

ตารางค่าความจริง

ประพจน์ คือ ประโยคที่เป็น ^Tจริง หรือ ^Fเท็จ เพียงอย่างเดียวเท่านั้น

เช่น $10 > 5$ จริง T
 $10 < 5$ เท็จ F

ตัวเชื่อมประพจน์ ใช้ใส่เชื่อม 2 ประโยค

ได้แก่ \wedge และ, กับ $p \wedge q$
 \vee หรือ $p \vee q$
 \rightarrow ถ้า...แล้ว... $p \rightarrow q$
 \leftrightarrow ก็ต่อเมื่อ $p \leftrightarrow q$
 \sim ไม่แล้ว $\sim p, \sim q$

* ตารางค่าความจริง *

P	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$
T	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	T	T	F	T	F
F	F	F	F	T	T	T	T

* สูตรสัจพจน์ *	
$T \wedge T = T$	คือเมื่อ 2 ประพจน์
$F \vee F = F$	
$T \rightarrow F = F$	
$T \leftrightarrow T = T$	
$F \leftrightarrow F = T$	

นิเสธ คือ ค่าตรงข้ามของประพจน์ เขียนอยู่ในรูป \sim

ยกตัวอย่าง

$5 \neq 0$ นิเสธของประโยคคือ $5 = 0$

$1+2 > 1$ " $1+2 \leq 1$

จงเขียนประโยคตาม * $\sqrt{\quad}$ * จ้างหน้าข้อความที่เป็นประพจน์ และเขียนเครื่องหมาย " \neg " จ้างหน้าข้อความที่ไม่เป็นประพจน์

1. $\sqrt{\quad}$ พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

2. \times ช่างเก็บขยะใช้ขวาน

3. $\sqrt{\quad}$ 0 เป็นจำนวนคู่

4. $\sqrt{\quad}$ $4 + 3 = 6$

หมายเหตุว่า เป็นประโยค

จงเขียนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ โดยให้ p แทนประพจน์แรก ส่วน q แทนประพจน์หลัง

1. $\overset{p}{\text{โศก}} \text{ และ } \overset{q}{\text{แค้นใจ}} \text{ เพราะ } \text{ฝนตก}$
 $p \wedge q$

2. ไปกินขนมหรือเล่นเกม
 $p \vee q$

3. ถ้า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว มุมทั้งสี่จะย่อมเป็นมุมฉาก
 $p \rightarrow q$

4. 5 นาท 10 วินาที น้อยกว่า 5 นาที
 $p \leftrightarrow q$



จงเขียนประโยคประพจน์

1) 3 น้อยกว่า 10

3 มากกว่าหรือเท่ากับ 10 หรือ $3 \geq 10$

2) 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

1 เป็นจำนวนเฉพาะ

3) ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

ดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออก

ถ้าให้ p, q, r มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ จงหาค่าความจริงของประพจน์ $p \equiv T$ $q \equiv T$

ความสำคัญของการคิดวิเคราะห์

1) วงเล็บ

2) \sim

3) \wedge

4) \vee

5) \rightarrow

6) \leftrightarrow

1. $p \vee q$



2. $p \wedge q$



3. $\sim p \wedge q$



4. $p \rightarrow \sim q$

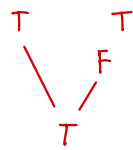


5. $\sim p \leftrightarrow q$

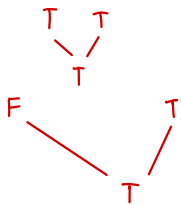


ในสแต็คที่ว่าง

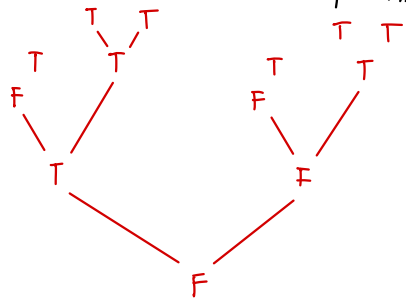
6. $\sim(\sim p) \vee \sim q$



7. $\sim(p \wedge q) \rightarrow q$



8. $[\sim p \vee (r \wedge q)] \wedge [\sim r \wedge (p \vee q)]$



สัจนิรันดร์ คือ รูปแบบของประพจน์ทางตรรกะที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

1) ทาลอสร้างตารางค่าความจริง

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

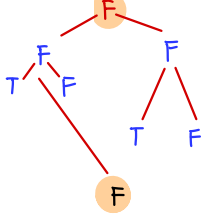
p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

} เป็นสัจนิรันดร์

เอาทุกแบบจั่ววย [สัจนิรันดร์]
ต้องเป็นจริง (T) ทุกกรณี
ไม่ใช่ว่าไม่เป็นสัจนิรันดร์จน

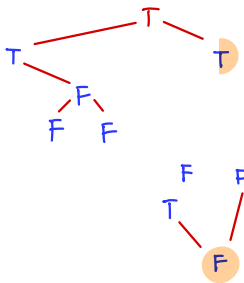
2) หากค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จใส่ประพจน์ มักเป็นและ ควรถueเป็นจริง แต่ ถ้าเป็นจริงควรถueเป็นเท็จ
ถ้าค่าความจริงขัดแย้งกันเป็นสัจนิรันดร์ แต่ถ้าไม่ขัดแย้งกันก็ไม่เป็นสัจนิรันดร์

$$(p \vee q) \vee (p \rightarrow q) \quad p \equiv T, q \equiv F$$



ไม่ขัดแย้งกัน ไม่เป็นสัจนิรันดร์

$$\sim (q \wedge r) \wedge (q \leftrightarrow r) \quad q \equiv F, r \equiv F$$



ขัดแย้งกัน เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่าง คือ มีค่าความจริงเท่ากัน สัจลักษณ์ \equiv

