一、填充題（每題 5 分，共計 40 分）

1. 試問 1, 2, 3,…, 200 中，共有多少個含有 12 個正因數？

2. 以 $\text{Arg}(\alpha)$表示複數α的主幅角，若 $\text{Arg}(z+2i)=\frac{5}{6}\pi$，$\text{Arg}(z-2i)=\frac{4}{3}\pi$，求複數 z。

3. 設 a, b 為實數，若函數 $f(x)=(a\cos x+b\sin x)\cos x$ 有最大值 5 及最小值-1，則求 a 之值。

4. 已知 $\overline{AB}=x,\ \overline{BC}=x+1,\ \overline{CA}=x+2$，且$\Delta ABC$ 的面積為$\frac{\sqrt{6}}{5}(x^2+x)$，求 x 的值。

5. 求方程式$\left(\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)\right)\log_2(\log_x 4)+2=0$ 的解。

6. 已知 $a_1=3$，$a_{n+1}=\frac{a_n+1}{2-a_n}$，求 a_{100}之值。

7. $x^4-5x^2+(4a+2)x-a^2-a=0$ 的根都是實根，求實數 a 的範圍。

8. 已知 $A(3, 4), B(-6, 0)$，且 P 為橢圓$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ 上的動點，若 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 的最小值為 m，最大值為 M，求數對(M, m)。

二、計算證明題（沒有過程不予計分，部份過程給部份分數，每題 12 分，共計 60 分）

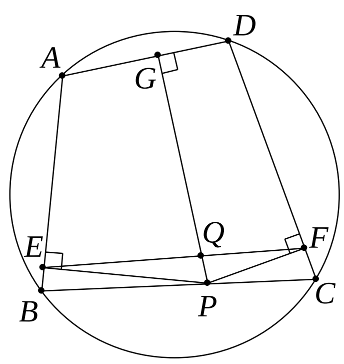
1. 已知 n^4-80n^2+100 為質數，求自然數 n 的解。

2. 設 x, y, z 皆大於 0，若 $x^4+y^2+z=21$，求 $\log_2 x+2\log_2 y+4\log_2 z$ 的最大值。

3. 設 k 為負實數，證明 $x^3-2\pi x^2-\sqrt{3}x+k=0$ 恰有一個正實根。

4. 透過以下步驟找出滿足下述條件之 n 的最小正整數值：「從 1~100 中任選 n 個數，其中必有一個數是另一個數的倍數。」
   (1) 從 1~100 中找出 50 個數，使得其中任一個數都不會是另一個數的倍數。(4 分)
   (2) 從 1~100 中任選 51 個數，證明其中必有一個數是另一個數的倍數。(8 分)

5. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中，P 為 $\overline{BC}$ 上一點，作 $\overline{PE}\perp\overline{AB}$ 於 E，$\overline{Pf}\perp\overline{CD}$ 於 F，$\overline{PG}\perp\overline{AD}$ 於 G，若 $\overline{PG}$ 和 $\overline{EF}$ 交於 Q，
   (1) 若 B, E 到直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 的垂足依序為 R, S，證明：$\overline{RS}=\dfrac{\overline{BE}\times\overline{CF}}{\overline{PC}}$。(6 分)
   (2) 證明：$\dfrac{\overline{EQ}}{\overline{QF}}=\dfrac{\overline{BP}}{\overline{PC}}$。(6 分)



班級______座號____姓名__________

一、填充題（每題 5 分，共計 40 分）

1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8.

二、計算證明題（沒有過程不予計分，部份過程給部份分數，每題 12 分，共計 60 分）

1.
2.

班級＿＿＿＿座號＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿

3.
4.
5.