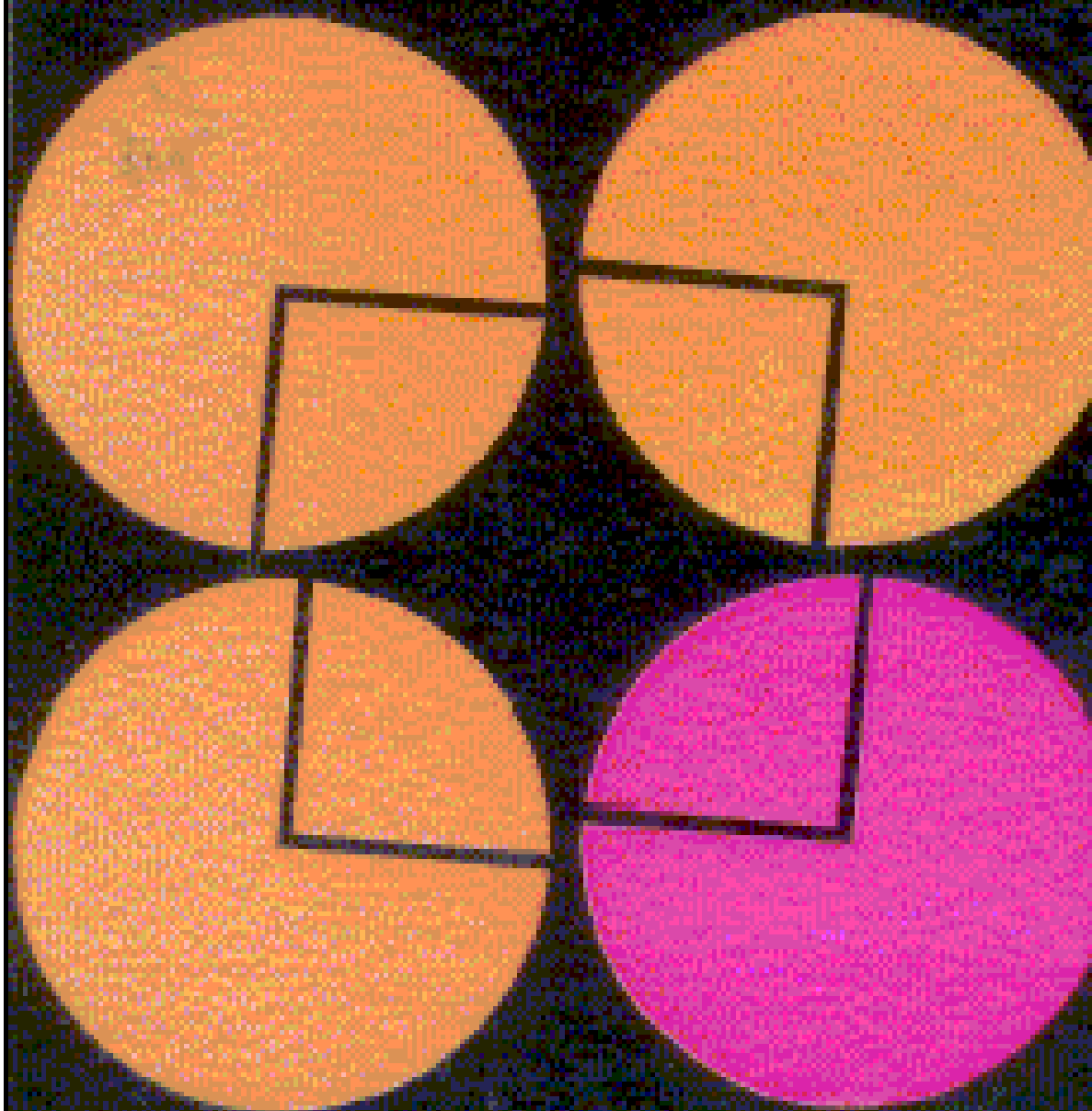


เรขาคณิต

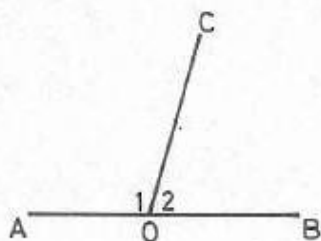


สมานันต์ เตชะสาธิต

ร.ร. เตรียมอุดมศึกษา

ทฤษฎีบท

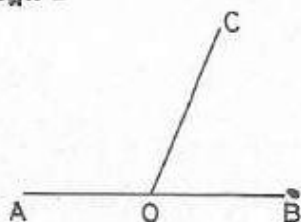
ทฤษฎีบทที่ 1



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งพบกับเส้นตรงอีกเส้นหนึ่ง ผลบวกของมุมประชิด 2 มุมที่เกิดขึ้นจะเท่ากับ 2 มุมฉาก

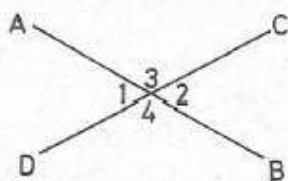
$$\text{จากรูป } \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

ทฤษฎีบทที่ 2



ณ จุดใด ๆ บนเส้นตรงเส้นหนึ่ง ถ้าต่อเส้นตรงอีก 2 เส้นออกไปจากจุดนั้น ในทิศทางตรงกันข้ามกันทำให้เกิดมุมประชิดซึ่งรวมกันได้เท่ากับ 2 มุมฉากแล้ว เส้นตรงทั้ง 2 ที่ต่อออกไปจะต้องเป็นเส้นตรงเส้นเดียวกัน
จากรูป AO และ OB เป็นเส้นตรงเส้นเดียวกัน

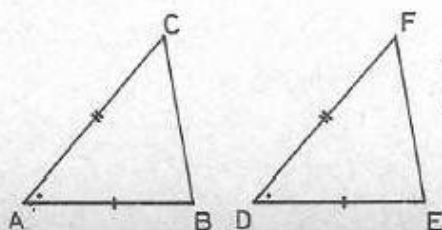
ทฤษฎีบทที่ 3



เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน มุมตรงกันข้ามจะเท่ากัน

$$\text{จากรูป } \angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4$$

ทฤษฎีบทที่ 4

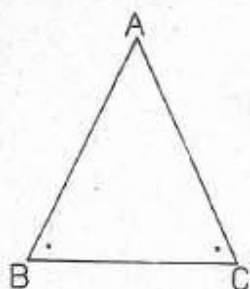


$\triangle 2$ รูปที่มี 2 ด้านเท่ากัน ด้านต่อด้าน และมุมระหว่างด้านทั้ง 2 เท่ากันด้วย $\triangle 2$ รูปนี้จะเท่ากันทุกประการ

