

Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования

Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

Кафедра №97

«Суперкомпьютерное моделирование в
инженерно-физических процессах»

Дипломная работа

”Динамические характеристики
нестационарного дебаевского слоя”

Выполнил:

студент группы Б21—221

Шатилов И. А.

Научный руководитель:

к.ф.-м.н. доцент каф.21

Степаненко А. А.

Москва — 2025

Содержание

1	Введение	3
2	Обозначения и сокращения	4
3	Цели и задачи	5
4	Литературный обзор	6
5	Описание модели	12
5.1	Классический режим	13
5.2	Режим ограничения объёмным зарядом	18
5.3	Результаты моделирования	20
6	Учет теплопроводности в материале	23

1 Введение

Создание термоядерного реактора требует исследования тепловых нагрузок на внутреннюю поверхность установки и моделирования движения филаментов. ПЛМ, возникающие во всех конфигурациях установок магнитного удержания плазмы имеют аналогичные свойства, одним из которых является резкое(время развития ПЛМ составляет порядка 50 – 100 мкс) сильное увеличение теплового потока(сколько?). В перспективных и некоторых существующих токамаках наблюдается плавление материала, что в случае проплавления материала моноблока является неприемлимым для работы токамака [1]. Анализ подобных выбросов и их влияния на параметры дебаевского слоя является одной из главных задач на пути к созданию стабильных в работе и коммерчески успешных термоядерных установок с магнитным удержанием плазмы.

Решение задачи моделирования динамики плазмы требует определения параметров дебаевского слоя — граничного условия. Существующие модели, как правило, не учитывают наличие осцилляций магнитного поля, возникающих в дебаевском слое при прохождении филаментов по поверхности. Анализ характера изменения параметров дебаевского слоя и осцилляций магнитного поля в филаменте позволяет предполагать увеличение значения усреднённого теплового потока на поверхность стенки. Так же, ввиду изменения разности потенциалов в слое(плавающего потенциала) возникает ненулевой ток, и как следствие, ненулевое сопротивление дебаевского слоя.

2 Обозначения и сокращения

$\theta(x)$ — функция Хевисайда

ПЛМ — пограничная локализованная мода

a — атомы

c_s — скорость звука в плазме

e — электроны

i — ионы

se — вход в дебаевский слой

te — термоэлектронная эмиссия

th — тепловая скорость

$trans$ — параметр при смене режимов работы дебаевского слоя

s — поверхность плитки

V_f — плавающий потенциал

W — вольфрам

3 Цели и задачи

Цель работы — проведение анализа динамических характеристик нестационарного дебаевского слоя. Задачами являются:

- Составление модели дебаевского слоя с учётом наличия термоэлектронной эмиссии с поверхности стенки
- Проведение численного моделирования параметров дебаевского слоя с использованием полученной модели и учётом теплопроводности в материале стенки
- Составление вывода о характере эволюции проводимости дебаевского слоя в присутствии осцилляций потенциала на входе в слой
- Проведение численного моделирования прохождения филамента по поверхности стенки с применением полученной модели в качестве граничного условия, сравнение с результатами моделирования с использованием других моделей
- Составление вывода о значении тепловой нагрузки на стенку, сравнение с классическими значениями

4 Литературный обзор

Экстремальные тепловые нагрузки на материал стенок установки — одна из основных проблем создания будущих коммерчески эффективных термоядерных реакторов. Для строящегося ITER в 2013 году в качестве основных были выбраны [2] плитки состоящие из W и имеющие подложку из $CuCrZr$ Figure 2, способные выдерживать нагрузки до 4.7 МВт/м^2 . Плитки, используемые в диверторах испытывают гораздо большие тепловые нагрузки и способны выдерживать до 20 МВт/м^2 [3]. Несогласованная плитка может подвергаться нагрузкам до 15–60 раз большим [4].



Рис. 1: Фотография плитки, изготовленной для использования в ITER [3]. Медная подложка содержит теплоотводные трубки с водой.

В экспериментах на токамаке JET прохождение ПЛМ наблюдалось с частотой порядка $f_{ELM} = 30 \text{ Гц}$ [5]. В ходе прохождения филаментов по поверхности плитки температура поверхности достигает величин порядка температуры плавления ($T_W^{\text{melt}} = 3695 \text{ К}$) [5]. Плавление материала поверхности стенки в современных спецификациях принято как явление не препятствующее корректной работе реактора, в то время как плавление всего моноблока, очевидно, является недопустимым явлением **поправить цитирование: взять конкретное выступление Loarte** [6] Так, в работе [1] сделан вывод о возможности оплавления поверхности моноблоков дивертора в ходе прохождения ПЛМ во время тестовых сценариев с использованием $He - D$ смеси **(15 МА)**. При сценариях с использованием $D - T$ смеси

плавление основной части моноблока является неизбежным явлением при прохождении ПЛМ.

Из последствий плавления поверхностей вольфрамовых плиток можно упомянуть возможное попадание ионов вольфрама в основной объём плазмы, что даже при малых концентрациях (порядка $1.0 \cdot 10^{-5}$ от общего числа атомов где-то у Pitts) делает термоядерный синтез невозможным. Так же, возникают капельные фракции — порядка 80 мкм [5].

В отсутствие ПЛМ, стационарная температура поверхности дивертора в ITER ожидается равной 1100 – 2000 К в различных областях при нагрузке $q_{tg} = 10 \text{ МВт/м}^2$ Figure 2

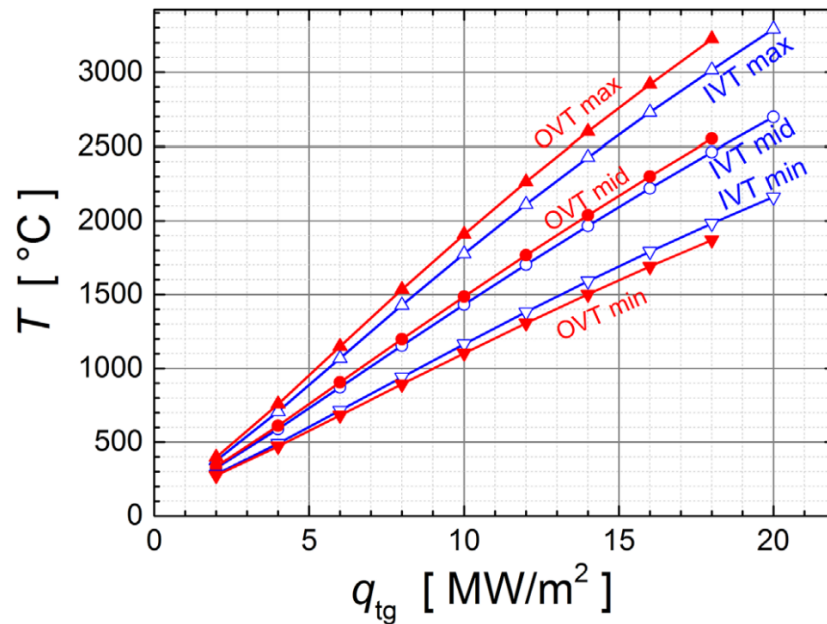


Рис. 2: Результаты моделирования температуры поверхности моноблока дивертора в ITER. [1] OVT — внешняя вертикальная цель, IVT — внутренняя вертикальная цель.

