

Sesiunea de prezentare a lucrărilor de diplomă, Iulie 2024

# Controlul predictiv al motorului sicon cu reluctanță variabilă

**Mihai-Daniel Popescu**

**Îndrumător diplomă: Prof. em. dr. ing. Corneliu Lazăr**





# Cuprins

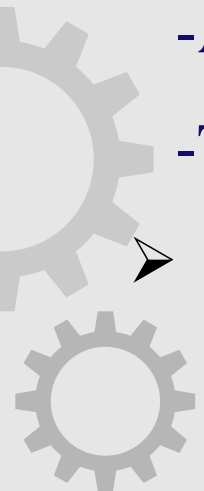


1. Introducere
2. Modelul d-q al motorului sincron cu reluctanță variabilă
3. Proiectarea cu algoritmul GPC
4. Proiectarea cu algoritmul MPC
5. Rezultatele obținute prin simulare
6. Concluzii



# 1. Introducere

- Motorul sincron cu reluctanță → aplicații în diverse domenii (acționări electrice, tracțiunea vehiculelor electrice, electrocasnice etc.)
- Controlul motoarelor sincrone cu reluctanță:
  - Structuri de reglare în cascadă: bucla internă pentru controlul curenților, bucla externă pentru controlul turației
  - Algoritmi convenționali: PI pentru cele două bucle
  - Tehnici avansate de control: Controlul predictiv pentru turație și PI pentru curenți
- În această lucrare: controlul predictiv pentru ambele bucle de reglare/controlul predictiv pentru bucla internă și PI pentru bucla externă.



## 2. Modelul d-q al motorului sincron cu reluctanță

- Reglarea predictivă cu orientare după câmp și metoda  $i_d$  constant  $\rightarrow$  modelul d-q al motorului sincron cu reluctanță

- Modelul curenților:

$$\begin{cases} v_d = R_s \cdot i_d - p_1 \cdot \Omega \cdot L_q \cdot i_q + L_d \frac{d(i_d)}{dt} \\ v_q = R_s \cdot i_q + p_1 \cdot \Omega \cdot L_d \cdot i_d + L_q \frac{d(i_q)}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

- Generatorul de cuplu:

$$C_{em} = p_1 \cdot (L_d - L_q) \cdot i_{dref} \cdot i_q \quad (2)$$

- Sistemul mecanic:

$$\frac{J}{f} \cdot \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{1}{f} \cdot (C_{em} - C_{ch}) \quad (3)$$

- Reglarea predictivă în cascadă: bucla internă cu partea fixată (1), bucla externă cu partea fixată (2) și (3).

## 2.1. Algorimul de decuplare

- Modelul (1) → multivariabil, neliniar, cuplat → algoritm de decuplare
- Algoritmul de decuplare → componente feedforward:

$$\begin{cases} u_{fd} = -p_1 \cdot \Omega \cdot L_q \cdot i_q \\ u_{fq} = p_1 \cdot \Omega \cdot L_d \cdot i_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_d = u_{fd} + u_d \\ v_q = u_{fq} + u_q \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{➤ Modelul decuplat:} \quad & \begin{cases} u_d = R_s \cdot i_d + L_d \cdot \frac{d(i_d)}{dt} \\ u_q = R_s \cdot i_q + L_q \cdot \frac{d(i_q)}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_d(s) = \frac{\frac{1}{R_s}}{s \cdot \tau_d + 1} \\ G_q(s) = \frac{\frac{1}{R_s}}{s \cdot \tau_q + 1} \end{cases} \quad (5) \end{aligned}$$

- După decuplare → 2 sisteme monovariabile liniare descrise de funcțiile de transfer (5).

# 3. Proiectarea cu algoritmul GPC

## 3.1. Controlul buclei interne

➤ Modelul (5) → funcțiile de transfer discrete ale celor 2 curenți:

$$\begin{cases} G_d(z^{-1}) = \frac{B_d(z^{-1})}{A_d(z^{-1})} \\ G_q(z^{-1}) = \frac{B_q(z^{-1})}{A_q(z^{-1})} \end{cases} \quad (6)$$

➤ Se formează modelele CARIMA:

$$\begin{cases} A_d(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(k) \\ A_q(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(k) \end{cases} \quad (7)$$

➤ Cu ajutorul a două ecuații diofantice → se calculează polinoamele  $E_i$ ,  $F_i$ ,  $G_i$ ,  $H_i$

➤ Pe baza polinoamelor → modelul predictorului de ordin  $i$ :

$$\hat{y}(k+i|k) = G_i(z^{-1})\Delta u(k+i-1) + F_i(z^{-1})y(k) + H_i(z^{-1})\Delta u(k-1) \quad (8)$$

### 3.1. Controlul buclei interne

- Controlul optim GPC → minimizarea funcției de cost:

$$J = \sum_{i=1}^{hp} [\hat{y}(k+i|k) - w(k+i|k)]^2 + \lambda \sum_{i=0}^{hp-1} [\Delta u(k+i|k)]^2 \quad (9)$$

