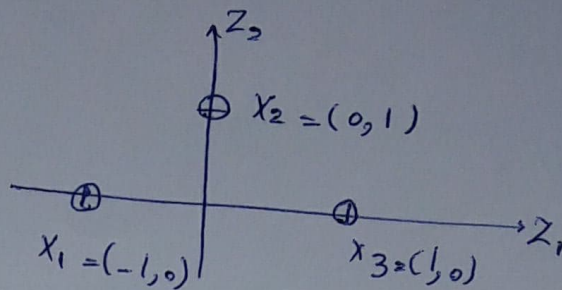


$$\sum \lambda_i y_i = 0 \rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = \lambda_3$$



$$g(y) = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \frac{1}{2} \sum \sum \lambda_i \lambda_j y_i y_j x_i^T x_j = 2(\lambda_1 + \lambda_2) - 0.5 \lambda_1^2 - 0.5 \lambda_2^2 - 0.5 (\lambda_1 + \lambda_2)^2 - \lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_1} = 0$$

$$\Rightarrow 2 - \lambda_1 - \lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_1 - \lambda_2 = 0 \rightarrow 2\lambda_1 + \lambda_2 = 1 \quad (I)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_2} = 0$$

$$\Rightarrow 2 - \lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (II) \quad \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \end{cases}$$

آنگاه

$$w = \sum \lambda_i y_i x_i = 0 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} (1) + 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (1) + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (-1) + (-1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow (-1, 1) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x_1 = x_2$$

$$Q: k(x_i, x_j) = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle$$

(kernel) توان

$$(الف) k(x_i, x_j) \stackrel{?}{=} k(x_j, x_i) \rightarrow k(x_j, x_i) = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle = \langle \phi(x_j), \phi(x_i) \rangle = k(x_j, x_i)$$

$$(ب) k(x_i, x_j) = \exp(-0.5 \|x_i - x_j\|^2) \quad \|\phi(x_i) - \phi(x_j)\|^2 = \langle \phi(x_i) - \phi(x_j), \phi(x_i) - \phi(x_j) \rangle = \langle \phi(x_i), \phi(x_i) \rangle + \langle \phi(x_j), \phi(x_j) \rangle - 2 \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle$$

$$= 1 + 1 - 2 \exp(0.5 \|x_i - x_j\|^2) \langle 2 \rangle$$

$$(ج) \|x_{far} - x_i\| \gg 0 \quad \forall i \in S_V$$

$$k(x_{far}, x_i) \approx 0 \quad x_i \in S_V$$

$$\sum_{i \in S_V} y_i \cdot w_i k(x_i, x) \approx 0 \rightarrow f(x_{far}, a, b) \approx b$$

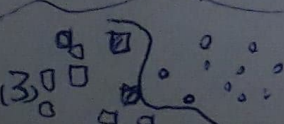


$$\text{hard margin } k(x_i, x_j) = \exp(-10 \|x_i - x_j\|^2)$$

Kernel گوی و کار طبقه بندی و محاسبات

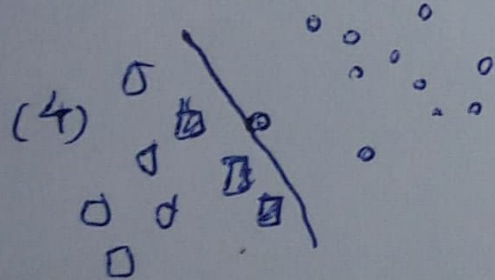


soft margin  $c=10$  و مرز srm خطی است به طای این حالت از این حالت گفتار



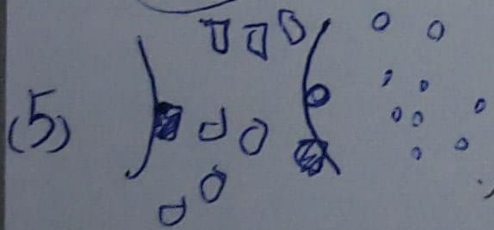
مقدار را میانی است

Soft margin  $C=1$



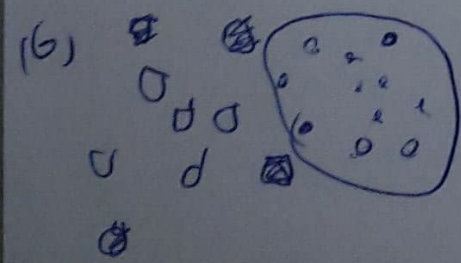
چون  $C=1$  نسبت به این خطای بیشتری دارد و من  $SM$  فضا است این  
 مدل برای کل انتخاب می شود.