Для задачи поиска значений параметров дебаевского слоя в термоядерных установках важными являются параметры ПЛМ. ПЛМ могут иметь разные причины возникновения и имеют соответствующую классификацию. Несмотря на это, их принципиальные свойства являются едиными [7]. Филаменты, являющиеся выбросом плазмы из основного объёма, имеют хорошую проводимость порядка проводимости стали. В соответствии с хорошо описанным явлением вмораживания магнитных силовых линий в плазму, они являются ”проводниками” осцилляций электромагнитного поля. На токамаке COMPASS в ходе экспериментов наблюдались осцилляции маг-

нитного поля **в какой точке на стенке?** при прохождении филамента по поверхности плитки.

В работе [7] приводятся следующие параметры осцилляций в ПЛМ: средняя длительность прохода ПЛМ $t_{ELM} = 0.35$ мс, осцилляции магнитного поля имеют малую амплитуду: $\delta B \approx 0.2$ мТ $\ll B = 1.15$ Т, но возникающий из-за них ток через дебаевский слой значителен **цитирование laggner с графиком для asdex upgrade?**. Частота сигнала, распространяющегося внутри филамента имеет характерные частоты порядка 100–240 КГц [7], [8], соответствующей характерному значению альфвеновской частоты v_A . Отсюда, можно сделать вывод о необходимости учёта тока смещения в дебаевском слое: найдём частоту, при которой ток смещения становится порядка тока проводимости (4.2).

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \sim \frac{\omega}{c} E \sim \frac{\omega j}{c \sigma} \quad (4.2)$$

$$\frac{\frac{\omega j}{c \sigma}}{\frac{4\pi}{c} j} \sim \frac{\omega}{4\pi \sigma} \sim \frac{\omega}{4\pi \frac{ne^2}{m_e} \frac{1}{v_e}} = \frac{\omega v_e}{\omega_{pe}^2} \sim 1 \quad (4.3)$$

При параметрах $n_e = 10^{13}$ см $^{-3}$, $T_e = 100$ эВ, следует, что $\omega \sim 10^{16}$ с $^{-1}$. Таким образом, влияние тока смещения является малозначительным, по сравнению с током проводимости в рассматриваемых сценариях.

При температурах, достигающих температуры плавления, роль термоэлектронной эмиссии и ее влияния на регуляцию потоков через дебаевский слой становится крайне значимым [9]. Термоэлектронная и вторичная электронная эмиссии являются основными в экранировании потоков через слой, ограничивая резкое уменьшение плавающего потенциала поверхности плитки при росте температуры поверхности. Эмитированные электроны образуют виртуальный катод — минимум потенциала в дебаевском слое, способный ”запирать” частицы возле поверхности стенки и отражать недостаточно быстрые электроны, идущие со стороны плазмы. Данное явление известно давно и было аналитически описано в классической работе [10].

При возникновении виртуального катода слой кардинально меняет характер изменения величин с увеличением температуры Figure 3, прерывая почти экспоненциальный рост тепловой нагрузки на плитку резким выходом зависимости на "плато", значительно отличающегося от широко принятой оценки теплового потока (4.4) [11].

$$q_{plasma} = 8n_{se}c_sT_e \quad (4.4)$$

Так, в работе [12] было теоретически и в результате решения системы уравнений для поиска стационарных параметров дебаевского слоя показано существование гистерезиса зависимости стационарной температуры поверхности от начального значения Figure 4. Помимо этого, в этой же работе было показано существование положительной обратной связи: с ростом температуры тепловая нагрузка на стенку возрастает ввиду уменьшения $|V_f|$, что приводит к тому, что плитку достигает больше электронов из "медленной" части распределения по скоростям.

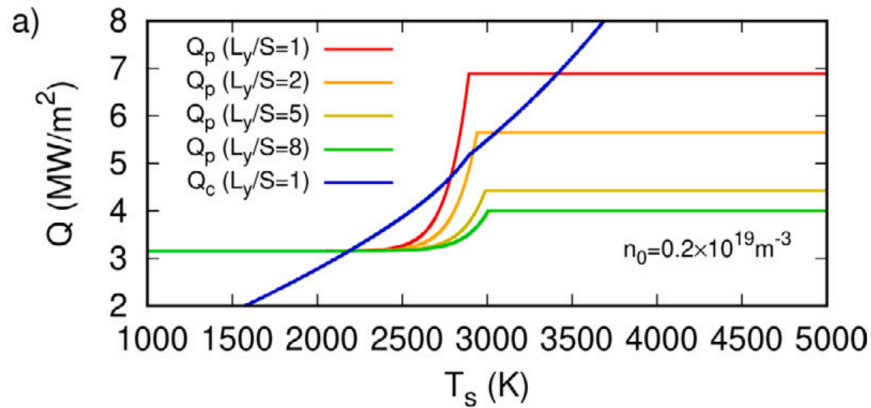


Рис. 3: График зависимости плотности теплового потока на плитку от температуры поверхности плитки. [12] Параметр L_y/S — отношение площади пятна к площади всей поверхности плитки. Q_p — тепловой поток из плазмы, Q_c — мощность теплоотвода, n_0 — плотность плазмы

