

به نام خدا



نظریه ی بازی ها

تمرین سری سوم



زمان تحویل: ۲۰ اردیبهشت ۱۴۰۱

تاریخ بارگذاری: ۶ اردیبهشت ۱۴۰۱

رفع اشکال تمرین: ۳۱ اردیبهشت ۱۴۰۱

مصاحبه تمرین: ۲۸ و ۲۹ اردیبهشت

۱. بازی دو نفره زیر را در نظر بگیرید.

		Player 2 Type (1)	
		<i>S</i>	<i>B</i>
Player 1	<i>S</i>	4,2	0,0
	<i>B</i>	0,0	2,4

		Player 2 Type(2)	
		<i>S</i>	<i>B</i>
Player 1	<i>S</i>	4,0	0,4
	<i>B</i>	0,2	2,0

الف) تعادل (ها) نش بیزی خالص را بیابید.

ب) تعادل (ها) نش بیزی را در حالت مخلوط و سود مورد انتظار^۱ را بیان کنید.

ج) نسخه جدیدی از بازی را در نظر بگیرید:

^۱Expected Pay-off

		Player 2	
		S	B
Player 1	S	$4 + \delta \varepsilon_1, 2 + \delta \varepsilon_2$	$0 + \delta \varepsilon_1, 0$
	B	$0, 0 + \delta \varepsilon_2$	$2, 4$

که در آن $\varepsilon_i \sim U[-1, 1]$ و $0 < \delta < 1$ است و صرفاً بازیگر i از ε_i آگاه است. نشان دهید به ازای $\delta \rightarrow 0$ تمام نقاط تعادل در بازی با اطلاعات کامل را می‌توان به صورت حدودی از استراتژی خالص برای بازی بی‌بی با اطلاعات شخصی به دست آورد. (بدیهی است که با نزدیک به صفر قرار دادن δ این هدف برای نش خالص محقق می‌شود. این موضوع را در استراتژی‌های مخلوط بازی با اطلاعات کامل بررسی کنید.)

۲. بازی دو نفره زیر را در نظر بگیرید:

بازی سمت چپ با احتمال p و بازی سمت راست با احتمال $1-p$ انجام می‌شوند.

		Player 2		
		L	C	R
Player 1	U	(2,3)	(2,0)	(2,4)
	D	(5,5)	(1,1)	(1,6)

		Player 2		
		L	C	R
Player 1	U	(2,3)	(2,4)	(2,0)
	D	(5,5)	(1,6)	(1,1)

الف) حالتی را در نظر بگیرید که هیچ یک از دو بازیگر نمی‌دانند که در کدام یک از دو بازی فوق تصمیم می‌گیرند.

ب) حالتی را در نظر بگیرید که بازیگر ۲ به بازی که در آن است آگاه است اما بازیگر ۱ صرفاً احتمال p را می‌داند. (بازیگر ۱ می‌داند که بازیگر ۲ به تایپ خود آگاه است.)

به ازای مقادیر مختلف p بازی‌ها را تحلیل و مقایسه کنید. به ازای چه مقادیری از p عدم آگاهی برای بازیگران بهتر است؟

۳. فرض کنید دو شرکت به طور هم‌زمان برای ورود به بازار تصمیم می‌گیرند. c_i هزینه ورود به بازار شرکت i ام است که با احتمال p برابر \bar{c} و با احتمال $1 - p$ برابر \underline{c} است. هر c_i یک اطلاعات شخصی برای شرکت i به حساب می‌آید. اگر شرکت i ام تنها وارد بازار شود Payoff آن برابر با $\Pi^m - c_i$ است و اگر هر دو شرکت وارد بازار شوند Payoff برابر $\Pi^d - c_i$ است. وارد نشدن هیچ کدام از دو شرکت Payoff صفر را به دنبال دارد. فرض کنید:

$$\Pi^m > \bar{c} > \Pi^d > \underline{c} > 0.$$

الف) این بازی را در قالب یک بازی بیزی فرمول‌بندی کرده و اجزای آن را مشخص کنید.

ب) به ازای چه مقادیری از p یک تعادل نش بیزی متقارن وجود دارد که هر دو بازیگر وارد شوند اگر و تنها اگر هزینه آن‌ها \underline{c} باشد؟

ج) فرض کنید :

$$p\Pi^m + (1 - p)\Pi^d > \bar{c}.$$

تعادل‌های نش بیزی (خالص و مخلوط) بازی را بیابید.