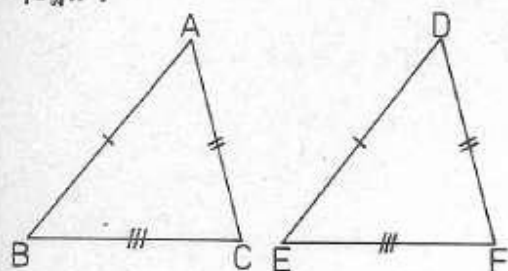
ทฤษฎีบทที่ 5

มุมที่ฐานของ \triangle หนึ่งจั่วจะเท่ากัน

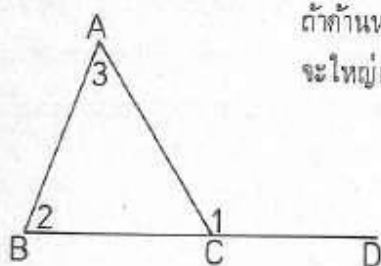
ทฤษฎีบทที่ 6

ถ้ามุมทั้ง 2 ของ \triangle เท่ากัน ด้านตรงข้ามกับมุมทั้ง 2 นั้น จะเท่ากันด้วย

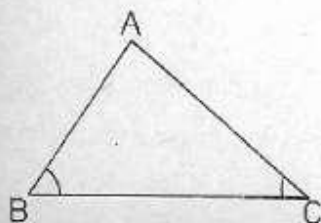
ทฤษฎีบทที่ 7

 \triangle 2 รูปที่มีด้านทั้ง 3 เท่ากัน ด้านคู่ด้าน \triangle 2 รูปนั้น จะเท่ากันทุกประการ

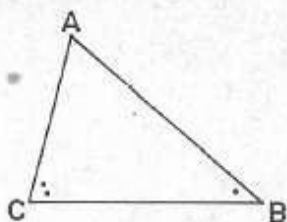
ทฤษฎีบทที่ 8

ถ้าด้านหนึ่งของ \triangle ถูกต่อออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะใหญ่กว่ามุมภายในที่อยู่ตรงกันข้ามทั้ง 2 มุมจากรูป $\angle 1 > \angle 2$ และ $\angle 1 > \angle 3$

ทฤษฎีบทที่ 9

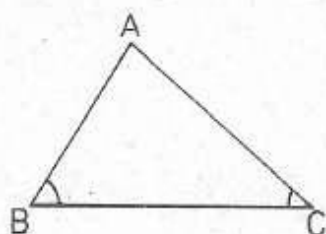
ใน \triangle ใดๆ มุมที่อยู่ตรงกันข้ามกับด้านที่ยาวกว่าจะโตกว่า มุมที่อยู่ตรงกันข้ามกับด้านที่สั้นกว่า

ทฤษฎีบท 10



ใน \triangle ใดๆ ด้านที่อยู่ตรงกันข้ามกับมุมที่ใหญ่กว่าจะยาวกว่าด้านที่อยู่ตรงกันข้ามกับมุมที่เล็กกว่า

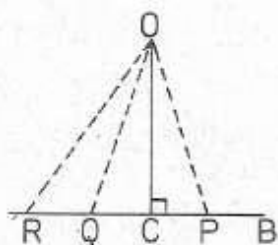
ทฤษฎีบท 11



ผลบวกของ 2 ด้านใดๆ ของ \triangle ย่อมมีค่ามากกว่าด้านที่เหลือนั้น

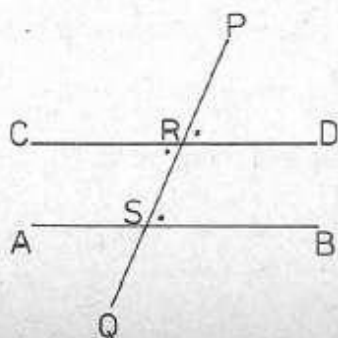
$$\text{จากรูป } AB + AC > BC$$

ทฤษฎีบท 12



ในบรรดาเส้นตรงทั้งหลายที่ลากจากจุดจุดหนึ่งไปยังเส้นตรงเส้นหนึ่ง เส้นที่ลากไปตั้งฉากจะเป็นเส้นที่สั้นที่สุด

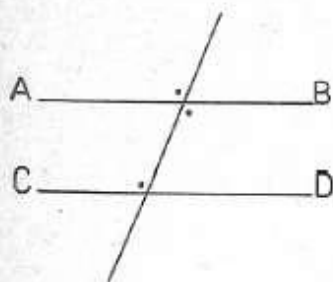
ทฤษฎีบท 13



ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งไปตัดกับเส้นตรงอีก 2 เส้นแล้วแล้ว ทำให้

- 1) มุมแย้งเท่ากัน หรือ
 - 2) มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในตรงกันข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตรงที่ตัดกัน หรือ
 - 3) ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ด้านเดียวกันมีค่าเท่ากับ 2 มุมฉาก
- แสดงว่าเส้นตรง 2 เส้นนั้นขนานกัน

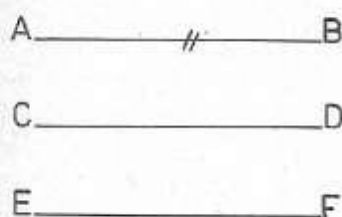
ทฤษฎีบทที่ 14



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่ง ไปตัดกับเส้นตรงอีก 2 เส้น
ที่ขนานกันแล้วจะทำให้

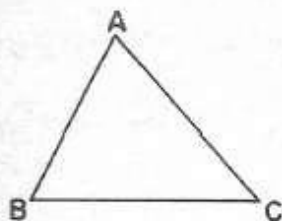
- 1) มุมแย้งเท่ากัน
- 2) มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในตรงกันข้ามบนด้านเดียวกัน
ของเส้นตรงที่ตัดกัน
- 3) ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ด้านเดียวกันมีค่าเท่ากับ 2 มุมฉาก

ทฤษฎีบทที่ 15



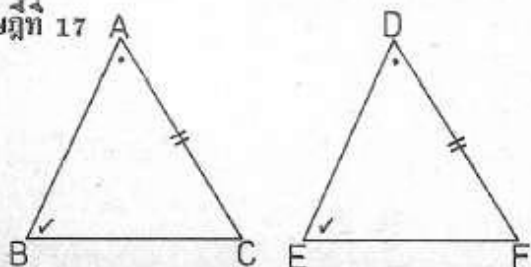
เส้นตรงทั้งหลายที่ขนานกับเส้นตรงเส้นเดียวกันย่อม
ขนานกัน