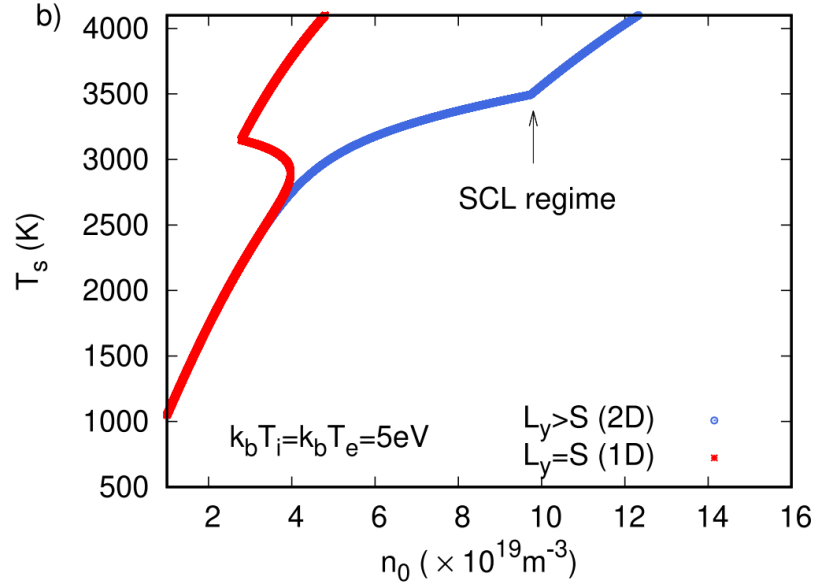


Рис. 4: Пример кривой(красная кривая) гистерезиса зависимости стационарной температуры [12]

В результате PIC симуляций показано наличие осцилляций температуры поверхности плитки и параметров системы ввиду инерции теплопроводности в материале. Так же показано существование "запертых" виртуальным катодом частиц.

Отметим **допустимо ли множественное?**, что оценка (4.4) справедлива для локального термодинамического равновесия плазмы ($T_i = T_e$) и не учитывает наличия осцилляций электрического поля в дебаевском слое, наблюдаемого в реальных экспериментах [13]. Ввиду нелинейного характера поведения дебаевского слоя, импеданс в среднем по периоду осцилляций не равен нулю [14], что приводит к осцилляциям тока в слое, и как следствие, тепловых потоков. В совокупности с наличием положительной обратной связи в системе и инерцией теплопроводности, это потенциально может привести к значительному росту усреднённой по периоду осцилляций тепловой нагрузки на стенку.

В современных работах изучено влияние множества факторов и составлены соответствующие модели, учитывающие конечность температуры ионов [15], [16], отношения температуры эмитированных электронов [17], наличие фотоэлектронной эмиссии, отрицательных ионов [18], различных профилей распределения скоростей частиц [19], ponderomotorных сил [9], столкновительность слоя [20] и другие.

Дебаевский слой является структурой с достаточно произвольной гра-

ницей. Как правило, принимается, что в данной точке поле равно нулю и справедлив критерий Бома (4.5).

$$v_i^{se} \geq \sqrt{\frac{T_e + \gamma T_i}{m_e}} \quad (4.5)$$

Однако предположение о равенстве поля на входе в слой является достаточно грубым — плазма начинает экранирует поле существующее в дебаевском слое на конечном расстоянии. Так, в работе [20] введено более общее определение, основанное на данном замечании. В данной работе применяется "классическое" предположение о равенстве поля нулю на входе в слой.

Другая важная характеристика дебаевского слоя — толщина, как правило оценивается согласно классической формуле Чайлда—Ленгмюра (4.6)

$$\lambda = \frac{1}{3\pi} (enV)^{-1/2} \left(\frac{2e}{m_e} \right)^{1/4} \quad (4.6)$$

Данная оценка так же сделана в достаточно грубых приближениях: в слое отсутствуют электроны и начальная скорость ионов равна нулю. В работе [21] получена более точная оценка, учитывающая данные факторы. **графики**

Классический режим работы слоя известен давно и часто подразумевается при использовании классических оценок теплового потока (4.4) и значения плавающего потенциала. **добавить работы.**

В работе [22] рассматривается альтернативный инвертированный режим работы слоя. В данной режиме слой монотонен, но электростатический потенциал в дебаевском слое всюду больше потенциала плазмы. Данный режим нестабилен относительно возмущений плотности, но имеет конечное время релаксации к прежнему состоянию. В других работах автор [23], [24] отмечает, что вообще говоря, режим объёмного экранирования зарядом не является устойчивым и ввиду накопления ионов в промежутке между виртуальным катодом и поверхностью, переходит в инвертированный режим. Данный режим обеспечивает "детачмент": возле поверхности плитки образуется промежуточная область с холодной плазмой. **подробнее о том зачем это.**

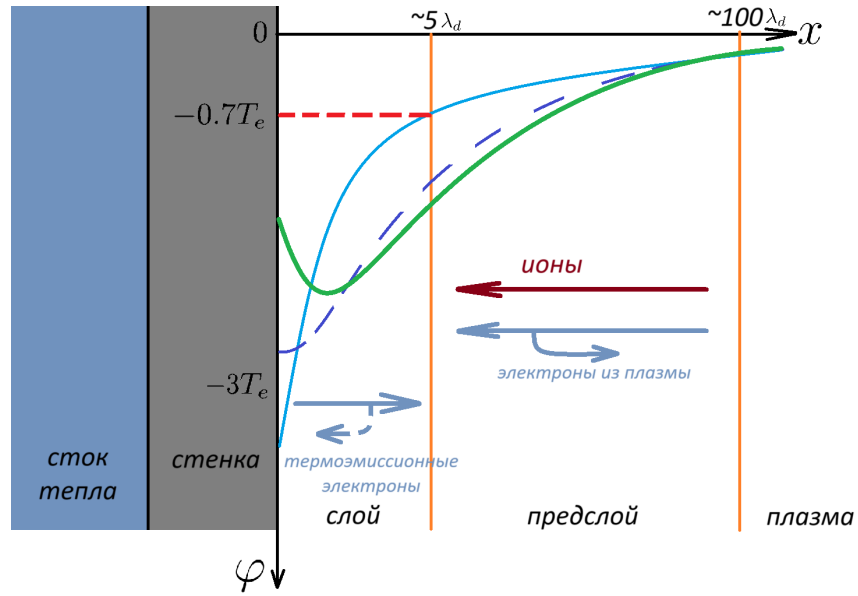


Рис. 5: Модель слоя. Линии соответствуют различным режимам работы: голубая — классический, фиолетовая прерывистая — переходный, зеленая — ограниченный объёмным зарядом. λ_d — радиус Дебая

5 Описание модели

В работе рассматривается полностью ионизированная, идеальная неравновесная плазма, состоящая из положительно заряженных однозарядных ионов и электронов. В токамаках, где поддерживается низкое давление ($\sim 10^{-8}$ торр), плазма является неравновесной и температура электронов много больше температуры ионов и атомов: $T_a \approx T_i < T_e$, отсюда, в модели принято: $T_i = 0$. Электроны, приходящие из плазмы, всюду находятся в равновесии и имеют распределение Максвелла. Плазма квазинейтральна вплоть до входа в дебаевский слой: $n_i^{se} = n_e^{se} = n^{se}$.