۴. الف) یک مزایده قیمت اول^۳ را در نظر بگیرید که دو شرکت‌کننده دارد. ارزش کالا نزد بازیگر i ام را با v_i نمایش می‌دهیم که در آن $(i=1,2)$ است. ارزش کالا برای هر بازیگر یک پارامتر خصوصی تلقی می‌شود و شرکت‌کننده دیگر از آن اطلاع ندارد؛ اما هر دو بازیگر می‌دانند که v_i یک متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 1]$ می‌باشد. تابع سود بازیگران را در این سوال به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$u_i(b_1, b_2; v_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } b_i < b_j \\ \frac{\sqrt{v_i - b_i}}{2} & \text{if } b_i = b_j \\ \sqrt{v_i - b_i} & \text{if } b_i > b_j \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad i \neq j$$

یک تعادل نش متقارن بیزی به فرم $b_i = \beta(v_i) = \alpha v_i$ پیدا کنید. سود هر شخص در این تعادل چقدر است؟

^۳First Price Auction

ب) یک مزایده قیمت دوم^۴ را در نظر بگیرید. دو فرد در این مزایده شرکت می‌کنند که تایپ آن‌ها v_k ، به طور مستقل از یک توزیع یکنواخت روی $[0, 100]$ به دست می‌آید. ارزش کالا برای هر دوی بازیگران، مجموع تایپ‌های آن‌ها است $(v_i + v_j)$. تابع استراتژی را به صورت $b_k = \beta(v_k) = \alpha v_k$ در نظر بگیرید $(k = i, j)$. با در نظر گرفتن تابع استراتژی مذکور (متقارن) برای بازیگر j ، Expected Payoff بازیگر i ام را زمانی که قیمت پیشنهادی دلخواه b_i را ارایه دهد؛ بیابید. در این حالت بهترین پاسخ^۵ بازیگر i را یافته و مقدار α را مشخص کنید.

۵. الف) به منظور درک بهتر مفهوم Belief در بازی‌های بیزی، بازی با دو بازیگر $P1$ و $P2$ در نظر بگیرید. فرض کنید در این بازی هر دو بازیگر دارای دو تایپ هستند. این فرضیات منجر به ظهور ۴ حالت بازی در میان این دو بازیگر می‌شود. اطلاعاتی که به عنوان Common Prior در اختیار بازیگران قرار می‌گیرد؛ شامل احتمال هر یک از این چهار حالت بازی است. در این سوال از شما می‌خواهیم الگوریتمی را که تعادل نش خالص بیزی را در این نوع از بازی به ما می‌دهد؛ پیاده‌سازی کنید. در هر ۴ حالت بازی، ماتریس‌های ۲ در ۲ در نظر بگیرید. برای شبیه‌سازی این الگوریتم از نرم‌افزار متلب^۶ استفاده کنید.

ب) تعادل(های) نش خالص بیزی بازی زیر را به کمک حل دستی به دست آورید. سپس الگوریتم نوشته شده در قسمت اول را برای این بازی اجرا کنید. با مقایسه تحلیل دستی و شبیه‌سازی، صحت کارکرد کد خود را بررسی کنید.

^۴Second Price Auction

^۵Best Response

^۶MATLAB

		I _{2,1}				I _{2,2}	
		U	D			U	D
I _{1,1}	L	2, 1	0, 0	I _{1,1}	R	2, 0	0, 2
	R	0, 0	1, 2		R	0, 1	1, 0
		I _{2,1}				I _{2,2}	
		U	D			U	D
I _{1,2}	L	0, 1	2, 0	I _{1,2}	R	0, 0	2, 2
	R	1, 0	0, 2		R	1, 1	0, 0

داریم:

$$P(I_{12}, I_{22}) = 0.2$$

$$P(I_{11}) = 0.5$$

$$P(I_{21}) = 0.7$$

⚠ توجه: خواهشمند است جهت تحویل تمرینات درس در طول ترم، به نکات زیر توجه نمایید:

۱. امکان تأخیر برای تحویل **تمامی** تکالیف، در مجموع ۱۵ روز می‌باشد. با گذر از میزان مجاز تأخیر، دانشجو با کسر نمره مواجه می‌شود.

۲. پاسخ‌های خود را به هیچ عنوان از طریق رایانامه، برای هیچ یک از دستیاران آموزشی ارسال نکنید. در صورت وقوع مشکلات غیرمترقبه (همچون مشکلات فنی سامانه و یا قطع سراسری برق) مهلت مربوطه، به مقدار مناسب برای تمامی دانشجویان تمدید شده و از این بابت جای نگرانی وجود نخواهد داشت.

۳. پاسخ‌های ارسالی برای سوالات نظری، باید با شفافیت بالا و به صورت خوانا، در قالب یک فایل با فرمت pdf. به همراه فایل شبیه‌سازی و کدهای مربوطه، همگی در قالب یک فایل با فرمت rar. ارسال شود.

۴. فایل ارسالی، می‌بایست به صورت name.student id نامگذاری شود.

۵. دانشجویان می‌توانند سوالات خود پیرامون تمرین سری سوم را از طریق رایانامه roohi.behzad@ut.ac.ir مطرح نمایند.