- Considerând  $hp$  și dând valori lui  $i = \overline{1, hp} \rightarrow$  forma matriceala a funcției de cost:

$$J = (Gu_d + y_0 - w)^T (Gu_d + y_0 - w) + \lambda u_d^T u_d \quad (10)$$

- Derivând (10) în raport cu  $u_d$  și egalând cu 0 → secvența optimală de control:

$$u_d^* = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - y) \quad (11)$$

- Principiul orizontului alunecător → algoritmul de control predictiv:

$$\Delta u(k|k) = \sum_{i=1}^{hp} \gamma_i w(k+i|k) - \sum_{i=1}^{hp} \gamma_i H_i(z^{-1}) \Delta u(k-1) - \sum_{i=1}^{hp} \gamma_i F_i(z^{-1}) y(k) \quad (12)$$

## 3.2. Controlul buclei externe

- Datorită neglijării dinamicii buclei interne → controlul GPC instabil
- Regulator PI prin metoda alocării polilor
- Pe baza performanțelor impuse → polinomul caracteristic dorit:

$$P_{cr} = s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 \quad (13)$$

- Din ecuațiile (2) și (3) → funcție de transfer de ordin 1:

$$G_{\Omega}(s) = \frac{K_f}{T_f \cdot s + 1} \quad (14)$$

- Forma regulatorului PI:

$$G_r(s) = K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} \quad (15)$$



## 3.2. Controlul buclei externe

- Se calculează funcția de transfer în buclă închisă:

$$G_0(s) = \frac{\frac{K_p \cdot K_f}{T_i \cdot T_f} \cdot (1 + s \cdot T_i)}{s^2 + \frac{1 + K_p \cdot T_f}{T_f} \cdot s + \frac{K_p \cdot K_f}{T_i \cdot T_f}} \quad (16)$$

- Polinomul caracteristic  $\rightarrow$  numitorul lui :  $G_0(s)$

$$P_{c0} = s^2 + \frac{1 + K_p \cdot T_f}{T_f} \cdot s + \frac{K_p \cdot K_f}{T_i \cdot T_f} \quad (17)$$

- Se egalează (13) cu (17)  $\rightarrow$  parametrii regulatorului PI:

$$K_p = \frac{2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot T_f - 1}{K_f} \quad (18)$$

$$T_i = \frac{2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot T_f - 1}{T_f \cdot \omega_n^2} \quad (19)$$

## 4. Proiectarea cu algoritmul MPC

### 4.1. Restricții

➤ Limitări fizice pentru mărimile electrice → restricții:

-Restricții pentru curenți: 
$$\sqrt{i_d^2 + i_q^2} \leq I_{smax} \quad (20)$$

-Restricții pentru tensiuni: 
$$\sqrt{v_d^2 + v_q^2} \leq U_{DC}/\sqrt{3} \quad (21)$$

-Restricții pătratice → aproximări liniare

•curent:  $i_d^{max} = \alpha I_{smax}; i_q^{max} = \sqrt{1 - \alpha^2} I_{smax} \rightarrow -i_d^{max} \leq i_d(k) \leq i_d^{max}; -i_q^{max} \leq i_q(k) \leq i_q^{max} \quad (22)$

•tensiune:  $v_d^{max} = \beta U_{DC}/\sqrt{3}; v_q^{max} = \sqrt{1 - \beta^2} U_{DC}/\sqrt{3} \rightarrow -v_d^{max} \leq v_d(k) \leq v_d^{max}; -v_q^{max} \leq v_q(k) \leq v_q^{max} \quad (23)$

$$u_{d/q}^{max} = v_{d/q}^{max} - u_{fd/q}^{max} \rightarrow -u_{d/q}^{max} \leq u_{d/q}(k) \leq u_{d/q}^{max}; -u_{q/q}^{max} \leq u_{q/q}(k) \leq u_{q/q}^{max} \quad (24)$$

unde  $u_{fd/q}^{max}$  reprezintă  $u_{fd/q}$  cu  $\Omega$  nominal și  $i_{d/q}$  maxim.

## 4.2. Controlul buclei interne

- Discretizând (5) → modelele discrete în timp ale celor doi curenți:

$$i_{d/q}(k+1) = \frac{-R_s}{L_{d/q}} i_{d/q}(k) + \frac{1}{L_{d/q}} u_{d/q}(k). \quad (25)$$

- Eroare staționară nulă → stare suplimentară:  $x_u(k) = u_{d/q}(k-1) \rightarrow$  model cu intrare incrementul comenzii:

$$\begin{bmatrix} i_{d/q}(k+1) \\ x_u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_s}{L_{d/q}} & \frac{1}{L_{d/q}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d/q}(k) \\ x_u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{d/q}} \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u_{d/q}(k). \quad (26)$$

- Predicțiile stărilor și ieșirii:

$$\begin{cases} x_{d/q}(k+i) = A_{d/q}^i x_{d/q}(k) + \sum_{m=0}^{i-1} A_{d/q}^m b_{d/q} \Delta u_{d/q}(k-1-m) \\ i_{d/q}(k+i) = [1 \ 0] x_{d/q}(k+i) \end{cases} \quad (27)$$