ทฤษฎีบทที่ 16



มุมทั้ง 3 ของ \triangle รวมกันเท่ากับ 2 มุมฉาก

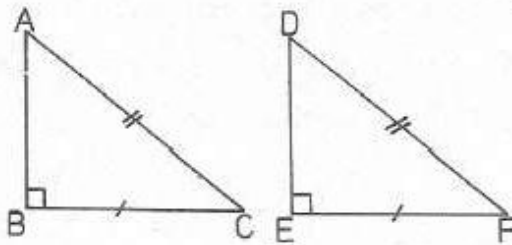
ทฤษฎีบทที่ 17



\triangle 2 รูปที่มีมุม 2 มุมเท่ากัน มุมต่อมุม
และมีด้านที่สมนัยกันเท่ากับ 1 ด้าน

\triangle ทั้งสองจะเท่ากันทุกประการ

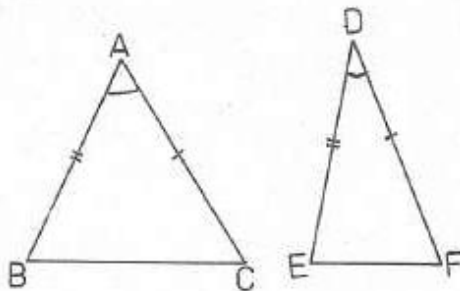
ทฤษฎีบท 18



\triangle มุมฉาก 2 รูปที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากัน
และ ด้านที่เหลือนี้อีก 1 ด้านเท่ากัน

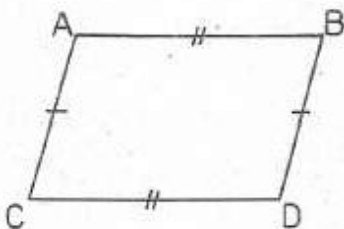
\triangle ทั้ง 2 จะเท่ากันทุกประการ

ทฤษฎีบท 19



\triangle 2 รูปมีด้านทั้งสองของ \triangle รูปหนึ่งเท่ากับด้านทั้งสองของ \triangle อีกรูปหนึ่ง ด้านเหลือนั้น แต่มุมประกอบด้านทั้งสองนั้นของ \triangle รูปหนึ่งโตกว่าของอีก \triangle หนึ่ง ดังนั้นฐานของ \triangle ที่มีมุมประกอบด้านโตกว่าจะยาวกว่าฐานของ \triangle ที่เหลือ

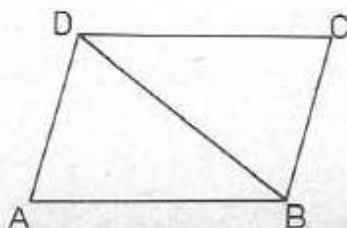
ทฤษฎีบท 20



เส้นตรง 2 เส้นที่โยงปลายของเส้นตรง 2 เส้น

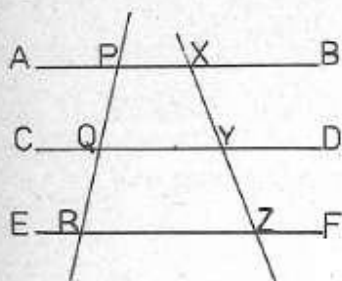
ที่ขนานกัน และเท่ากัน จะเท่ากันและขนานกัน

ทฤษฎีบท 21



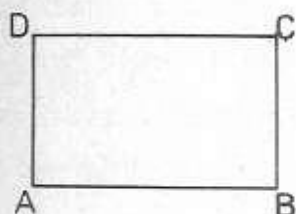
ด้านตรงกันข้ามและมุมตรงกันข้ามของสี่เหลี่ยมด้านขนาน
จะเท่ากัน และเส้นทแยงมุมจะแบ่งครึ่งสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ทฤษฎีบท 22



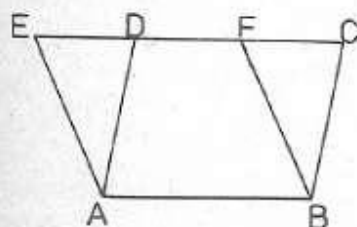
เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงที่ขนานกัน 3 เส้นหรือมากกว่า แล้วทำให้ส่วนตัดระหว่างเส้นขนานเหล่านั้นเท่ากัน แล้ว เส้นตรงอื่นๆ ทุกเส้นเมื่อตัดเส้นขนานเหล่านั้นก็จะให้ส่วนตัดระหว่างเส้นขนานเหล่านั้นเท่ากัน

ทฤษฎีบท 23



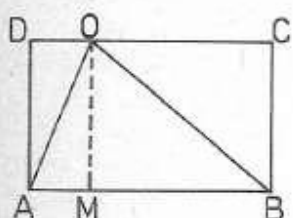
ผลคูณระหว่างด้านกว้างและด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะเท่ากับพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

ทฤษฎีบท 24



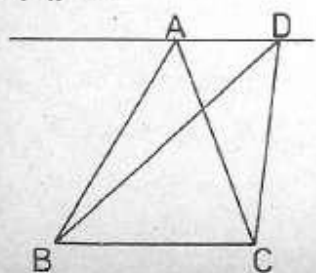
□ ถ้าเขื่อนที่ตั้งอยู่บนฐานเดียวกันและอยู่ระหว่างเส้นคู่ขนานเดียวกันจะมีพื้นที่เท่ากัน

ทฤษฎีบท 25



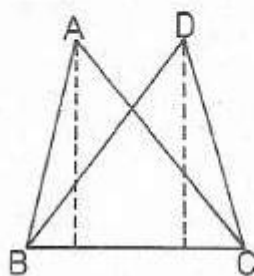
พื้นที่ของ \triangle จะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตั้งอยู่บนฐานเดียวกันและมีความสูงเท่ากัน

ทฤษฎีบท 26



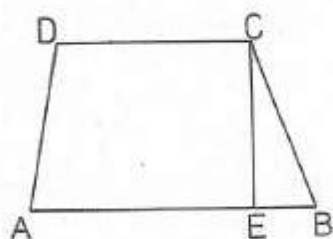
\triangle ที่ตั้งอยู่บนฐานเดียวกันและมีความสูงเท่ากันจะมีพื้นที่เท่ากัน

ทฤษฎีบท 27



△ ที่มีพื้นที่เท่ากันและตั้งอยู่บนฐานเดียวกันและบนด้านเดียวกันของฐานจะมีความสูงเท่ากัน