Стенка имеет координату $x = 0$, точки, соответствующие слою и плазме, имеют положительные координаты Figure 5. На стенке устанавливается квазистационарное равновесие: сумма токов равна 0 и стенка имеет установившийся плавающий потенциал V_f , имеющий характерное значение порядка $eV_{char} = -3T_e$ и эффективно отражающий поток электронов из плазмы. Знак плавающего потенциала ('нуль' потенциала принят на $x \rightarrow +\infty$) и монотонность электростатического потенциала в слое определяются режимом работы слоя.

Термоэлектронная эмиссия описывается законом Ричардсона—Дешмена.

В работе так же рассмотрено влияние эффекта Шоттки (5.1):

$$j_{te} = aT_s^2 \exp \frac{-e(\varphi_{out} + \Delta\varphi_{Sh})}{T_s} \quad (5.1a)$$

$$\Delta\varphi_{Sh} = -\text{sgn} E_x \cdot \sqrt{e|E_x|} \quad (5.1b)$$

Образовавшаяся структура может быть разделена на несколько областей: у стенки находится дебаевский слой, в котором нарушена квазинейтральность плазмы и присутствует сильное поле. Для образования данной структуры ионы должны иметь достаточно большую скорость, которую они набирают в предслое — области между плазмой и слоем. Значение потенциала входа в дебаевский слой не равно нулю. Уменьшение потенциала соответствует разгону ионов до скорости v_0 , требуемой для выполнения критерия Бома [11] существования неосциллирующего решения уравнения Пуассона в слое:

$$\varphi_{se} = \frac{-m_i v_0^2}{2e} \quad (5.2)$$

Размеры предслоя гораздо больше размеров слоя (порядка 100 радиусов Дебая для предслоя, ~ 5 — для слоя)

В работе рассмотрены следующие режимы:

- Классический — присутствует поле возле стенки, поле в слое монотонно возрастает
- Ограниченный объёмным зарядом — ввиду активной эмиссии электронов со стенки возникает виртуальный катод в слое, приводящий к экранированию потока термоэмиссионных электронов

5.1 Классический режим

Слой является монотонным, ускоряя термоэмиссионные электроны. Температура термоэмиссионных электронов принята равной

температуре поверхности стенки T_s :

$$f(v, x) = n_{te}^s \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_s}} \exp\left(\frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s}\right) \theta(v - v_{M,te}(x)) \quad (5.3)$$

где $v_{M,te}(x)$ — минимальная скорость эмитированных термоэлектронов:

$$v_{M,te}(x) = \sqrt{\frac{2e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{m_e}} \quad (5.4)$$

Составим систему относительно неизвестных $n_e^{se}, \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_s, V_f, \varphi_{se}$. Переменные n_i^{se}, T_s приняты постоянными и заранее заданными.

Модули токов на поверхности плитки:

$$j_i^s = en_i^{se} v_0 \quad (5.5a)$$

$$j_e^s = \frac{1}{4} en_e^{se} v_e^{th} \exp\left(\frac{eV_f}{T_e}\right) \quad (5.5b)$$

$$j_{te}^s = aT_s^2 \exp\left(\frac{-e(\varphi_{out} + \Delta\varphi_{Sh})}{T_s}\right) \quad (5.5c)$$

Токи на поверхность плитки квазистационарно уравновешены:

$$0 = j_i^s - j_e^s + j_{te}^s \quad (5.6)$$

$$V_f = \frac{T_e}{e} \ln \left\{ \sqrt{\frac{2\pi m_e n_i^{se}}{m_i n_e^{se}}} + \frac{j_s}{\frac{1}{4} en_e^{se} v_e^{th}} \right\} \quad (5.7)$$

При $T_s \rightarrow 0$ (5.7) переходит в классическое выражение (5.8) [25]:

$$V_f = \frac{T_e}{2e} \ln \left\{ \frac{2\pi m_e}{m_i} \right\} \quad (5.8)$$

Вторым уравнением системы является критерий Бома для составленной модели. Примем, что вход в слой соответствует точке, где скорость ионов достигает минимально разрешенной критерием Бома скорости, т.е. в этой точке среда квазинейтральна:

$$n_i^{se} = n_e^{se} + n_{te}^s \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{-eV_f}{T_s}} \right) \exp \left[\frac{-eV_f}{T_s} \right] \quad (5.9)$$

Т.к. термоэлектроны подчиняются максвелловскому распределению, плотность электронов термоэлектронной эмиссии на поверхности плитки определена как:

$$n_{te}^s = \frac{j_{te}^s}{\frac{1}{4} e v_{te}^{th}} \quad (5.10)$$

Ионы, имеющие одинаковую скорость, можно описать при помощи закона сохранения энергии:

$$v_i(x) = v_0 \sqrt{1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_{se})}{m_i v_0^2}} \quad (5.11)$$

Тогда, из уравнения непрерывности в отсутствие процесса накопления заряда в слое:

$$\frac{dj_i}{dx} = 0 \quad (5.12)$$

следует:

$$n_i(x) = n_i^{se} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_{se})}{m_i v_0^2}}} \quad (5.13)$$

Критерий Бома может быть получен из разложения в ряд Тейлора правой части уравнения Пуассона (5.14) по малому параметру $\Delta = \varphi - \varphi_{se} \ll T_s \ll T_e$.

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi e \left(n_i^{se} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_{se})}{m_i v_0^2}}} - n_e^{se} \exp \frac{e(\varphi - \varphi_{se})}{T_e} - n_{te}^w \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{e(\varphi - (\varphi_{se} + V_f))}{T_w}} \right] \exp \frac{e(\varphi - (\varphi_{se} + V_f))}{T_w} \right) \quad (5.14)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi \left(n_i^{se} \frac{1}{m_i v_0^2} - n_e^{se} \frac{1}{T_e} - n_{te}^w \frac{1}{T_w} \left[\exp \frac{-eV_f}{T_w} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{-eV_f}{T_w}} - \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\frac{-eV_f}{T_w}}} \right] \right) \Delta \geq 0 \quad (5.15)$$

Правая часть уравнения (5.15) должна быть больше 0 для существования неосциллирующего решения, следовательно, выражение в скобках должно быть меньше 0, откуда получаем выражение для критерия Бома:

$$m_i v_0^2 \geq \frac{n_i^{se} T_e T_w}{n_e^{se} T_w + n_{te}^w T_e \left[\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{-eV_f}{T_w}} \exp \frac{-eV_f}{T_w} - \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\frac{-eV_f}{T_w}}} \right]} \quad (5.16)$$

