

Exempeltesta

1b) $10 + 20/5 + 5 = 10 + \frac{20}{5} + 5 = 15 + 4 = 19$

jämför $((10+20)/(5+5)) = 3$

d) $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

g) Förenkla $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{xy}}$

$$\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{xy}} = \frac{\frac{1 \cdot y}{xy} - \frac{1 \cdot x}{xy}}{\frac{1}{xy}} = \frac{\frac{y-x}{xy}}{\frac{1}{xy}} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{xy}{1} = \frac{y-x}{1} = \underline{y-x}$$

2a) $\frac{\ln 16}{\ln 8} = \frac{\ln 2^4}{\ln 2^3} = \frac{4 \cdot \ln 2}{3 \cdot \ln 2} = \underline{\frac{4}{3}}$

b) $\frac{\lg \sqrt{10}}{\ln \frac{1}{e^2}} = \frac{\lg 10^{\frac{1}{2}}}{\ln e^{-2}} = \frac{\frac{1}{2}}{-2} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{-\frac{1}{4}}$

$\lg 10^x = x$

$\ln e^x = x$

3a) $\log_2(16) = \log_2(2^4) = \underline{4}$

${}^a \log a^x = \log_a a^x = x$

b) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right) = \log_3\left(\frac{1}{3^4}\right) = \log_3(3^{-4}) = \underline{-4}$

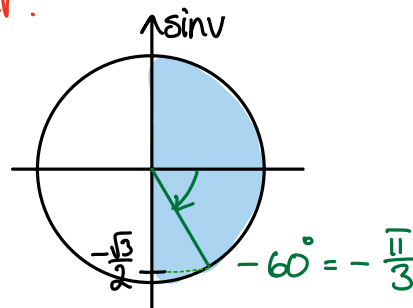
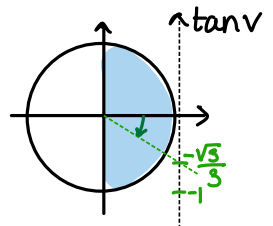
c) $\log_4(32) = \log_4(2^5) = \log_4(2^{2 \cdot \frac{5}{2}}) = \log_4((2^2)^{\frac{5}{2}}) = \log_4 4^{\frac{5}{2}} = \underline{\frac{5}{2}}$

5a) $\arctan\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \underline{-30^\circ}$ alt. $\underline{-\frac{\pi}{6}}$

330° är fel svar!

b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{-60^\circ}$ alt. $\underline{-\frac{\pi}{3}}$

300° är fel svar!



6/ Vilket tal är störst/minst: $\sqrt{11}$, $\lg 11$, $\sin(-11^\circ)$, $\log_3(11)$

$$\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4$$

$$\lg 10 < \lg 11 < \lg 100$$

$$1 < \lg 11 < 2$$

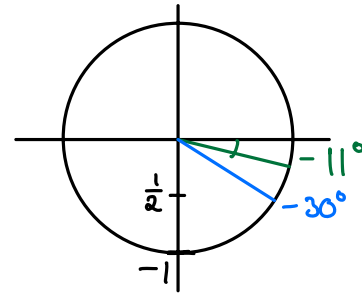
$$\sin(-30^\circ) < \sin(-11^\circ) < \sin 0^\circ$$

$$-\frac{1}{2} < \sin(-11^\circ) < 0$$

$$\log_3 9 < \log_3 11 < \log_3 27$$

$$\log_3 3^2 < \log_3 11 < \log_3 3^3$$

$$2 < \log_3 11 < 3$$



Minst: $\sin(-11^\circ)$

Störst: $\sqrt{11}$

7/ Bestäm definitionsmängd och värdemängd för

a) $f(x) = \ln(2x-3)$

b) $f(x) = e^x + 2$

c) $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$

a) $f(x) = \ln(2x-3)$

$y = \ln x$ $x > 0$ $y \in \mathbb{R}$

$f(x)$ är förskjuten i sidled, då påverkas endast D_f .