ทฤษฎีบท 28



พื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมู

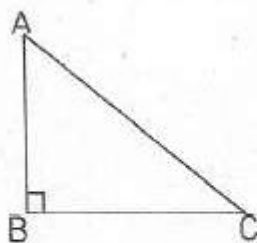
$$= \frac{1}{2} \times \text{ความสูง} \times (\text{ผลของด้านคู่ขนาน})$$

พื้นที่ของ □ ใด ๆ = $\frac{1}{2} \times \text{เส้นทแยงมุม} \times (\text{ผลบวกของเส้นที่ลากจากมุมยอดทั้งสองมายังเส้นทแยงมุมนั้น})$

$$\text{จากรูปพื้นที่ของ } \square ABCD = \frac{1}{2} \times DE \times (AB + CD)$$

$$\text{พื้นที่ของ } \square ABCD = \frac{1}{2} \times BD \times (CF + AE)$$

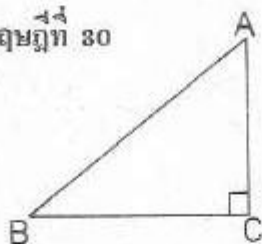
ทฤษฎีบท 29



ผลบวกของกำลังสองของด้านทั้งสองของ △ มุมฉากมีค่าเท่ากับกำลังสองของด้านที่ตรงกันข้ามกับมุมฉาก

$$\text{จากรูป } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

ทฤษฎีบท 30

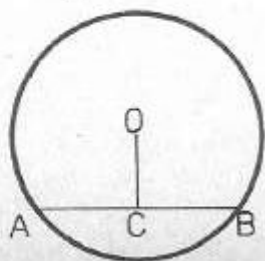


ถ้าผลบวกของกำลังสองของด้านทั้งสองของ △

มีค่าเท่ากับกำลังสองของด้านที่เหลือแล้ว

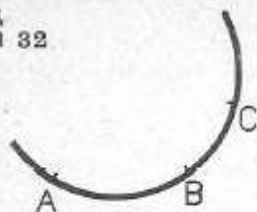
△ นั้นคือ △ มุมฉาก

ทฤษฎีบท 31



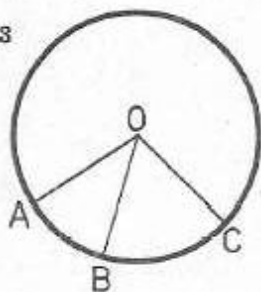
เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมมาแบ่งครึ่งคอร์ดใด ๆ ในวงกลมที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ดนั้นด้วย

ทฤษฎีบท 32



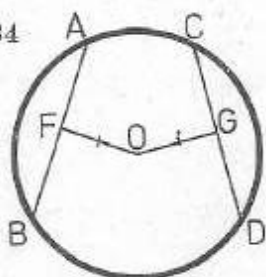
มีวงกลมเพียงวงเดียวที่สามารถผ่านจุด 3 จุดที่ไม่อยู่ในเส้นตรงเดียวกัน

ทฤษฎีบท 33



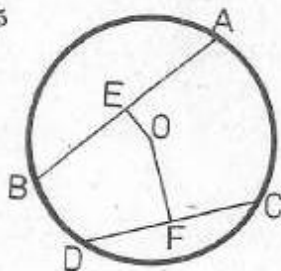
ถ้าจากจุดภายในวงกลมมีเส้นตรงมากกว่า 2 เส้นที่สามารถลากไปยังเส้นรอบวงได้และเส้นตรงเหล่านั้นยาวเท่ากันจุดจุดนั้นจะต้องเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ทฤษฎีบท 34



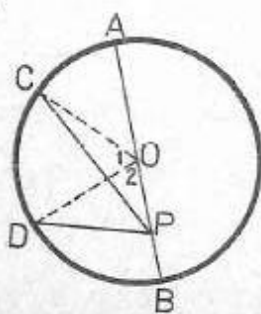
คอร์ดที่เท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน

ทฤษฎีบท 35



คอร์ดที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางของวงกลมมากกว่า จะยาวกว่าคอร์ดที่อยู่ไกลกว่าจากจุดศูนย์กลาง

ทฤษฎีบท 36

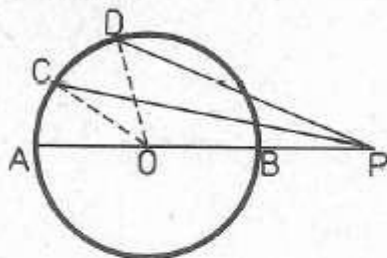


จากจุดใด ๆ ภายในวงกลม เส้นตรงที่ลากไปยังเส้นรอบวงเส้นที่ยาวที่สุดคือเส้นที่ลากผ่านจากจุดศูนย์กลางของวงกลมและเส้นที่สั้นที่สุดคือเส้นที่ต่อจากเส้นตรงที่ยาวที่สุดนั้น

และสำหรับเส้นตรงอื่นๆ เส้นที่ยาวกว่าได้แก่เส้นที่รองรับมุมที่โตกว่าที่จุดศูนย์กลาง

จากรูป PA ยาวที่สุด, PB สั้นที่สุด, กำหนด $\widehat{POC} > \widehat{POD}$ จะได้ PC ยาวกว่า PD

ทฤษฎีบท 37

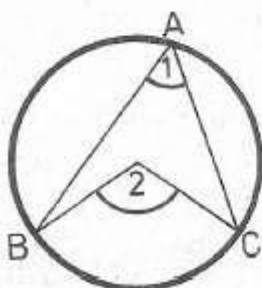


จากจุดภายนอกวงกลมใด ๆ เส้นตรงที่ลากมายังเส้นรอบวงของวงกลมเส้นที่ยาวที่สุด ได้แก่ เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และเส้นที่สั้นที่สุดก็คือเส้นที่เมื่อต่อออกไปแล้วจะผ่านจุดศูนย์กลาง และสำหรับเส้นตรงอื่น ๆ

เส้นที่ยาวกว่าคือเส้นที่รองรับมุมที่โตกว่า

จากรูป PA ยาวที่สุด PB สั้นที่สุด $PC > PD$

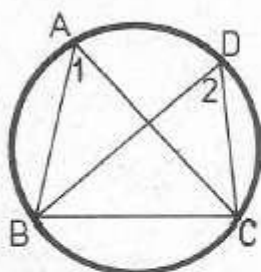
ทฤษฎีบท 38



มุมที่จุดศูนย์กลางจะเป็น 2 เท่าของมุมที่เส้นรอบวงที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จากรูป $\angle 2 = 2 \angle 1$

