка x^* называется **неподвижной** или **точкой равновесия**, если $f(x^*) = x^*$.

Точка x^* называется **переодической**, если $f^T(x^*) = x^*, T \in \mathbb{Z}$. T - период точки x^*.

Далее x - размер популяции, r -параметр роста популяции.

Модель экспоненциального роста

$$x_{t+1} = rx_t$$

Логистическая модель

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t)$$

Модель Морана

$$x_{t+1} = x_t \exp{(r(1 - x_t))}$$

Модель "хозяин-паразит"(Николсон, Бейли)

$$\begin{cases} x_{t+1} = bx_t \exp{(-ay_t)} \\ y_{t+1} = cx_t(1 - \exp{(-ay_t)}) \end{cases}$$

Здесь x_t и y_t — численность популяций хозяев и паразитов соответственно, $b > 1, a, c > 0$. Предполагается, что популяции состоят из непересекающихся поколений. Множитель $\exp(-ay_t)$ обозначает долю популяции хозяев, не зараженных паразитоидами. Только эта часть популяции выживает и воспроизводится. Для паразитов выражение $1 - \exp(-ay_t)$ означает вероятность обнаружения и заражения хозяина. Каждый зараженный хозяин на следующем шаге порождает с новых паразитоидов

Задание

1. Исследуйте поведение системы спустя большой промежуток времени в зависимости от
   - входных параметров (r, a, b, c)
   - начального положения (x_0)
2. Изобразите на графике некоторые траектории при различных параметрах
   - когда траектории ведут себя схоже
   - поведение траекторий существенно отличается
3. Определите такие значения параметров, что, когда параметр "переходит"через это значение, поведение системы качественно изменяется.

Полезные ссылки

1. https://www.youtube.com/watch?v=DH1cv0Rdf2w