Полученное выражение (5.16) при $T_s \rightarrow 0$ переходит в классическое [11]:

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{T_e}{m_i}} \quad (5.17)$$

Замыкающим систему является проинтегрированное между входом в слой и поверхностью стенки уравнение Пуассона:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_s^2 = & 8\pi \left(n_i^{se} m_i v_0^2 \sqrt{1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_{se})}{m_i v_0^2}} + \right. \\
& + n_e^{se} T_e \exp \frac{e(\varphi - \varphi_{se})}{T_e} + n_{te}^s T_s \times \\
& \times \left[\exp \frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s}} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s}} \right] \Big|_{\varphi_{se}}^{V_f + \varphi_{se}} \right)
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Таким образом, получена система (5.9), (5.7), (5.18), (5.16) относительно четырёх неизвестных: n_e^{se} , V_f , $\varphi'(x=0)$, φ_{se} при T_s, n_i^{se} взятых как параметры (n_{te}^s — производный параметр)

Для решения нестационарной задачи с учётом теплопроводности в материале стекни требуется выражение для теплового потока. Тепловой поток состоит из нескольких компонент:

$$q = q_i + q_e + q_{te} \tag{5.19}$$

В типичных сценариях работы токамака $T_s \approx 0.3$ эВ $\ll T_e \approx 200$ эВ, что позволяет пренебречь тепловым потоком термоэмиссионных электронов:

$$q_{te} = j_{te} \cdot \frac{2T_s}{e} \propto T_s^{3/2} \ll T_e^{3/2} \propto q_e, q_i \tag{5.20}$$

Таким образом:

$$q = n_i^{se} v_0 \left(\frac{m_i v_0^2}{2} - eV_f \right) + \frac{1}{4} n_e^{se} v_e^{th} \cdot 2T_e \exp \left[\frac{eV_f}{T_e} \right] \tag{5.21}$$

5.2 Режим ограничения объёмным зарядом

С увеличением электронной эмиссии со стенки, начиная с некоторого критического значения, возникает виртуальный катод — минимум потенциала, где как следствие, отсутствует поле. Возникающая структура регулирует ток частиц в обе стороны, в частности, возникает отражение эмитированных электронов на разности потенциалов $\varphi_{vc} - \varphi_s < 0$ обратно на стенку. Таким образом, в системе уравнений возникает дополнительная неизвестная — φ_{vc} .

Ток прошедших виртуальный катод электронов из плазмы определяется соответствующим током на виртуальном катоде, т.к. между стенкой и виртуальным катодом электроны отражаются на стенку.

Для потока электронов в области $x > x^{vc}$ верно уравнение неразрывности:

$$dj_{te}(v_s) = ev_s n_{te}^s \cdot f(v_s) dv_s = ev(x, v_s) \cdot dn_{te}(x) \quad (5.22)$$

Отсюда:

$$n_{te} = n_{te}^s \int_{v_{vc}}^{\infty} dv_s \frac{v_s f(v_s)}{v} \quad (5.23)$$

где v_{vc} — минимальная необходимая для преодоления виртуального катода при движении со стенки скорость электронов.

Т.к. слой считается бесстолкновительным, из закона сохранения энергии выразим скорость электронов в точке — v :

$$\frac{m_e(v_s)^2}{2} - e(V_f + \varphi_{se}) = \frac{m_e v^2}{2} - e\varphi$$

$$v = v_s \sqrt{1 + \frac{2e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{m_e(v_s)^2}} \quad (5.24)$$

Интегрируя, получим:

$$n_{te}(\varphi) = n_{te}^s \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{e(\varphi - \varphi_{vc})}{T_s}} \exp \frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s} \quad (5.25)$$

В области между поверхностью плитки и виртуальным катодом, примем,

что ансамбль термоэлектронов находится в равновесии и распределение является максвелловским.

Составим систему уравнений аналогичную полученной в классическом режиме: неизвестными приняты $n_e^{se}, \varphi_{se}, \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_s, V_f, V_{vc}$, заданными константами — n_i^{se}, T_s .

Область между виртуальным катодом и входом в дебаевский слой можно рассматривать как при классическом режиме: основное отличие заключается в том, что выражение для термоэмиссионного тока теперь содержит множитель "отсечки". Таким образом, заменив в выражениях V_f на V_{vc} и учтя отражение термоэмиссионных электронов, получим аналог прежних четырёх уравнений системы.

Замыкающее уравнение может быть получено интегрированием уравнения Пуассона в области между поверхностью плитки и виртуальным катодом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_s^2 = & 8\pi \left[n_i m_i v_0^2 \sqrt{1 - \frac{2e(\varphi - \varphi_{se})}{m_i v_0^2}} + \right. \\ & + n_e^{se} T_e \exp \frac{-e\varphi_{se}}{T_e} \left(\exp \frac{e\varphi}{T_e} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{e(\varphi - (V_{vc} + \varphi_{se}))}{T_e}} + \right. \\ & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \frac{e(V_{vc} + \varphi_{se})}{T_e} \sqrt{\frac{e(\varphi - (V_{vc} + \varphi_{se}))}{T_e}} \Big) + \\ & \left. + n_{ie}^s T_s \exp \frac{e(\varphi - (V_f + \varphi_{se}))}{T_s} \right] \Bigg|_{V_{vc} + \varphi_{se}}^{V_f + \varphi_{se}} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Выражение для теплового потока имеет вид:

$$q = n_i^{se} v_0 \left(\frac{m_i v_0^2}{2} - eV_{vc} \right) + \frac{1}{4} n_e^{se} v_e^{th} \cdot 2T_e \exp \left[\frac{eV_{vc}}{T_e} \right] \quad (5.27)$$

5.3 Результаты моделирования

Результаты решения системы в безразмерных единицах при типичных условиях представлены на [Figure 6](#). Полученные значения согласуются с классическими [26] при малых значениях T_s : $V_f \approx -2.7$.

Наибольший интерес представляет тот факт, что при переходе в режим экранирования объёмным зарядом, ток термоэлектронной эмиссии идеально экранируется виртуальным катодом. Значение потенциала виртуального катода постоянно при изменении температуры, плавающий потенциал линейно растёт при увеличении температуры поверхности плитки.