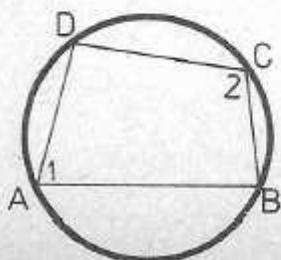
ทฤษฎีบท 39



มุมทั้งหลายที่อยู่ในเขกเมนต์เดียวกันของวงกลมเดียวกันย่อมมีค่าเท่ากัน

จากรูป $\angle 1 = \angle 2$

ทฤษฎีบท 40

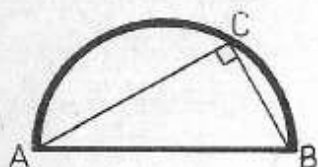


ผลบวกของมุมตรงกันข้ามของ \square ใด ๆ

ที่บรรจุอยู่ในวงกลมจะมีค่าเท่ากับ 2 มุมฉาก

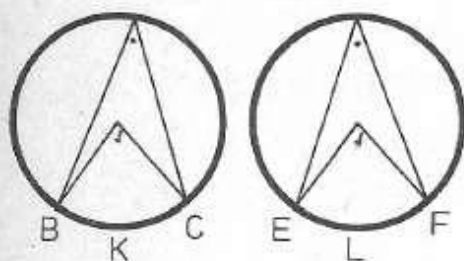
จากรูป $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

ทฤษฎีบท 41



มุมในครึ่งวงกลมจะมีค่าเท่ากับ 1 มุมฉาก

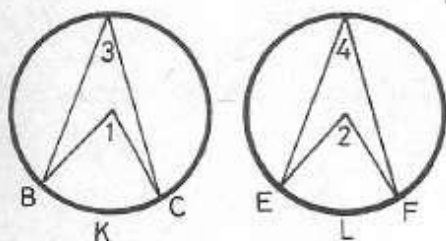
ทฤษฎีบท 42



วงกลมที่เท่ากัน ส่วนโค้งของวงกลมทั้งสองที่รองรับมุมเท่ากันที่จุดศูนย์กลางหรือที่เส้นรอบวงจะยาวเท่ากัน

$$\text{จากรูป } \widehat{BKC} = \widehat{ELF}$$

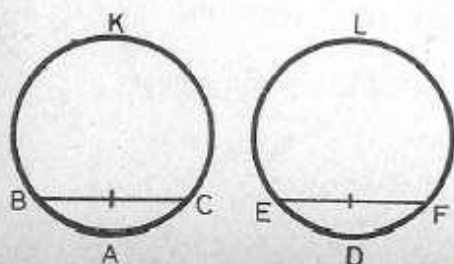
ทฤษฎีบท 43



ในวงกลมเท่ากัน มุมที่จุดศูนย์กลาง หรือที่เส้นรอบวงของวงกลมที่รองรับโดยส่วนโค้งของวงกลมที่เท่ากันจะมีค่าเท่ากัน

$$\text{จากรูป } \angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4$$

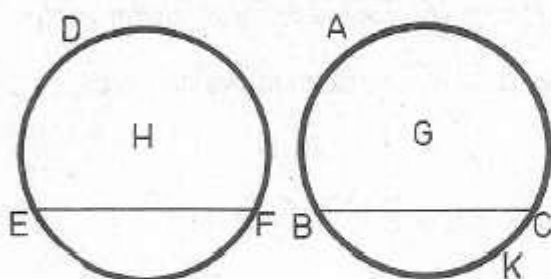
ทฤษฎีบท 44



วงกลมเท่ากัน, ส่วนโค้งของวงกลมที่หักกอร์ดเท่ากันจะเท่ากันโดยส่วนโค้งที่ยาวกว่าจะเท่ากัน และส่วนโค้งที่สั้นกว่าจะเท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{จากรูป } \widehat{BAC} &= \widehat{EDF} \\ \widehat{BKC} &= \widehat{ELF} \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 45

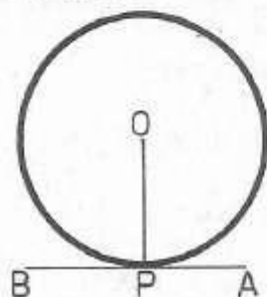


ในวงกลมเท่ากัน

คอร์ดที่ตัดส่วนโค้งออกเท่ากันจะเท่ากัน

จากรูป $BC = EF$

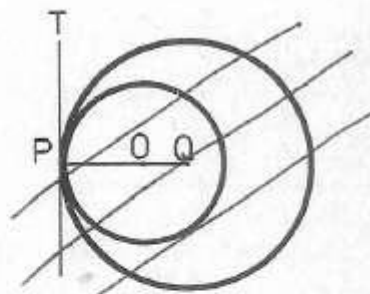
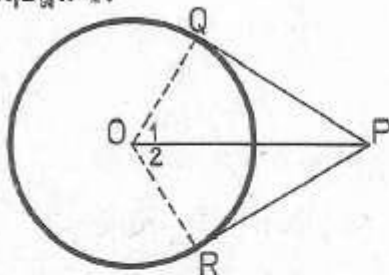
ทฤษฎีบท 46



เส้นสัมผัสของวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลม ณ จุดสัมผัส

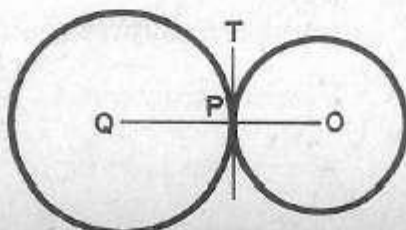
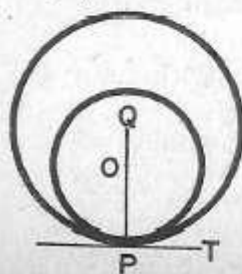
$AB \perp OP$

ทฤษฎีบท 47



จากจุดภายนอกวงกลมจะมีเส้นสัมผัสลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลมได้ 2 เส้น เท่ากัน

ทฤษฎีบท 48



ถ้าวงกลม 2 วงสัมผัสกันแต่ละกัน

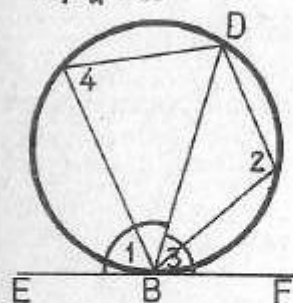
จุดสัมผัสและจุดศูนย์กลางของวงกลม

จะอยู่ในเส้นตรงเดียวกัน

จากรูป

O, P, Q, จะอยู่ในเส้นตรงเดียวกัน

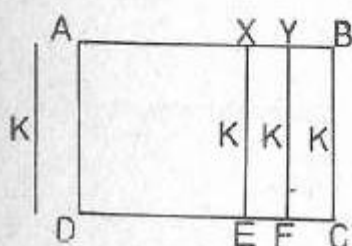
ทฤษฎีบท 49



มุมที่เกิดจากเส้นสัมผัสวงกลมทำกับคอร์ดของวงกลม
ที่จุดสัมผัสเท่ากับมุมในเซกเมนต์แย้งของวงกลม