เช่น $p \equiv q$ คือ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

$$1) p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$* 2) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$** 3) p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$** 4) p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$5) \sim(\sim p) \equiv p$$

$$* 6) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$7) \sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$$

$$** 8) (p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

$$(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$



ตัวอย่าง ^① $(p \rightarrow q) \wedge r$ กับ ^② $(\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

$$\textcircled{1} (p \rightarrow q) \wedge r \equiv (\sim p \vee q) \wedge r$$

$$\equiv (\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

$$(\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r) \equiv (\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

สัจลักษณ์

ตัวอย่างประโยค 2 ประเภท

1. ∀ For all สำหรับทุกค่า

$\forall x$ สำหรับ x ทุกค่า

2. ∃ For some สำหรับบางค่า

$\exists x$ มี x บางค่า

ตัวอย่างประโยค 2 ตัว

$\forall x \forall y$ = for all x for all y
สำหรับ x และ y ทุกค่า

$\forall x \exists y$ = for all x for some y
สำหรับ x ทุกค่า มี y บางค่า

$\exists x \exists y$ = for some x for some y
มี x และ y บางค่า

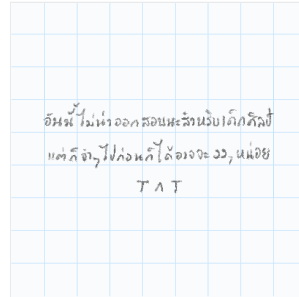
$\exists x \forall y$ = for some x for all y
มี x บางค่าสำหรับ y ทุกค่า

$\forall x [P(x)]$ $\begin{cases} \text{จริงเมื่อ } x \text{ ทุกค่าในเอกภพ เป็นจริง} \\ \text{เท็จเมื่อ } x \text{ บางค่าในเอกภพ เป็นเท็จ} \end{cases}$

$\exists x [P(x)]$ $\begin{cases} \text{จริงเมื่อ } x \text{ บางค่าในเอกภพ เป็นจริง} \\ \text{เท็จเมื่อ } x \text{ ทุกค่าในเอกภพ เป็นเท็จ} \end{cases}$

$\forall x \forall y [P(x, y)]$ จริงเมื่อ x, y ทุกค่าเป็นจริง
 เท็จเมื่อ x, y บางค่าเป็นเท็จ

$\exists x \exists y [P(x, y)]$ จริงเมื่อ x, y บางค่าเป็นจริง
 เท็จเมื่อ x, y ทุกค่าเป็นเท็จ



เอกภพบางค่าเป็น u

$\forall x \exists y [P(x, y)]$ จริงเมื่อ x ทุกค่าที่ ทำให้ y บางค่าเป็นจริง
 เท็จเมื่อ " ทำให้ y ทุกค่าเป็นเท็จ

$\exists x \forall y [P(x, y)]$ จริงเมื่อ x บางค่าที่ ทำให้ y ทุกค่าเป็นจริง
 เท็จเมื่อ " ทำให้ y บางค่าเป็นเท็จ

ตัวอย่าง

กำหนดให้ $u = \{0, 1, 2, 3\}$

1. $\exists x [x^2 = x+2]$

เป็นจริง เพราะถ้า ถ้าเราแทนค่าเท่ากับ 2 $2^2 = 2+2$
 $4 = 4$ ✓

2. $\forall x [x^2 = |x|]$

เป็นเท็จ เพราะถ้า ถ้าเราแทนค่า x เท่ากับ 2, 3

$$\begin{array}{ll} 2^2 = |2| & 3^2 = |3| \\ 4 = 2 \times & 9 = 3 \times \end{array}$$

3. $\forall x \exists y [x+y > x+1]$

เป็นจริง เพราะถ้า ถ้าเราแทนค่า x เป็นเลขทุกค่า และ y เป็น 3

$$\begin{array}{llll} 0+3 > 0+1 & 1+3 > 1+1 & 2+3 > 2+1 & 3+3 > 3+1 \\ 3 > 1 \checkmark & 4 > 2 \checkmark & 5 > 3 \checkmark & 6 > 4 \checkmark \end{array}$$

4. $\exists x \forall y [x+y \geq y^2]$

เป็นเท็จ เพราะถ้า ถ้าเราแทนค่า x เท่ากับ 3 และ y ทุกค่า

$$\begin{array}{llll} 3+0 \geq 0^2 & 3+1 \geq 1^2 & 3+2 \geq 2^2 & 3+3 \geq 3^2 \\ 3 \geq 0 \checkmark & 4 \geq 1 \checkmark & 5 \geq 4 \checkmark & \underline{6 \geq 9} \times \end{array}$$



ทวิอ้างเหตุผล

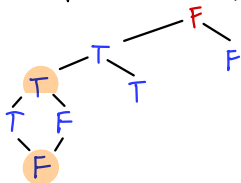
เหตุ : 1. $p \rightarrow q$
 2. p
 ผล : q

ทั้งหมด 2 อันนี้มาเชื่อมและ
 นำ เหตุและผล มาเชื่อมด้วย ถ้า... แล้ว...

วิธีทำ

$$(p \rightarrow q) \wedge (p) \rightarrow q$$

... และหาวิธีใช้วิธีเดียวกับสัจนิรันดร์



$$q \equiv F$$

$$p \equiv T$$

สมเหตุสมผลเพราะเป็นสัจนิรันดร์