hard margin  $K(x_i, x_j) = x_i \cdot x_j + (x_i \cdot x_j)^2$



عندما به کل فضای هسته و معادله ای که می بینیم به معادله فضای هسته نسبت می دهیم این مدل

hard margin  $\exp(-0.1 \cdot \|x_i - x_j\|^2)$



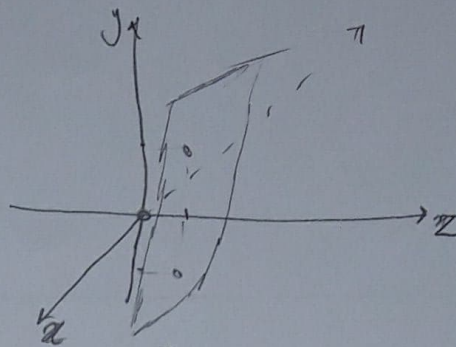
چون  $0.1$  کمالات به سختی گشتات و این مدل انتخاب می شود.



4

$$\vec{w} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0, y_1 = -1 \\ x_2 = -1, y_2 = 1 \\ x_3 = 1, y_3 = 1 \end{cases}$$

الف)



بدان روش منصفه  
حدا کتبات

الف)  $\phi(x) = [1, x, x^2]$

ب)  $w = (w_1, w_2, w_3)^T$

$$\min_{w,b} 0.5 \|w\|_2^2$$

s.t.  $y_i (w^T \phi(x_i) + b) = 1 \quad i=1,2,3$

تبدیل

$\downarrow$   
 $w = (0, 0, 2)^T, b = -1 \text{ Margin} = ?$

داریم  $\phi(x) = [1, x, x^2] \rightarrow x_1 = 0 \rightarrow [1, 0, 0]^T, y_1 = -1$   
 $\rightarrow x_2 = -1 \rightarrow [1, -1, 1]^T, y_2 = 1$   
 $\rightarrow x_3 = 1 \rightarrow [1, 1, 1]^T, y_3 = 1$

داریم:

$$\arg \min_{w,b} 0.5 (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2) + \mu_1 (-1(w_1 + b) - 1) + \mu_2 (w_1 - w_2 + w_3 + b - 1) + \mu_3 (1(w_1 + w_2 + w_3 + b) - 1)$$

s.t.  $\begin{cases} w_1 + b = -1 \\ w_1 - w_2 + w_3 + b = 1 \\ w_1 + w_2 + w_3 + b = 1 \end{cases}$

داریم

$$L(w, b, \alpha) = \sum \alpha_i - 0.5 \sum \alpha_i y^{(i)}$$

$$\alpha_1^*, \alpha_2^*, \alpha_3^* = \max_{\alpha_1, \dots, \alpha_3} L(w, b, \alpha)$$

$$\Rightarrow L(w, b, \alpha) = 2\alpha_2 + 2\alpha_3 - \alpha_2^2 - \alpha_3^2 \quad \frac{\partial L}{\partial \alpha_1} = 0$$

$$-2\alpha_2 + 2 = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_2} = 0 \quad -2\alpha_3 + 2 = 0 \Rightarrow \alpha_3 = 1$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 = 1 + 1 \rightarrow w^* = \sum \alpha_i x^{(i)} y^{(i)} \rightarrow w^* = [0, 0, 2]^T$$

$$6 = -w^T x^{(1)} + y^{(1)} \xrightarrow{\text{instance } (i=1)} w^T x^{(1)} + y^{(1)} = 6 \rightarrow b = -11 \rightarrow \text{margin} = \frac{2}{\|w\|} = 1$$

رای (N+1) / 2 → انتخاب کسان  
Majority vote  
51٪

الف)  $\sum_{i=3}^5 \binom{5}{i} \left(\frac{51}{100}\right)^i \left(\frac{49}{100}\right)^{5-i} \approx 0.5188$

عمل زیاده

N = 5 الف

N = 4 ب

ب)  $\sum_{i=5}^9 \binom{9}{i} \times \left(\frac{51}{100}\right)^i \left(\frac{49}{100}\right)^{9-i} = 0.5246$

N → ∞ پ

ب) اگر N → ∞ می شود فقط به صفری رسد اما در عمل نمی توان با زیاده کردن مقدار

N = 5 ج

طبقه بندی این دسته بریم چون که به ازای تعدادی طبقه بندیها از تعداد نفوز بیشتره و به هم واسطی پیدا خواهد کرد این ترتیب به تناقض خواهد رسید و در نهایت احتمال بین طبقه بندیها وجود نخواهد داشت.

(دقت = 5٪)

د)  $\binom{5}{3} (0.5)^2 (0.5)^3 + \binom{5}{4} (0.5)^4 (0.5)^1 + \binom{5}{5} (0.5)^5 = 0.5$

یعنی اگر شامل دسته داشته باشیم طبقه بندیها تصادفی (رندم) عمل کنند (تکلیف آن ها نیز تصادفی رندم) عمل می کنند