จากรูป $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$

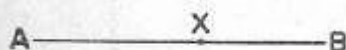
ทฤษฎีบท 50



เส้นตรง 2 เส้น เส้นหนึ่งถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อยต่างๆ
ผลคูณระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้นจะเท่ากับ
ผลบวกของผลคูณระหว่างเส้นตรงที่ไม่ถูกแบ่ง
กับส่วนย่อยของเส้นตรงที่ถูกแบ่งนั้น

จากรูป $AB.K = AX.K + XY.K + YB.K$

ทฤษฎีบท 51



จากรูป

$$AB^2 = AX^2 + XB^2 + 2 AX.XB$$

เส้นตรงถูกแบ่งภายใน ณ ที่จุดหนึ่ง
กำลังสองของเส้นตรงจะมีค่าเท่ากับ

ผลบวกของกำลังสองของแต่ละส่วนที่ถูกแบ่งนั้น
และ 2 เท่าผลคูณของส่วนที่ถูกแบ่ง 2 ส่วนนั้น

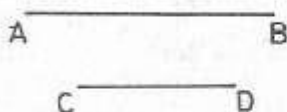
ทฤษฎีบท 52



ถ้าเส้นตรงถูกแบ่งที่ภายนอก, กำลังสองของเส้นตรง
จะมีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสองส่วนที่ถูกแบ่ง
ทั้งสองนั้นและหักออกด้วย 2 เท่าของผลคูณของ
ส่วนที่ถูกแบ่ง 2 ส่วนนั้น

จากรูป $AB^2 = AX^2 + XB^2 - 2 AX.XB$

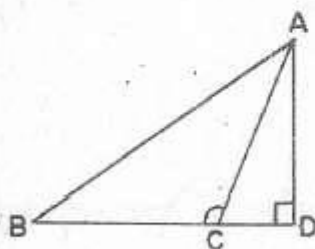
ทฤษฎีบทที่ 53



ผลต่างระหว่างกำลังสองของเส้นตรง 2 เส้นมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างผลบวกและผลต่างของเส้นตรงทั้งสองนั้น

$$\text{จากรูป } AB^2 - CD^2 = (AB + CD)(AB - CD)$$

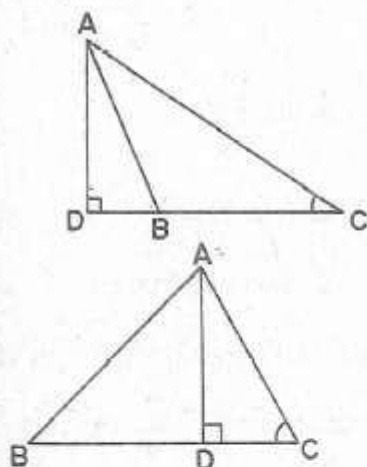
ทฤษฎีบทที่ 54



ใน \triangle มุมป้านใด ๆ กำลังสองของด้านที่อยู่ตรงกันข้ามกับมุมป้านจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านทั้งสองที่ประกอบมุมป้านนั้นรวมกับ 2 เท่าผลคูณระหว่างด้านใดด้านหนึ่งที่ประกอบมุมป้านกับเงาของอีกด้านที่เหลือ (projection)

$$\text{จากรูป } AB^2 = BC^2 + CA^2 + 2 BC \cdot CD$$

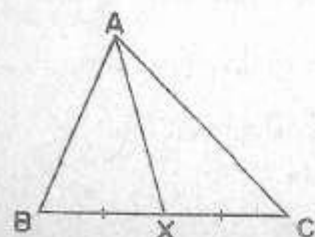
ทฤษฎีบทที่ 55



ใน \triangle ใด ๆ กำลังสองของด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมแหลมจะมีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านทั้งสองที่ประกอบเป็นมุมแหลมนั้นและหักออกด้วย 2 เท่าของผลคูณระหว่างด้านหนึ่งกับเงาของอีกด้านหนึ่งที่ประกอบมุมแหลมนั้น

$$\text{จากรูป } AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2 BC \cdot CD$$

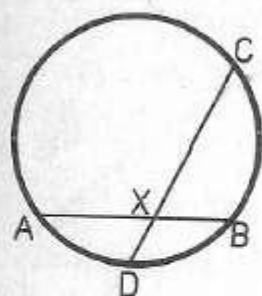
ทฤษฎีบทที่ 56



ใน \triangle ใด ๆ ผลบวกของกำลังสองของด้านทั้งสองจะมีค่าเท่ากับกำลังสองของครึ่งหนึ่งของด้านที่สามรวมกับ 2 เท่าของกำลังสองของเส้นมัธยฐาน ซึ่งลากมายังด้านที่สาม

$$\text{จากรูป } AB^2 + AC^2 = 2BX^2 + 2AX^2$$

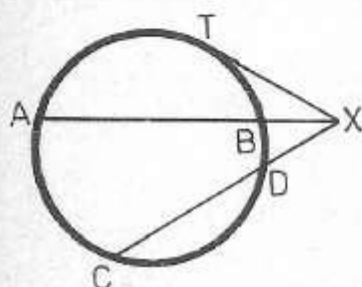
ทฤษฎีบท 57



คอร์ค 2 คอร์คใด ๆ ตัดกันภายในวงกลม
ผลคูณของส่วนตัดของคอร์คทั้งสองย่อมเท่ากัน

$$\text{จากรูป } AX \cdot XB = CX \cdot XD$$

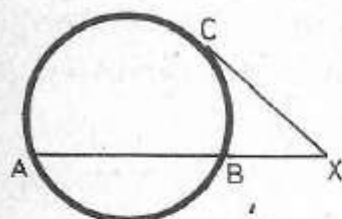
ทฤษฎีบท 58



คอร์ค 2 คอร์คใด ๆ ที่ตัดกันภายนอกวงกลมผลคูณของ
ส่วนตัดของคอร์คทั้ง 2 ย่อมเท่ากัน
และต่างก็เท่ากับ กำลังสองของเส้นสัมผัสวงกลม
ที่ลากจากจุดตัดนั้น