$$2x-3 > 0 \text{ ger } x > \frac{3}{2}$$

$$D_f = \left\{x > \frac{3}{2}\right\} \quad V_f = \mathbb{R}$$

b) $f(x) = e^x + 2$

$y = e^x$

$x \in \mathbb{R}$

$y > 0$

$f(x)$ är förskjuten $+2$ i höjled (y -led), då påverkas inte D_f

$$D_f = \mathbb{R} \quad V_f = \{y > 2\}$$

c) $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$

$y = \sqrt{x}$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$f(x)$ är förskjuten $+1$ i y -led och ett steg åt vänster i x -led.

$$(x+1 \geq 0 \quad x \geq -1) \text{ vi får då } D_f = \{x \geq -1\} \quad V_f = \{y \geq 1\}$$

13) Rita grafen $2x + 3y - 4 = 0$ $-4 < x \leq 5$

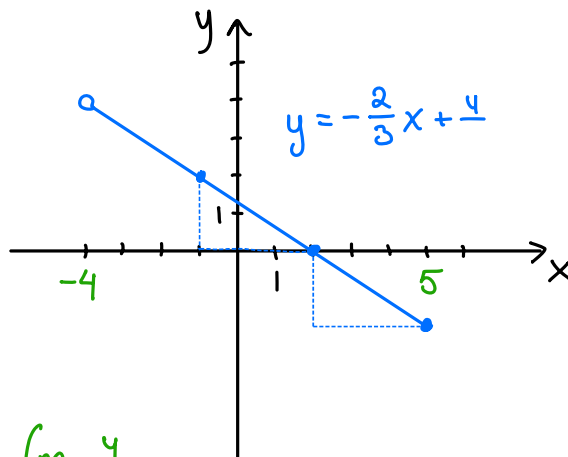
$$2x + 3y - 4 = 0$$

$$3y = -2x + 4$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

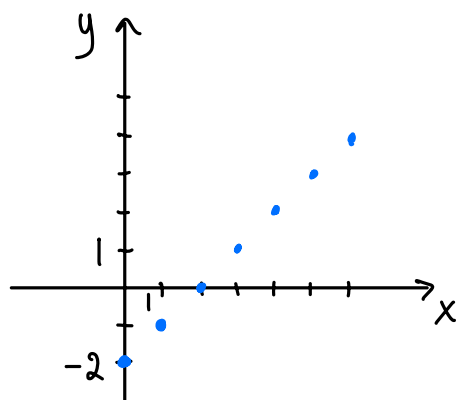
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

Hitta en bra punkt att utgå ifrån ($m = \frac{4}{3}$
är inte bra) $x = 2$ ger $y = 0$



14) Rita grafen till $f(x) = x - 2$ $x \in \mathbb{N}$

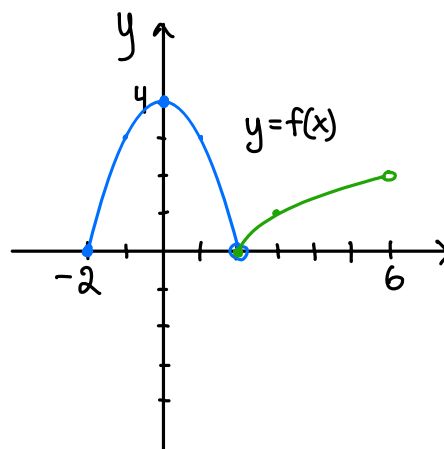
$x \in \mathbb{N}$ innebär att x enbart får vara $0, 1, 2, 3, \dots$ dvs heltal ≥ 0



15) Rita grafen och bestäm D_f och V_f

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & -2 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & 2 \leq x < 6 \end{cases}$$