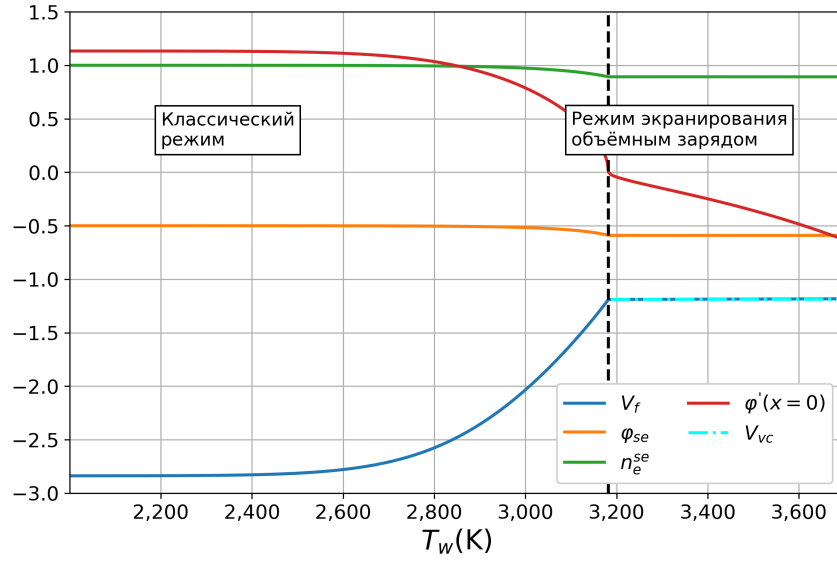
Уменьшение φ_{se} с ростом температуры T_s соответствует увеличению потока ионов на плитку. Приращение потока термоэлектронной эмиссии приводит к эффективному росту плавающего потенциала V_f . Согласно (5.7) и (5.5):

$$j_e \propto \exp\{V_f\} \propto \sqrt{\frac{2\pi m_e n_i^{se}}{m_i n_e^{se}}} + \frac{j_s}{\frac{1}{4}en_e^{se}v_e^{th}} \quad (5.28)$$

В общем случае, $n_e^{se} \not\propto j_s$, что приводит к тому, что рост термоэлектронной эмиссии не обязан быть полностью скомпенсированным пропорциональным увеличением потока электронов из плазмы. Однако, при фиксированном φ_{se} решение системы с исключенным для устранения переопределенности критерием Бома возможно, что и будет применено далее.

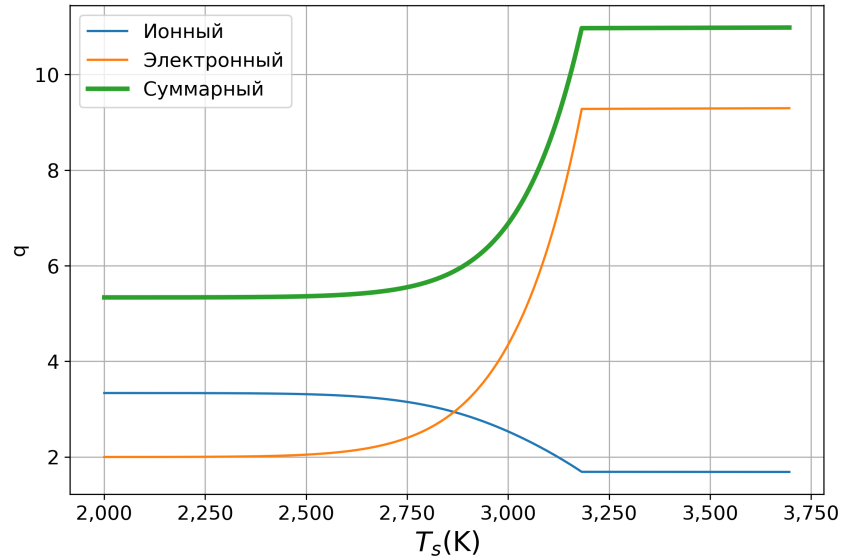
По полученному решению построен график зависимости $q(T_s)$ [Figure 7](#). При малых температурах тепловой поток согласуется с классическим результатом [11]

Распределение потенциала в дебаевском слое может быть получено решением уравнения Пуассона в слое. На [Figure 8](#) приведено решение для режима объёмного экранирования. Разность потенциалов между поверхностью стенки и виртуальным катодом является величиной порядка $T_s - T_{trans}$.



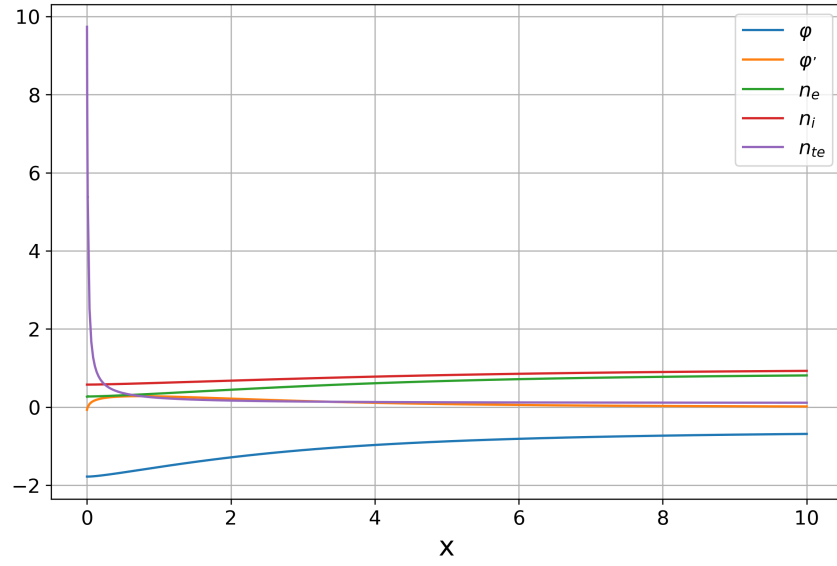
$$n_i^{se} = 1.0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad T_e = 200 \text{ эВ} \quad T_{trans} = 3182 \text{ К}$$

Рис. 6: График решения систем для поиска параметров дебаевского слоя при заданных n_i^{se}, T_s