## 4.2. Controlul buclei interne

- Controlul optim MPC → minimizarea funcției de cost:

$$J_{d/q}(U_{d/q}) = \sum_{i=1}^{hp} \left( w_{jn} (i_{d/q}(k+n) - i_{d/q}^{ref}(k)) \right)^2 + \sum_{p=0}^{hp-1} \left( \lambda_{jp} \Delta u_{d/q}(k+p) \right)^2 + \rho_{\varepsilon_{d/q}} \varepsilon_{d/q} \quad (28)$$

- Având în vedere restricțiile → secvența de control optimă:

$$U_{d/q}^* = \arg \min_{U_{d/q}} J_{d/q}$$

$$\text{st: } -i_{d/q}^{max} - \varepsilon_{d/q} U_{d/q}^{min} \leq i_d(k+i) \leq i_{d/q}^{max} + \varepsilon_{d/q} U_{d/q}^{max}, \quad 1 \leq i \leq hp \quad (29)$$

$$-u_{d/q}^{max} \leq u_{d/q}(k+i) \leq u_{d/q}^{max}, \quad 0 \leq i \leq hp-1$$

- Principiului orizontului alunecător → primul termen al

$U_{d/q}^* = [\Delta u_{d/q}^*(k) \Delta u_{d/q}^*(k+1) \dots \Delta u_{d/q}^*(k+hp-1) \varepsilon_j]^T$  determină semnalul de control aplicat procesului:

$$u_{d/q}(k) = \Delta u_{d/q}^*(k) + u_{d/q}(k-1). \quad (30)$$

### 4.3. Controlul buclei externe

- Bucla internă de curent  $\rightarrow$  element de ordin întâi cu constanta de timp  $\tau_{iq} \rightarrow$  discretizarea modelelor celor două componente ale buclei externe  $\rightarrow$  modelul în timp discret:

$$\begin{bmatrix} \Omega(k+1) \\ i_q(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-f}{j} & \frac{K}{j} \\ 0 & \frac{-1}{\tau_{iq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(k) \\ i_q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau_{iq}} \end{bmatrix} u_\Omega + \begin{bmatrix} \frac{-1}{j} \\ 0 \end{bmatrix} C_{ch} \quad (31)$$

- Eroare de regim staționar zero  $\rightarrow$  stare suplimentară:  $x(k) = u_\Omega(k-1) \rightarrow$  modelul vitezei:

$$\begin{bmatrix} \Omega(k+1) \\ i_q(k+1) \\ x(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-f}{j} & \frac{K}{j} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau_{iq}} & \frac{1}{\tau_{iq}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(k) \\ i_q(k) \\ x(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau_{iq}} \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u_\Omega + \begin{bmatrix} \frac{-1}{j} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} C_{ch} \quad (32)$$

- Predicțiile stării și ale ieșirii:

$$\begin{cases} x_\Omega(k+i) = A_\Omega^i x_\Omega(k) + \sum_{p=0}^{i-1} [A_\Omega^p b_\Omega \Delta u_\Omega(k-1-p) + A_\Omega^p b_l C_{ch}] \\ \Omega(k+i) = [1 \ 0 \ 0] x_\Omega(k+i) \end{cases} \quad (33)$$

### 4.3. Controlul buclei externe

- Legea MPC → minimizarea următoarei funcții de cost:

$$J_{\Omega}(U_{\Omega}) = \sum_{i=1}^{hp} \left( \rho_{mn} \left( \Omega(k+i) - \Omega^{ref}(k) \right) \right)^2 + \sum_{p=0}^{hp-1} \left( \lambda_{mp} \Delta u_{\Omega}(k+p) \right)^2 + \rho_{\varepsilon_{\Omega}} \varepsilon_{\Omega} \quad (34)$$

- Având în vedere restricția impusă comenzii  $u_{\Omega} \rightarrow$  secvența optimă de control:

$$U_{\Omega}^* = \arg \min_{U_{\Omega}} J_{\Omega} \quad (35)$$

$$\text{st: } u_{\Omega}^{min} \leq u_{\Omega}(k+i) \leq u_{\Omega}^{max}, \quad 0 \leq i \leq hp-1$$

- Principiului orizontului alunecător → primul termen al  $U_{\Omega}^*$  determină semnalul de control aplicat procesului:

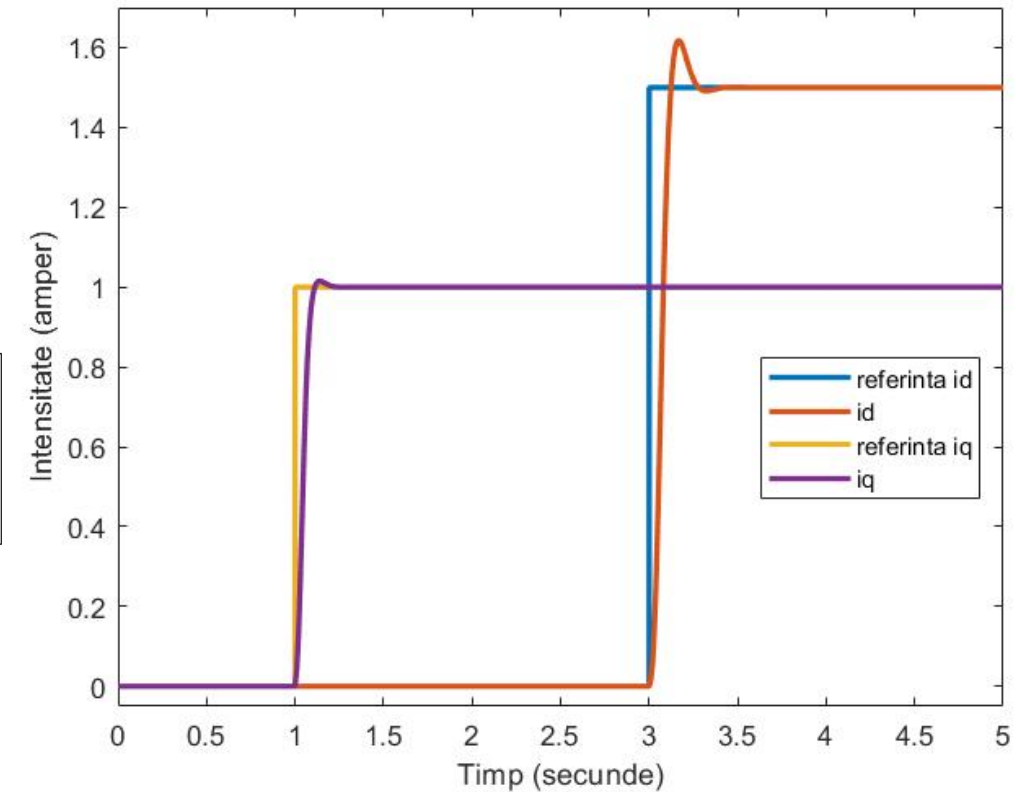
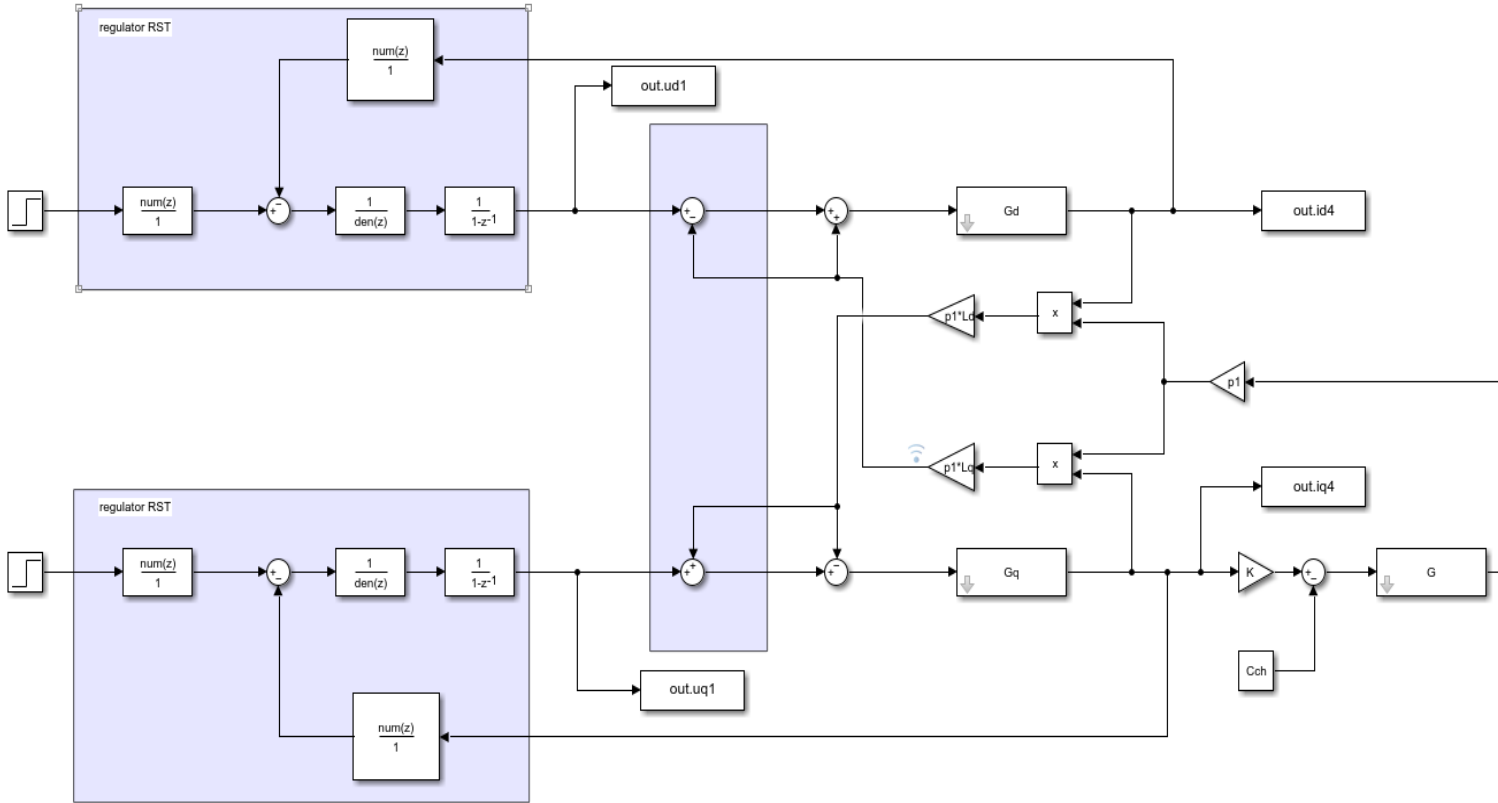
$$u_{\Omega}(k) = \Delta u_{\Omega}^*(k) + u_{\Omega}(k-1) \quad (36)$$