$$\text{จากรูป } AX \cdot XB = CX \cdot XD = XT^2$$

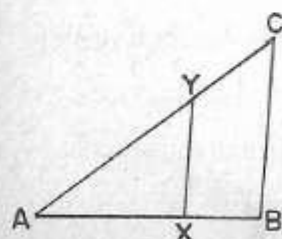
ทฤษฎีบท 59



จากจุดภายนอกวงกลมลากเส้นตรง 2 เส้น
เส้นหนึ่งตัดวงกลม อีกเส้นหนึ่งพบเส้นรอบวง
ถ้าผลคูณระหว่างเส้นตรงที่ตัดวงกลมกับส่วนของเส้นตรงนี้
ที่อยู่ภายนอกวงกลมเท่ากับกำลังสองของเส้นตรงที่พบเส้นรอบวงนั้นแล้ว
เส้นตรงที่พบเส้นรอบวงคือเส้นสัมผัสวงกลม

$$\text{จากรูป } XA \cdot XB = XC^2$$

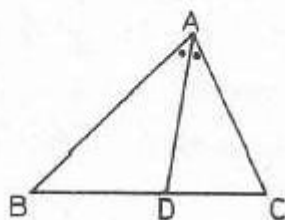
ทฤษฎีบท 60



ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งลากขนานกับด้านหนึ่งของ \triangle และ
ตัดอีก 2 ด้านของ \triangle ภายในหรือภายนอก \triangle ก็ตาม
จะตัดด้าน 2 ด้านของ \triangle นั้นเป็นอัตราส่วนกัน

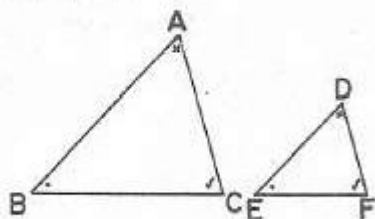
$$\text{จากรูป } AX:XB = AY:YC$$

ทฤษฎีบทที่ 61



เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของ \triangle ภายในหรือภายนอกก็ตาม
เมื่อลากมายังฐานจะแบ่งฐานในอัตราส่วนเดียวกับด้านอีก
2 ด้านของ \triangle

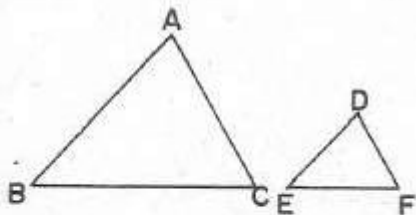
ทฤษฎีบทที่ 62



$\triangle 2$ รูปที่มีมุมเท่ากันทุกมุมควันทที่สมนัยกัน
จะเป็นอัตราส่วนกัน

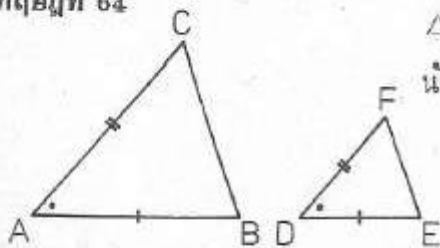
$$\text{จากรูป } AB:DE = AC:DF = CB:FE$$

ทฤษฎีบทที่ 63



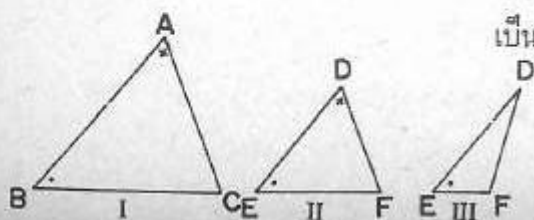
$\triangle 2$ รูปที่มีด้านที่สมนัยเป็นอัตราส่วนกัน
 $\triangle 2$ รูปนั้นจะเป็น \triangle ที่มีมุมเท่ากันทุกมุม

ทฤษฎีบทที่ 64



$\triangle 2$ รูปซึ่งมีมุมเท่ากันทุกมุม มุมต่อมุมและด้านที่สม
นัยกัน เป็นอัตราส่วนต่อกัน $\triangle 2$ รูปจะเป็นรูปคล้ายกัน

ทฤษฎีบทที่ 65

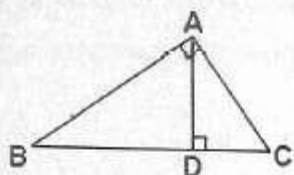


$\triangle 2$ รูปที่มีมุมที่หนึ่งเท่ากัน ด้านประกอบมุมที่สองเป็น
สัดส่วนต่อกัน \triangle ทั้งสองจะมีมุมที่สามเท่ากัน ทำให้เกิด
เป็น \triangle คล้ายหรือมีมุมที่สามรวมกันเป็น 2 มุมจาก

$$\text{จากรูป I, II } \angle C = \angle F$$

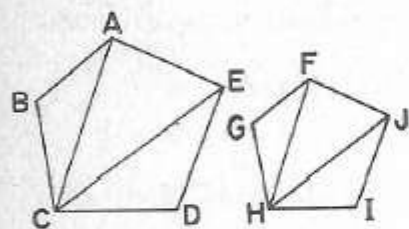
$$\text{„ I, III } \angle C + \angle F = 180^\circ$$

ทฤษฎีบท 66



เส้นตรงที่ลากตั้งฉากจากมุมฉากของ \triangle มุมฉาก ไปยัง
ด้านตรงข้ามมุมฉากจะแบ่ง \triangle ขยเป็น 2 รูป ซึ่งแต่ละ
รูปจะเป็น \triangle คล้ายกันและคล้ายกับ \triangle มุมฉากเดิมด้วย
จากรูป $\triangle BDA$ คล้ายกับ $\triangle ADC$ และคล้ายกับ $\triangle BAC$

ทฤษฎีบท 67



รูปหลายเหลี่ยมคล้ายเมื่อลากเส้นตรงจากมุมออกไปยังม
ยอกอื่น ๆ จะได้รูป \triangle ที่คล้ายกัน และเส้นตรงเหล่านั้น
จะเป็นอัตราส่วนกัน

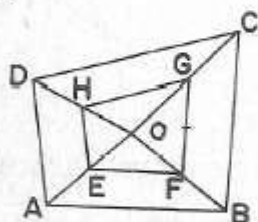
จากรูป ก) $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle FGH$