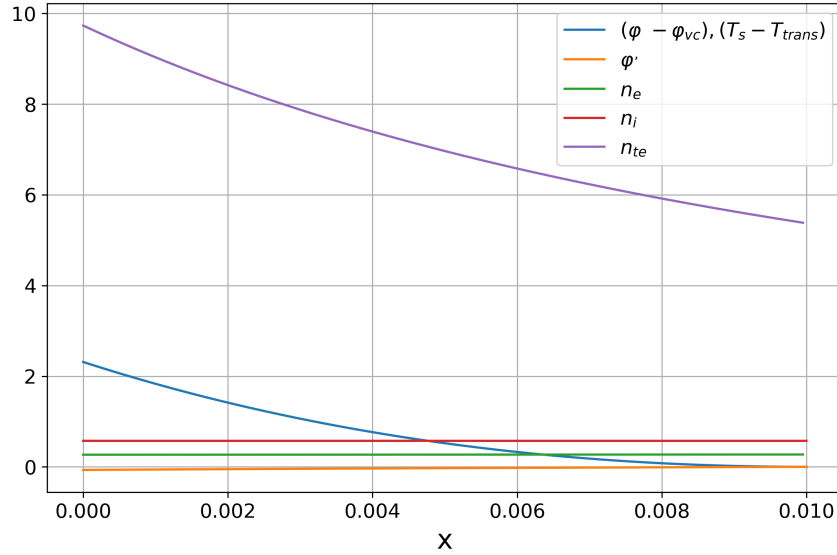
$$n_i^{se} = 1.0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad T_e = 200 \text{ эВ} \quad T_{trans} = 3182 \text{ К}$$

Рис. 7: График зависимости теплового потока от температуры поверхности плитки



$$n_i^{se} = 1.0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad T_e = 200 \text{ эВ} \quad T_w = 3490 \text{ К}$$

(а) В области между поверхностью плитки и входом в дебаевский слой



$$n_i^{se} = 1.0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad T_e = 200 \text{ эВ} \quad T_w = 3490 \text{ К}$$

(б) В области между поверхностью плитки и виртуальным катодом

Рис. 8: Графики решений уравнения Пуассона в режиме объёмного экранирования зарядом

6 Учет теплопроводности в материале

Перенос тепла в материале стенки на достаточно малых временах может быть описан одномерной задачей:

$$\partial_t u = a^2 \partial_x^2 u \quad (6.1a)$$

$$(\partial_x u)(x = d) = \varkappa q_{plasma} \quad (6.1b)$$

$$u(x = 0) = T_0 \quad (6.1c)$$

$$u(t = 0) = T_0 \quad (6.1d)$$

$$0 < x < d \quad (6.1e)$$

$$t > 0 \quad (6.1f)$$

$a^2 = \frac{\varkappa}{C_p \rho}$ — коэффициент температуропроводности, \varkappa — коэффициент теплопроводности. Для вольфрама при $T = 1000$ К, параметры имеют значения:

$$\varkappa = 118 \text{ Вт/(м·К)}$$

$$\rho = 19.1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$C_p = 144.5 \text{ Дж/(кг·К)}$$

ПЛМ является выбросом плазмы из основного объёма реактора. Ввиду отличной проводимости **сколько?порядка проводимости стали**, она “вмораживает” магнитные линии, осциллирующие с частотой порядка 10^8 Гц [13]. Осцилляции магнитного поля приводят к осцилляциям электростатического потенциала. Принимая, что скорость ионов сохраняется, эти осцилляции могут представлены как осцилляции потенциала V_f .

Задача (6.1) может быть решена методом линий **цитата**.

Проводимость дебаевского слоя может быть описана значением импеданса [14]:

$$\frac{1}{z} = \frac{\langle JV \rangle}{\langle V^2 \rangle} - \frac{i\omega \langle J\dot{V} \rangle}{\langle \dot{V}^2 \rangle} \quad (6.3)$$