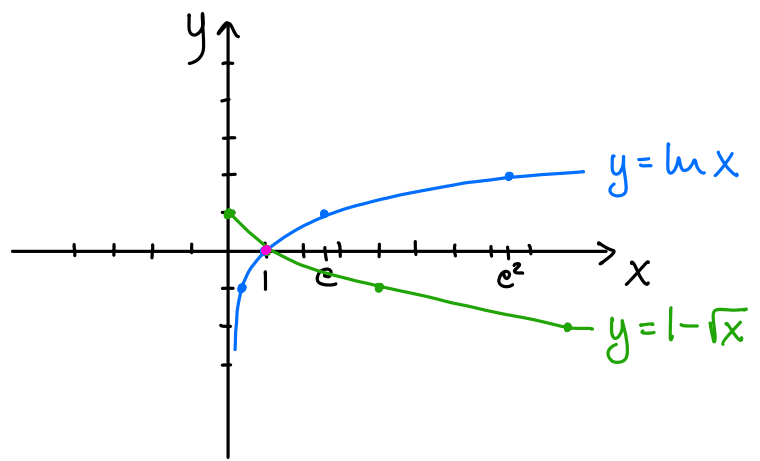
$$D_f = \{-2 \leq x < 6\} \quad V_f = \{0 \leq y \leq 4\}$$



18) Lös ekvationerna grafiskt

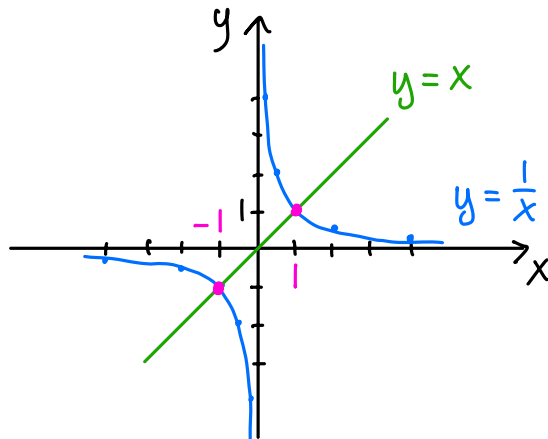
a) $\ln x = 1 - \sqrt{x}$

x	y = $\ln x$	x	y = $1 - \sqrt{x}$
$e^{-1} \approx 0,4$	$\ln e^{-1} = -1$	0	$1 - 0 = 1$
1	$\ln 1 = 0$	1	$1 - \sqrt{1} = 0$
e	$\ln e = 1$	4	$1 - \sqrt{4} = -1$
$e^2 \approx 7,4$	$\ln e^2 = 2$	9	$1 - \sqrt{9} = -2$



SVAR: $x = 1$

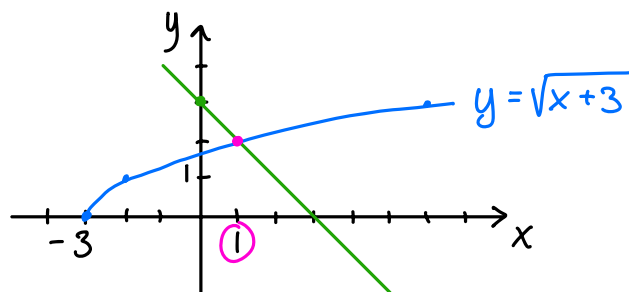
b) $\frac{1}{x} = x$



SVAR: $x = \pm 1$

c) $\sqrt{x+3} = 3-x$

x	y = $\sqrt{x+3}$
-3	0
-2	$\sqrt{1} = 1$
0	$\sqrt{3} \approx 1,7$
1	$\sqrt{4} = 2$
6	$\sqrt{9} = 3$



SVAR: $x = 1$

skriv 3,1616... som ett bråk

sätt $x = 3,1616...$

$100x = 316,1616...$

$100x - x = 316,1616... - 3,1616...$

$99x = 313$

$$x = \frac{313}{99}$$

$$\left(\begin{array}{l} 99 = 11 \cdot 3 \cdot 3 \\ 313 \text{ ej delbart med } 3 \text{ eller } 11 \end{array} \right)$$

Beräkna:

$$a) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} - \sqrt{32}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} - \sqrt{4 \cdot 8}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} - 2\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}}{-\sqrt{8}} = \underline{-1}$$

$$\text{alt.} = \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{\sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = \underline{-1}$$

$$b) \frac{\sqrt{54} + \sqrt{24}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{125}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 6} + \sqrt{4 \cdot 6}}{\sqrt{5 \cdot 125}} = \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{5 \cdot 5 \cdot 25}} = \frac{5\sqrt{6}}{25} = \underline{\frac{\sqrt{6}}{5}}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$