

Towers of Hanoi:

- es gibt drei Türme/Plätze: A, B und C
- zu Beginn liegen n Scheiben unterschiedlicher Größe auf A; B und C sind leer
- Ziel ist es, die Scheiben von A nach B zu transportieren
- zu keinem Zeitpunkt darf eine Scheibe auf einer kleineren anderen liegen

Beispiel mit drei Scheiben:

- zu Beginn „Konfiguration“ (A: 1,2,3; B leer; C leer)
- Zug $A \mapsto B$, führt zu (A: 2,3; B: 1; C leer)
- Zug $A \mapsto C$, führt zu (A: 3; B: 1; C: 2)
- Zug $B \mapsto C$, führt zu (A: 3; B leer; C: 1,2)
- Zug $A \mapsto B$, führt zu (A leer; B: 3; C: 1,2)
- Zug $C \mapsto A$, führt zu (A: 1; B: 3; C: 2)
- Zug $C \mapsto B$, führt zu (A: 1; B: 2,3; C leer)
- Zug $A \mapsto B$, führt zu (A leer; B: 1,2,3; C leer)

Ein einfaches „interaktives Spiel“

Towers of Hanoi, allgemeine Strategie (Divide and Conquer):

- um n Scheiben von A nach B unter Nutzung von C zu bringen:
 - zunächst $n - 1$ Scheiben von A nach C unter Nutzung von B
 - dann eine Scheibe von A nach B
 - schließlich $n - 1$ Scheiben von C nach B unter Nutzung von A
- um $n - 1$ Scheiben von A nach C unter Nutzung von B zu bringen:
 - zunächst $n - 2$ Scheiben von A nach B unter Nutzung von C
 - dann eine Scheibe von A nach C
 - schließlich $n - 2$ Scheiben von B nach C unter Nutzung von A
- ...

```
data Place = A | B | C deriving Show
```

```
towers 0 i j k = [ ]
```

```
towers n i j k = towers (n - 1) i k j ++ [ (i, j) ] ++ towers (n - 1) k j i
```

```
> towers 3 A B C
```

```
[ (A, B), (A, C), (B, C), (A, B), (C, A), (C, B), (A, B) ]
```

```
module Main where
```

```
data Place = A | B | C deriving (Show, Read, Eq)
```

```
type Move = (Place, Place)
```

```
type Conf = ([Int], [Int], [Int])
```

```
run :: [Move] → Conf → [Conf]
```

```
run [ ]      c = [ c ]
```

```
run (m : ms) c = c : run ms (step m c)
```

```
step :: Move → Conf → Conf
```

```
step (A, B) (a : as, bs, cs) = (as, a : bs, cs)
```

```
step (A, C) (a : as, bs, cs) = (as, bs, a : cs)
```

```
step (B, A) (as, b : bs, cs) = (b : as, bs, cs)
```

```
step (B, C) (as, b : bs, cs) = (as, bs, b : cs)
```

```
step (C, A) (as, bs, c : cs) = (c : as, bs, cs)
```

```
step (C, B) (as, bs, c : cs) = (as, c : bs, cs)
```

← Typsynonyme zur Abkürzung

← „Simulierter Lauf“ einer
Zugfolge auf einer gegebenen
Konfiguration

```
animate n [ ]      = return ()
animate n (c : cs) = do output' c n
                    getLine
                    animate n cs
```

← jetzt „Hauptschleife“

```
main = do n ← readLn
        animate n (run (towers n A B C) ([1 .. n], [ ], [ ]))
```

```
output' (as, bs, cs) n = output n
                        (replicate (n - length as) 0 ++ as,
                         replicate (n - length bs) 0 ++ bs,
                         replicate (n - length cs) 0 ++ cs)
```

```
output n ([ ], [ ], [ ])      = return ()
output n (a : as, b : bs, c : cs) = do putStr (disc a n)
                                         putStr (disc b n)
                                         putStrLn (disc c n)
                                         output n (as, bs, cs)
```

← „hübsche Ausgabe“

```
disc :: Int → Int → String
disc 0 n = replicate (2 * n - 1) ' '
disc i n = replicate (n - i) ' ' ++ replicate (2 * i - 1) '*'
          ++ replicate (n - i) ' '

towers 0 i j k = [ ]
towers n i j k = towers (n - 1) i k j ++ [ (i, j) ] ++ towers (n - 1) k j i
```

reine Berechnung
einer String-
darstellung

unveränderte
„Ursprungslogik“

Anmerkungen:

- inkrementelle Entwicklung:
 - zunächst nur `run` und `step`; statt `animate` nur `print`
 - dann `animate`, mit `print` statt `output'`
 - schließlich `output`, `output'`, `disc`
- zwischendurch jeweils Testen von Teilfunktionalität
- nicht überall Funktionstypen „gepflegt“, stattdessen inferieren lassen

- Wir könnten das „interaktive Programm mit Visualisierung“ zu Towers of Hanoi dahingehend ändern, dass der **Nutzer** die Züge vorgibt.
 - ... dabei zunächst annehmen, dass stets nur korrekte Züge eingegeben werden,
 - ... oder explizite Checks mit (Fehler-)Meldung an den Nutzer einfügen,
 - ... vielleicht sogar die Möglichkeit schaffen, dass der Nutzer zu jedem Zeitpunkt um „Hilfe“ bitten kann, woraufhin das Puzzle vom aktuellen Stand aus wieder automatisch gelöst wird.

- **Prinzip** der FP:
 - **Spezifikation** = Folge von Funktionsdefinitionen
 - Funktionsdefinition = Folge von definierenden Gleichungen
 - **Operationalisierung** = stufenweise Reduktion von Ausdrücken auf Werte
- **Ausdrücke**:
 - Konstanten, Variablen, strukturierte Ausdrücke: **Listen**, **Tupel**
 - **Applikationen**
 - **list comprehensions**
- Systeme definierender **Gleichungen**:
 - Kopf, Rumpf (mit div. Beschränkungen)
 - (ggfs.) mehrelementige Parameterlisten
 - **Wächter**
- syntaktische Besonderheiten von Haskell:
 - von mathematischer Notation abweichende Funktionssyntax
 - lokale Definitionen (**let**, **where**)
 - Layoutregel

- Reduktion/Auswertung:
 - [pattern matching](#), eindeutige Fallauswahl, [Rekursion](#)
 - [lazy evaluation](#)
 - besondere Rolle von IO, [do](#)-Blöcke
- Listen:
 - Klammerdarstellung vs. Baumdarstellung (:), [pattern matching](#)
 - spez. Listenfunktionen (z.B. `length`, `++`, `!!`)
 - [arithmetische Sequenzen](#), [unendliche Listen](#), [list comprehensions](#)
- Typen (starke Typisierung, Typprüfung, Typinferenz):
 - [Datentypen](#)
 - Basisdatentypen (Integer etc.)
 - strukturierte Typen (Listen, Tupel)
 - algebraische Datentypdeklarationen, Konstruktoren
 - [polymorphe Typen](#), [Typvariablen](#)
 - [Funktionstypen](#)
 - Funktionstypdeklarationen, [Curryfizierung](#)
 - [Typklassen](#), Deklarationen, Instanzdefinitionen

- Funktionen **höherer Ordnung**:
 - Funktionen als Parameter und/oder als Resultate
 - **partielle Applikation**, **Sections**
 - **Lambda-Ausdrücke**
 - Funktionen höherer Ordnung auf Listen: **map**, **filter**, **foldr**, ...
- Verwendung expliziter Rekursionsschemata