$\triangle ACE$ คล้ายกับ $\triangle FHJ$

$\triangle CED$ คล้ายกับ $\triangle HJI$

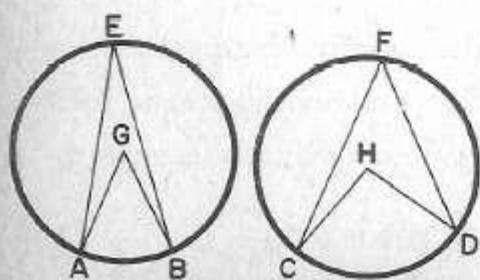
ข) $CD:HI = CE:HJ = CA:FH$

ทฤษฎีบท 68



รูปหลายเหลี่ยมคล้าย 2 รูป วางในลักษณะที่ลากเส้นต่อ
มุมเดียวกันได้มุมต่อมุม เส้นต่อมุมเหล่านี้จะไปพบกันที่
จุด ๆ หนึ่ง

ทฤษฎีบท 69

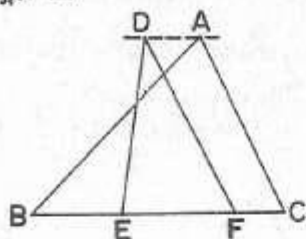


ในวงกลมเท่ากัน มุมที่จุดศูนย์กลางหรือที่เส้นรอบวงจะ
เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับมุ
นั้น ๆ

จากรูป $\angle AGB : \angle CHD = AB : CD$

$\angle AEB : \angle CFD = AB : CD$

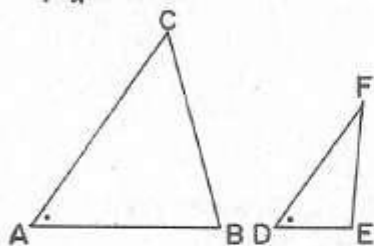
ทฤษฎี 70



อัตราส่วนของพื้นที่ของ \triangle ที่มี ความสูงเท่ากันจะเป็น
อัตราส่วนเดียวกับกับฐานของ \triangle ทั้งสอง

จากรูป $\triangle ABC: \triangle DEF = BC:EF$

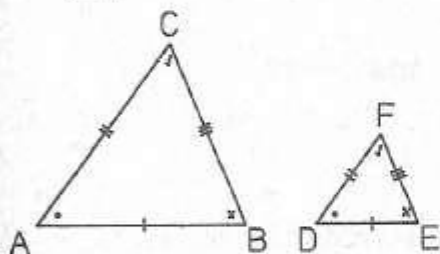
ทฤษฎี 71



อัตราส่วนของพื้นที่ของ \triangle ที่มีมุมเท่ากัน 1 มุม จะเป็น
อัตราส่วนเดียวกับอัตราส่วนของผลคูณของด้านประกอบ
มุมเท่ากัน

จากรูป $\triangle ABC: \triangle DEF = AB \cdot AC: DE \cdot DF$

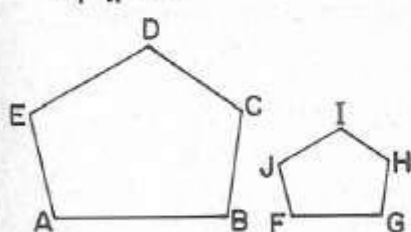
ทฤษฎี 72



อัตราส่วนของพื้นที่ของ \triangle คล้ายจะเป็นสัดส่วนโดยตรง
กับอัตราส่วนของกำลังสองของด้านที่สมนัยกัน

จากรูป $\triangle ABC: \triangle DEF = BC^2: EF^2$

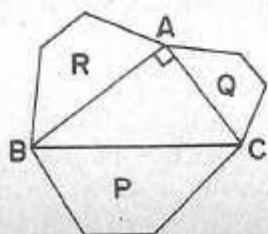
ทฤษฎี 73



อัตราส่วนของพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันจะเป็น
สัดส่วนโดยตรงกับอัตราส่วนของกำลังสองของด้านที่
สมนัยกัน

พื้นที่ ABCDE: พื้นที่ FGHIJ = $AB^2: FG^2$

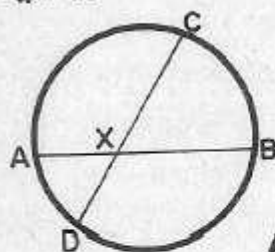
ทฤษฎี 74



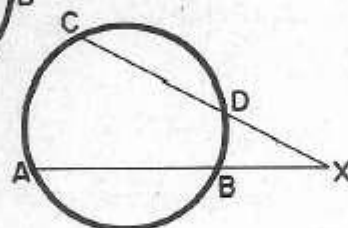
พื้นที่รูปหลายเหลี่ยมบนด้านตรงข้ามของ \triangle มุมฉากจะ
เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันและ
อยู่บนด้านที่ประกอบมุมฉากนั้น

จากรูป รูป R + รูป Q = รูป P

ทฤษฎีบท 76

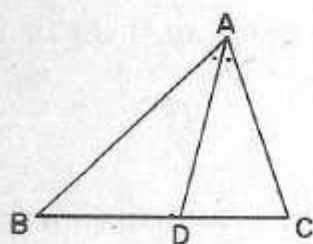


คอร์ด 2 คอร์ดตัดกันภายในหรือภายนอกวงกลม ผลคูณของส่วนตัดบนคอร์ดทั้งสองจะเท่ากัน



$$\text{จากรูป } XA \cdot XB = XC \cdot XD$$

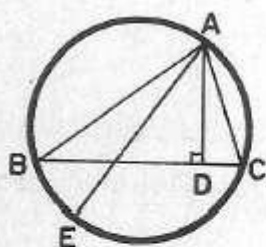
ทฤษฎีบท 76



เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของ \triangle เมื่อมาตัดที่ฐานจะทำให้ผลคูณระหว่างด้านทั้งสองที่ประกอบเป็นมุมยอดมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างส่วนตัดบนฐานรวมกับกำลังสองของเส้นแบ่งครึ่งมุมนั้น

$$\text{จากรูป } AB \cdot AC = BD \cdot DC + AD^2$$

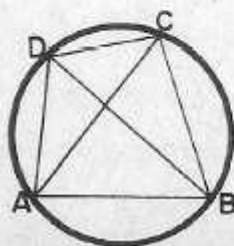
ทฤษฎีบท 77



ผลคูณระหว่างด้านทั้งสองที่ประกอบเป็นมุมยอดของ \triangle จะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างเส้นที่ลากตั้งฉากจากมุมยอดมายังฐานกับเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมที่ล้อมรอบ \triangle นั้น

$$AB \cdot AC = AE \cdot AD$$

ทฤษฎีบท 78



ผลคูณระหว่างเส้นทแยงมุม 2 เส้นของรูป \square ใดๆ ที่บรรจุอยู่ในวงกลมมีค่าเท่ากับผลบวกของผลคูณของด้านตรงข้ามของ \square นั้น

$$\text{จากรูป } AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot DA$$