

# SEMINAR 14: METODA GREEDY ȘI PROGRAMARE DINAMICĂ

## METODA GREEDY

1. Se dau o serie de activități care trebuie realizate de o persoană într-o zi dată. Fiecare activitate este caracterizată de ora de început și ora de sfârșit a ei. Se cere determinarea numărului maxim de activități care pot fi realizate, presupunând că persoana nu poate lucra la două activități în același timp.

Exemple:

Activitate	1	2	3
Ora de începere	2	5	7
Ora de finalizare	6	8	12

Soluție:

$A_1, A_3$   
2 7  
6 12

Activitate	1	2	3	4	5	6	7	8
Ora de începere	9	12	8	10	16	14	20	19
Ora de finalizare	11	13	10	12	18	16	22	21

Soluție:

$A_3, A_4, A_2, A_6, A_5, A_8$

8	10	12	14	16	19
10	12	13	16	18	21

2. Se cere ocuparea optimă a unui camion care poate transporta o greutate maximă  $G$  cu  $n$  obiecte, fiecare obiect având asociată greutatea  $g_i$  și un profit asociat,  $p_i$ . Din fiecare obiect se poate lua o fracțiune.

Exemple:

Obiect	1	2	3
Greutate $G$	10	20	30
Profit $P$	60	100	120
$P/G$	6	5	4

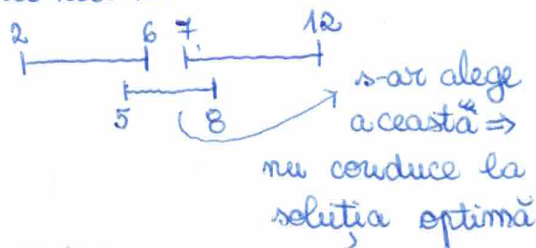
Soluție

Item			Fracțiune	Profit
Nr	Greutate	Profit		
1	10	60	1	60
2	20	100	1	100
3	30	120	$20/30 = 2/3$	$2/3 \cdot 120 = 80$
			Profit total	240

→ criteriu: se alege activitatea care se termină cel mai devreme

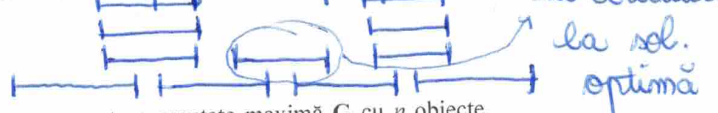
→ alte criterii

• durata cea mai scurtă



• activitatea cu

cele mai puține suprapuneri



Criteriu: se alege obiectul cu valoarea cea mai mare pentru raportul profit/greutate



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	9	5	1	-9	3	4	8	2	4	12	18	3
L	3	4	6	6	5	4	3	4	3	2	1	1
P	9	6	4	4	5	6	9	8	9	10	-1	-1

↓ MAX LUNGIME

MAX SUBLISTĂ:  $a[2], a[4], a[5], a[6], a[9], a[10]$

(val)                      1            3            4            8            12            18

2. Într-un rucsac se poate transporta o greutate maximă  $G$  și există  $n$  obiecte, fiecare având greutatea  $g_i$  și un profit asociat,  $p_i$ . Obiectele nu pot fi fracționate. Să se determine profitul maxim care poate fi obținut prin obiectele transportate în rucsac.

Exemplu:

$N = 4$   
 $G = 10$

Obiect	1	2	3	4
Greutate $G$	2	3	6	4
Profit $P$	20	40	50	45

$P/G$  10 13,3 8,33 11,25

$i$	$M$	Greutate disponibilă										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Obiect	1											
	2											
	3											
	4											SOL

→ exemplu pt care Greedy cu alegere candidat sa si la fractional knapsack nu functioneaza:

0	1	2	3	
G	2	2	3	
P	10	10	18	
	5	5	6	

$N = 3$

$G = 4$

$03 \rightarrow P\_TOTAL = 18$

$01 + 02 \rightarrow P\_TOTAL = 20$

\*insert a row filled with 0s

Relația de recurență folosită:

$$M[i][w] = \begin{cases} 0 & \text{dacă } i=0 \text{ sau } w=0 \\ M[i-1][w] & \text{dacă } G_i > w \text{ pentru } i \geq 1 \\ \max(M[i-1][w], P_i + M[i-1][w-G_i]) & \text{dacă } G_i \leq w, i \geq 1 \end{cases}$$

Completați tabelul pentru:

$N = 3$   
 $G = 6$

Obiect	1	2	3
Greutate	1	2	3
Profit	2	15	40

Obiect		Greutate disponibilă						
		0	1	2	3	4	5	6
Obiect	1							
	2							
	3							

$M[i][j]$  = profitul maxim obținut în subproblema  $i$  pentru greutatea disponibilă  $j$

$M[i][0]$  = profitul maxim al unui rucsac cu greutatea disponibilă 0 (care nu permite adăugarea de obiecte)

$M[0][j]$  = profitul maxim al unui ~~obiect~~ rucsac gol cu greutate disponibilă  $j$

→ pe fiecare linie  $i$  se determină profitul maxim pe baza valorilor maxime ale profiturilor care s-au determinat pentru subproblemele anterioare

→ profiturile sunt maxime pe fiecare linie.

3. Se consideră un triunghi de numere naturale  $a_{ij}$  cu  $n$  linii. Pornind de la numărul din linia 1, mergând în jos până la linia  $n$ , să se determine o selecție de elemente astfel încât suma elementelor să fie maximă. Trecerea la linia următoare se poate face doar mergând în jos, direct sau pe diagonală (la dreapta).

Triunghiul inițial:

	1	2	3	4
1	5			
2	4	2		
3	5	4	3	
4	4	3	2	5

Matricea sumelor maxime

MAX SUM

	1	2	3	4
1	5			
2	13	10		
3	9	7	8	
4	4	3	2	5

Matricea direcției de deplasare

	1	2	3	4
1	1			
2	1	2		
3	1	1	2	
4	0	0	0	0

MAX SEQUENCE POSITIONS

Relația de recurență folosită:

→ rezolvare inclusă în cod

4. Se dă o țeavă de lungime  $N$  și o listă de prețuri, unde  $\text{prețuri}[i]$  este prețul aferent țevii de lungime  $i$ . Să se determine cea mai mare valoare care se poate obține prin tăierea țevii și vânzării pieselor aferente.

Exemplu:

$N = 8$

Lungime	1	2	3	4	5	6	7	8
Preț	1	5	8	9	10	17	17	20

Valoarea maximă: 22

Explicație: Valoarea 22 se obține prin tăierea țevii în piese de lungime 2 și 6, i.e.,  $5 + 17 = 22$ .

$N = 8$

Lungime	1	2	3	4	5	6	7	8
Preț	3	5	8	9	10	17	17	20

Valoarea maximă: 24

Explicație: Valoarea 24 se obține prin tăierea țevii în 8 piese de lungime 1,  $8 \cdot 3 = 24$ .

Relația de recurență folosită:

→ rezolvare inclusă în cod