- Rejecția perturbației → elaborarea referinței pentru MPC-ul de turație cu un filtru de tip PI cu parametrii aflați prin metoda *trial and error*.

# 5. Rezultatele obținute prin simulare

## 5.1. Controlul cu algoritmul GPC

➤ Testarea buclei de curent cu decuplare și regatoare RST:



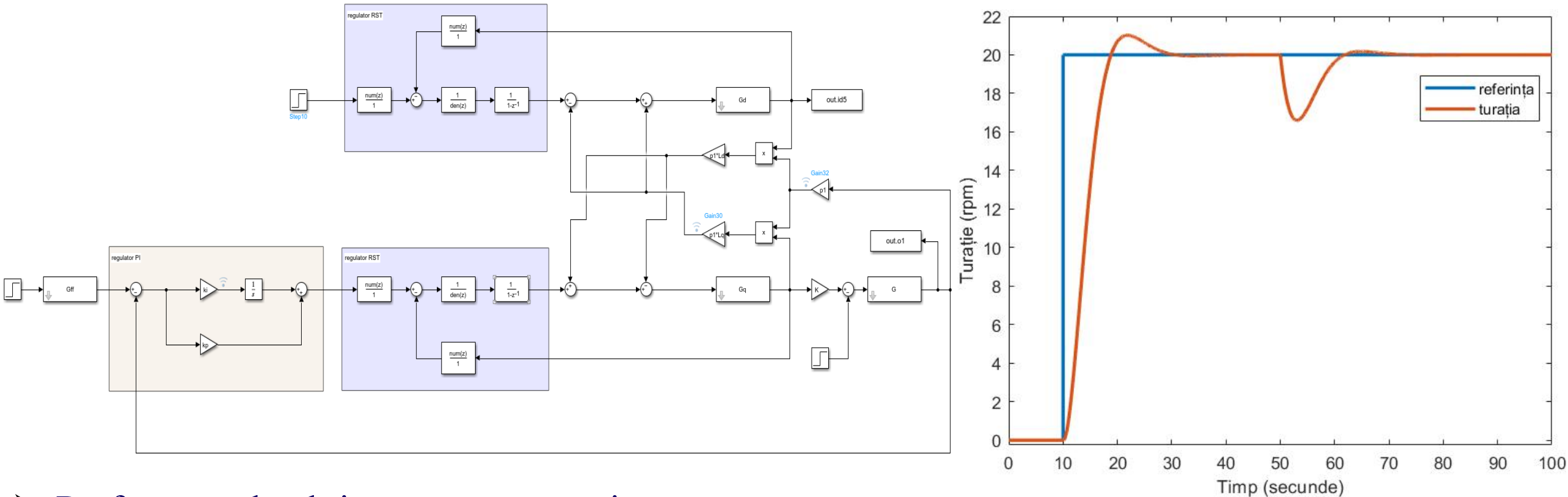
➤ Performanțele obținute pentru curenți:

- Pentru  $i_d$ :
  - suprareglarea = 0.076 ( 7.6% )
  - durata regimului tranzitoriu= 0.215s

- Pentru  $i_q$ :
  - suprareglarea = 0.015 ( 1.5% )
  - durata regimului tranzitoriu= 0.092s

## 5.1. Controlul cu algoritmul GPC

➤ Testarea structurii de reglare în cascadă a turației motorului cu regulator PI:



➤ Performanțele obținute pentru turație:

- suprareglarea = 0.051 ( 5.1% )
- durata regimului tranzitoriu= 12.321s



## 5.2. Controlul cu algoritmul MPC

- În Scriptul MATLAB au fost create două obiecte de tip MPC pentru curenți:

```
mpccon1=mpc(Gd,Ts,hp,hm,W1,MV1,OV1)
mpccon2=mpc(Gq,Ts,hp,hm,W2,MV2,OV2)
```

Cu parametrii:

- $G_{d/q}$  - funcțiile de transfer ale curenților
- $T_s$  - perioada de eșantionare
- $hp$  - orizontul de predicție
- $hm$  - orizontul minim de predicție
- $W1/2$  - penalizările funcțiilor de cost:

```
W1 = struct('ManipulatedVariables',[0],'ManipulatedVariablesRate',[1e-5],'OutputVariables',[0.6],'ECR',100000);
W2 = struct('ManipulatedVariables',[0],'ManipulatedVariablesRate',[3e-5],'OutputVariables',[0.5],'ECR',100000);
```

- $MV1/2$ - restricțiile pentru tensiune:

```
MV1=struct('Min',[-vdmax],'Max',[vdmax],'RateMin',[-Inf],'RateMax',[Inf]);
MV2=struct('Min',[-vqmax],'Max',[vqmax],'RateMin',[-Inf],'RateMax',[Inf]);
```

- $OV1/2$ - restricțiile pentru curent:

```
OV1=struct('Min',[0],'Max',[idmax]);
OV2=struct('Min',[-iqmax],'Max',[iqmax]);
```

- În Scriptul MATLAB a fost creat un obiect de tip MPC pentru turație:

```
mpccon3=mpc(G_f,Ts,hp,hm,Wo,MVo,OVo);
```

Cu parametrii:

- $G_f$  - funcția de transfer a sistemului mecanic
- $T_s$  - perioada de eșantionare
- $hp$  - orizontul de predicție
- $hm$  - orizontul minim de predicție
- $Wo$  - penalizările funcțiilor de cost:

```
Wo = struct('ManipulatedVariables',[0],'ManipulatedVariablesRate',[2e-5],'OutputVariables',[0.6],'ECR',100000);
```

- $MVo$ - restricțiile pentru curent:

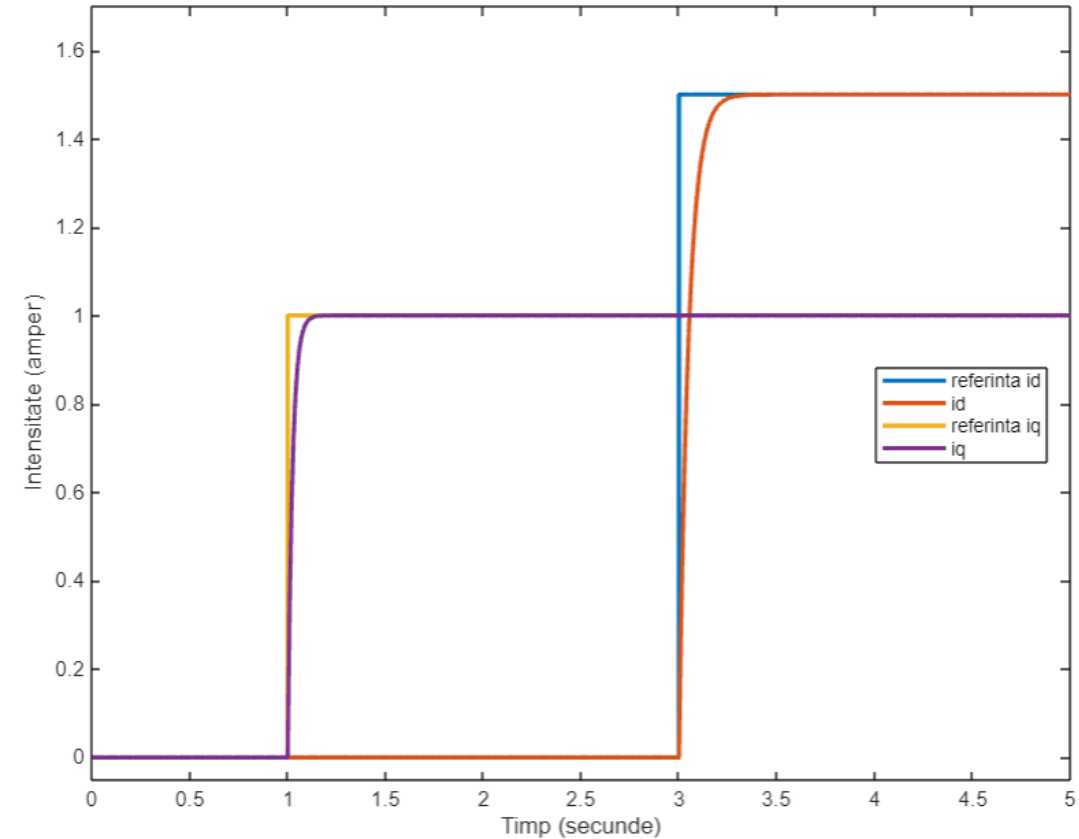
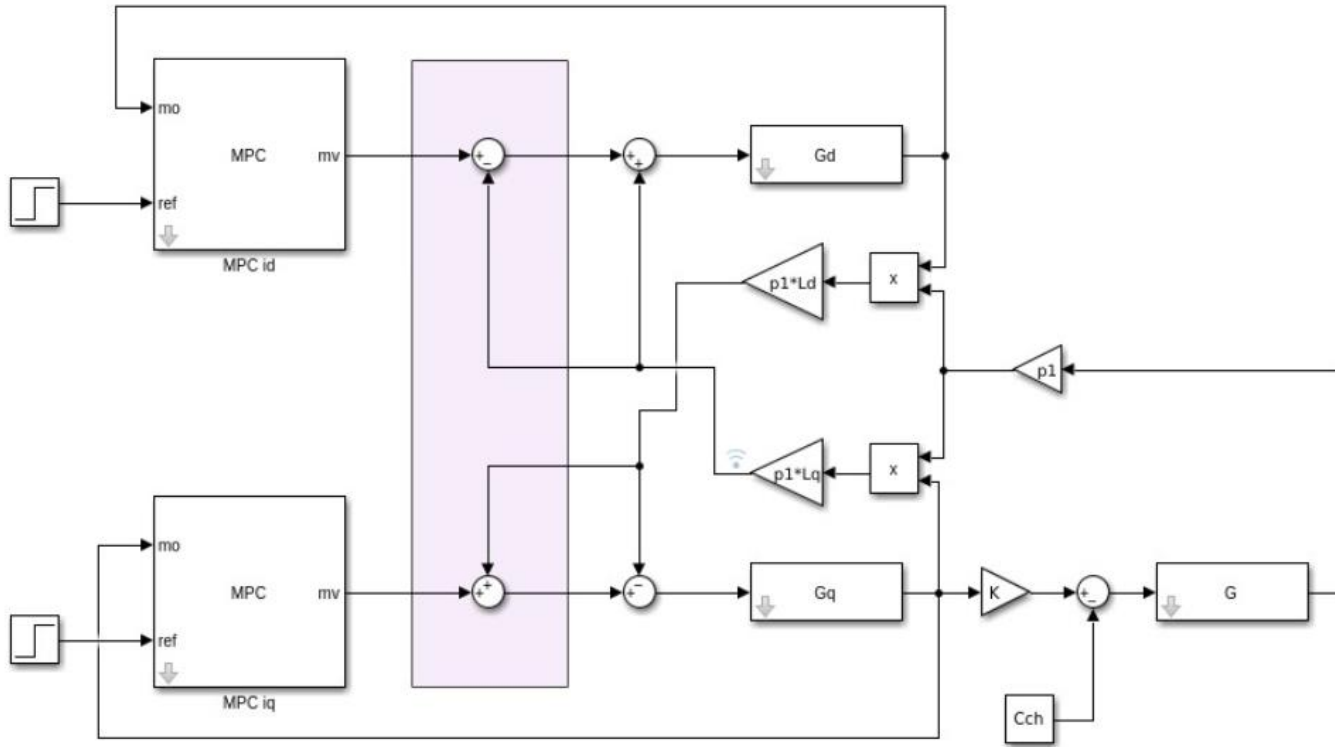
```
MVo=struct('Min',[-iqmax],'Max',[iqmax],'RateMin',[-Inf],'RateMax',[Inf]);
```