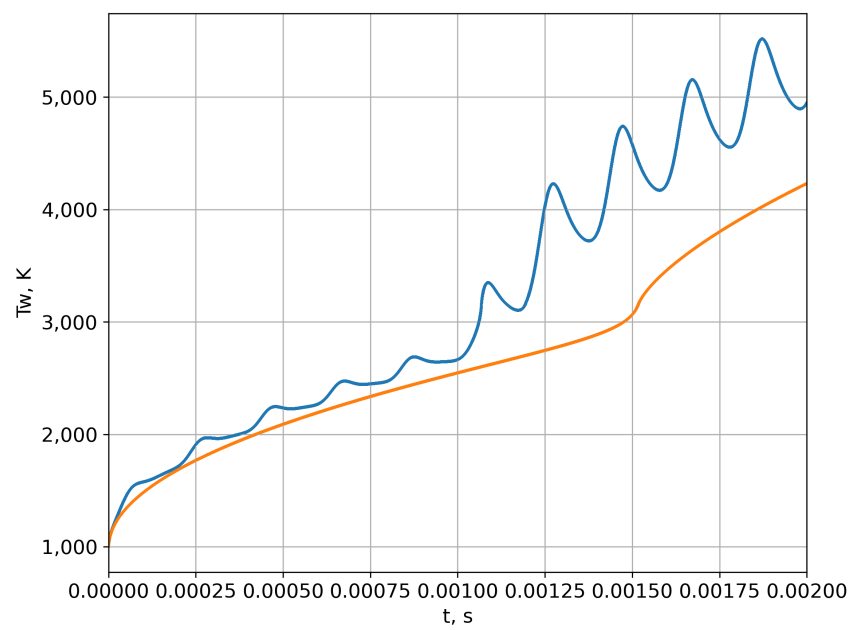


Рис. 9: Эволюция температуры поверхности плитки T_s

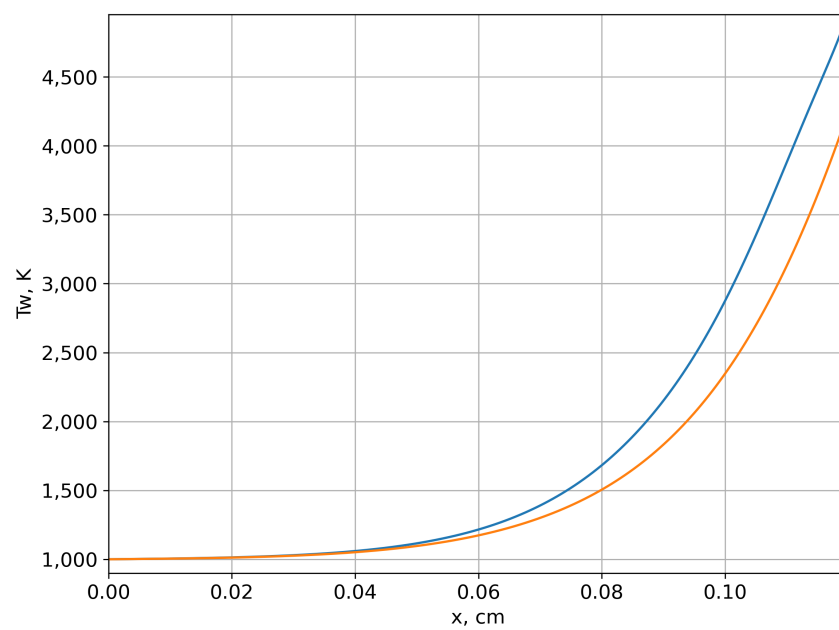


Рис. 10: Профиль температуры в плитке

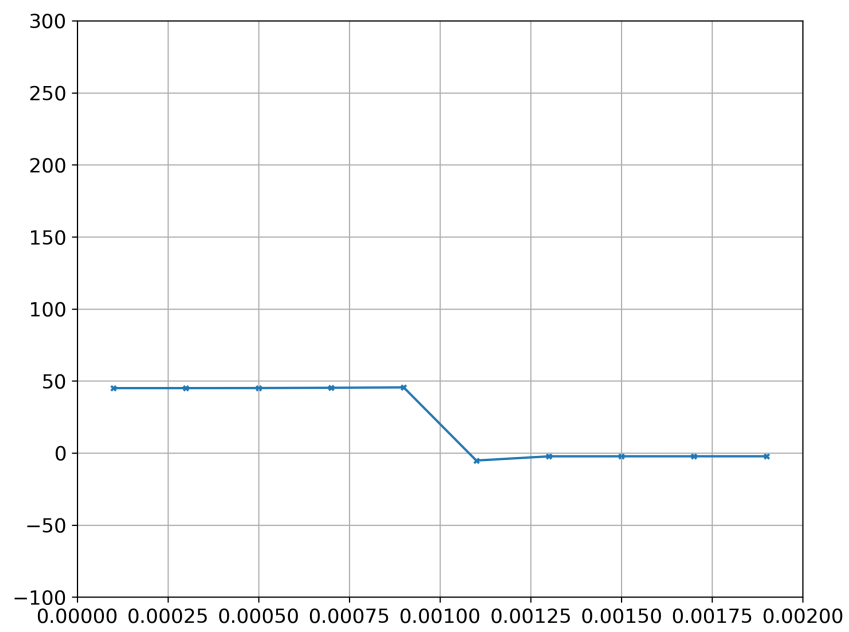


Рис. 11: Эволюция резистивной части импеданса z

Список литературы

- [1] J. P. Gunn et al., Surface heat loads on the ITER divertor vertical targets, Nuclear Fusion 57 (2017), p. 046025.
- [2] M. Merola et al., Engineering challenges and development of the ITER blanket system and divertor, Fusion Engineering and Design 96 (2015), pp. 34–41.
- [3] O. Motojima, The iter project construction status, Nuclear Fusion 55 (2015), p. 104023.
- [4] J. Moritz et al., Thermionic emission of a tungsten surface in high heat flux plasma: Pic simulations, Physics of Plasmas 30 (2023).
- [5] J. W. Coenen et al., Elm-induced transient tungsten melting in the JET divertor, Nuclear fusion 55 (2015), p. 023010.
- [6] V. Soukhanovskii et al., 23rd iaea fusion energy conference daejon, korea rep. of, 11-16 october 2010 .
- [7] M. Spolaore et al., Electromagnetic elm and inter-elm filaments detected in the compass scrape-off layer, Nuclear Materials and Energy 12 (2017), pp. 844–851.
- [8] F. Laggner et al., High frequency magnetic fluctuations correlated with the inter-elm pedestal evolution in asdex upgrade, Plasma Physics and Controlled Fusion 58 (2016), p. 065005.
- [9] S. Takamura, M. Ye, T. Kuwabara and N. Ohno, Heat flows through plasma sheaths, physics of plasmas 5 (1998), pp. 2151–2158.
- [10] I. Langmuir, The effect of space charge and residual gases on thermionic currents in high vacuum, Physical Review 2 (1913), p. 450.
- [11] P. C. Stangeby, The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices, CRC Press, 2000.
- [12] J. Moritz et al., Simulated temperature of a tungsten spot facing large plasma heat loads, Nuclear Materials and Energy 41 (2024), p. 101753.

- [13] A. Kirk et al., Evolution of filament structures during edge-localized modes in the MAST tokamak, *Physical review letters* 96 (2006), p. 185001.
- [14] J. R. Myra and D. A. D'Ippolito, Radio frequency sheaths in an oblique magnetic field, *Physics of Plasmas* 22 (2015).
- [15] L. Schwager, Effects of secondary and thermionic electron emission on the collector and source sheaths of a finite ion temperature plasma using kinetic theory and numerical simulation, *Physics of Fluids B: Plasma Physics* 5 (1993), pp. 631–645.
- [16] J. Ou and X. Zhao, Heat flow through a plasma sheath in the presence of secondary electron emission from plasma-wall interaction, *Contributions to Plasma Physics* 57 (2017), pp. 50–57.
- [17] J. Sheehan, I. Kaganovich, H. Wang, D. Sydorenko, Y. Raitses and N. Hershkowitz, Effects of emitted electron temperature on the plasma sheath, *Physics of Plasmas* 21 (2014).
- [18] F. Taccogna, Non-classical plasma sheaths: space-charge-limited and inverse regimes under strong emission from surfaces, *The European Physical Journal D* 68 (2014), pp. 1–8.
- [19] P. Stangeby, Plasma sheath transmission factors for tokamak edge plasmas, *The Physics of fluids* 27 (1984), pp. 682–690.
- [20] V. A. Godyak and N. Sternberg, Smooth plasma-sheath transition in a hydrodynamic model, *IEEE Transactions on Plasma Science* 18 (2002), pp. 159–168.
- [21] P. Chabert, What is the size of a floating sheath?, *Plasma Sources Science and Technology* 23 (2014), p. 065042.
- [22] M. D. Campanell, Alternative model of space-charge-limited thermionic current flow through a plasma, *Physical Review E* 97 (2018), p. 043207.
- [23] M. Campanell and M. Umansky, Strongly emitting surfaces unable to float below plasma potential, *Physical review letters* 116 (2016), p. 085003.

- [24] M. Campanell, Possible mitigation of tokamak plasma–surface interactions using thermionic divertor plates with inverse sheaths, *Physics of Plasmas* 27 (2020).
- [25] F. F. Chen and others, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 1, Springer, 1984.
- [26] G. Hobbs and J. Wesson, Heat flow through a langmuir sheath in the presence of electron emission, *Plasma Physics* 9 (1967), p. 85.