- $OVo$ - restricțiile pentru turație:

```
OVo=struct('Min',[-Inf],'Max',[Inf]);
```

## 5.2. Controlul cu algoritmul MPC

➤ Testarea buclei de curent cu decuplare și regatoare MPC din toolbox-ul MPC MATLAB:



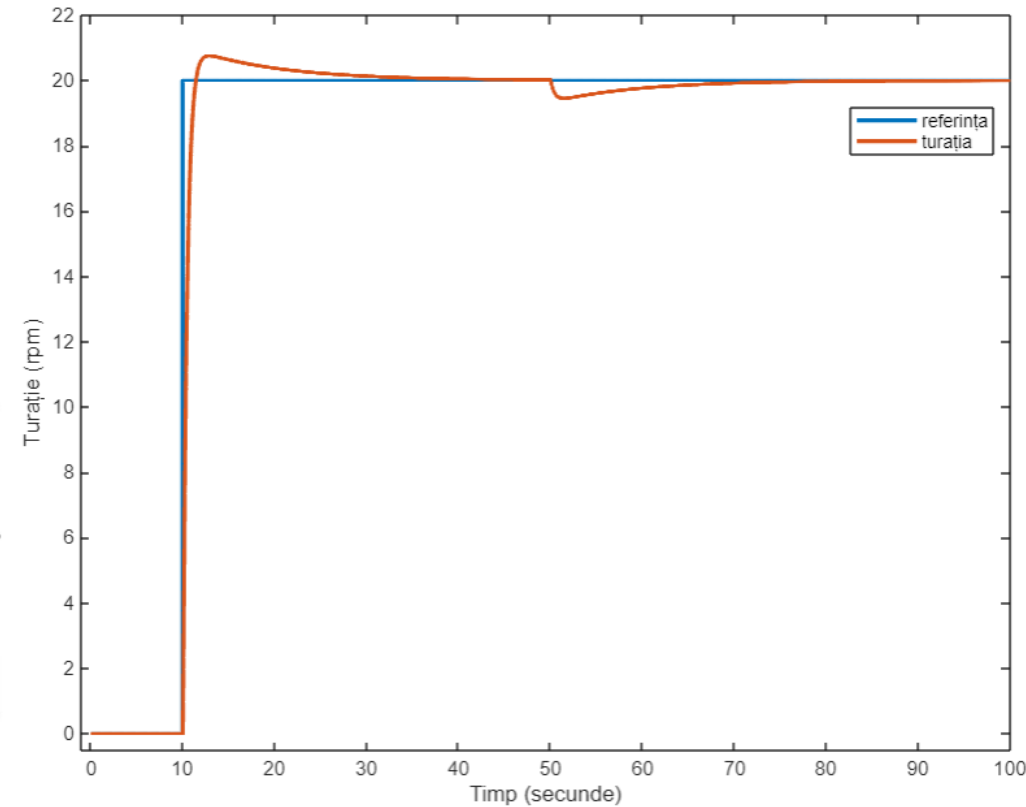
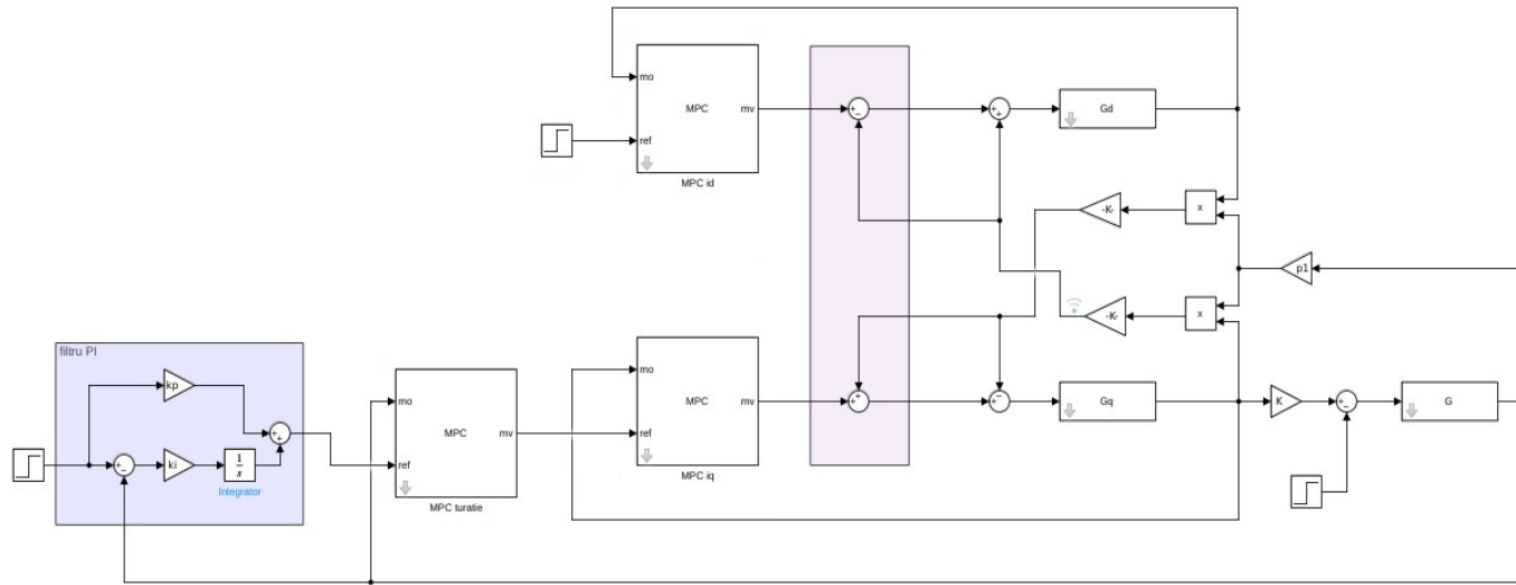
➤ Performanțele obținute pentru curenți:

- Pentru  $i_d$ :
  - suprareglarea = 0 ( 0% )
  - durata regimului tranzitoriu= 0.146s

- Pentru  $i_q$ :
  - suprareglarea = 0 ( 0% )
  - durata regimului tranzitoriu= 0.071s

## 5.2. Controlul cu algoritmul MPC

- Testarea structurii de reglare în cascadă a turației motorului cu regulator MPC din toolbox-ul MPC MATLAB:



- Performanțele obținute pentru turație:
- suprareglarea = 0.0375 ( 3.75% )
  - durata regimului tranzitoriu= 1.88s

## 6. Concluzii

- Bazându-ne pe modelul d-q al motorului sincron cu reluctanță variabilă, s-a dezvoltat o structură de reglare în cascadă pentru controlul turației.
- Aceasta include o buclă internă cu un algoritm de decuplare, regulatoare GPC și MPC pentru controlul curenților  $i_d$  și  $i_q$ , iar pentru partea fixată a buclei externe a fost aplicat un control cu un regulator PI și un control cu regulator MPC pentru a asigura reglarea turației.
- În urma simulărilor, algoritmul MPC s-a dovedit a fi mai eficient decât algoritmul GPC, atât pentru curenți, cât și pentru turație, având o suprareglare și o durată a regimului tranzitoriu mai mică.

**Vă mulțumesc pentru atenție!**

