FUNKTIONSBEGREPPET (Kap. 7)

- Dessa anteckningar komplementerar noteboken till föreläsningen

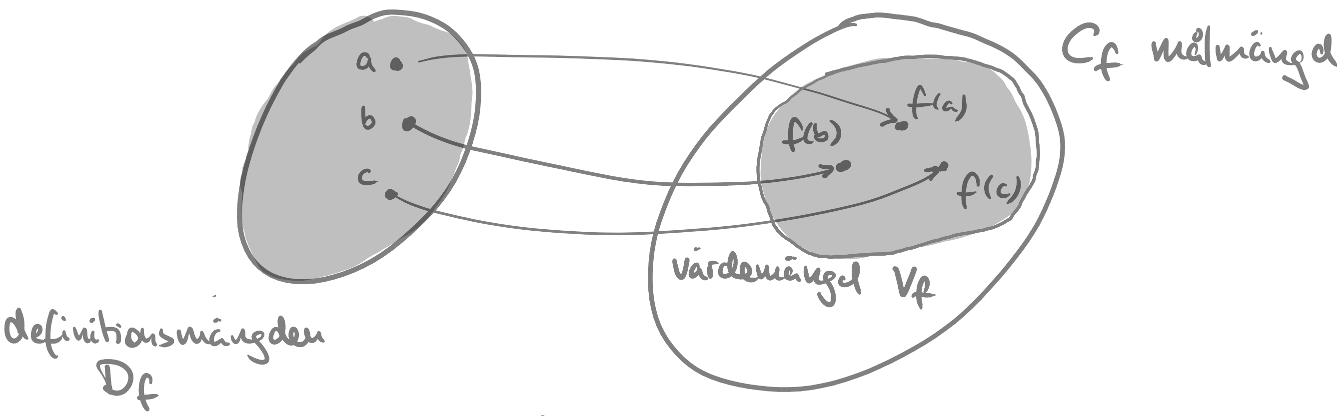
Def En <u>funktion</u> f består av en definitionsmängd D_f och en målmängd C_f och en föreskrift som, till varje $x \in D_f$, ordnar (exakt) ett element $f(x) \in C_f$.

Vi skriver

$$\begin{aligned} f : D_f &\longrightarrow C_f \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

<u>Bildmängden</u> (eller <u>värdemängden</u>) V_f av f är mängden av alla faktiskt förekommande värden

$$V_f = \{ f(x) \in C_f \mid x \in D_f \}$$



→ Alla punkter i D_f bildas av till V_f.

→ Målmängden C_f kan vara större än V_f.

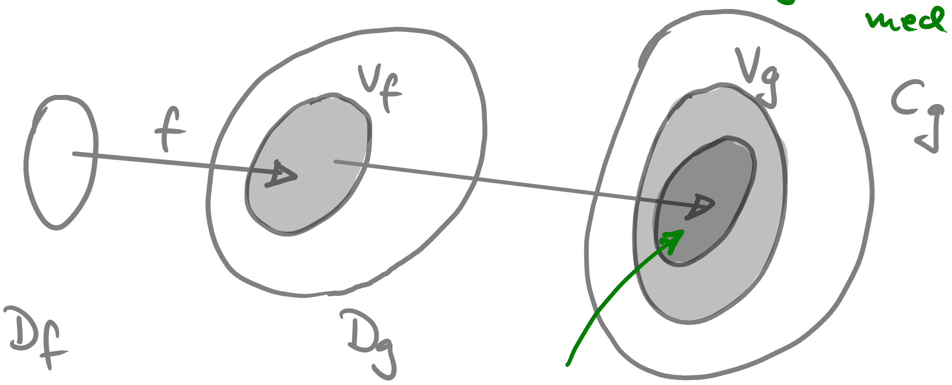
Def Låt $f: D_f \to C_f$ och $g: D_g \to C_g$ vara funktioner med $V_f \subset D_g$.

Då definieras vi den <u>sammansatta funktionen</u>

$$(g \circ f): D_f \to C_g$$
$$x \mapsto g(f(x))$$

"g efter f"

"g komponerad med f"

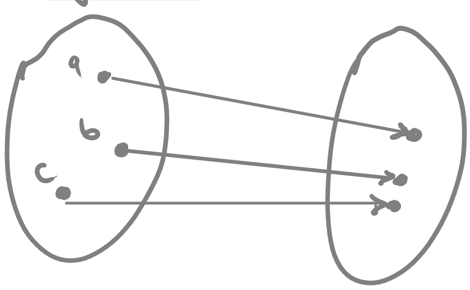


$V_{g \circ f}$ ligger inom V_g.
→ kan vara mindre än V_g!

Def En funktion $f: D_f \to C_f$ kallas <u>injektiv</u> om för alla $x, y \in D_f$ gäller att

om $x \neq y$ så är $f(x) \neq f(y)$.

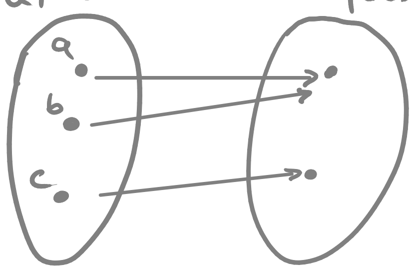
<u>injektiv</u>



$a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$

<u>inte injektiv</u>!

$a \neq b$ $\quad$ $f(a) = f(b)$



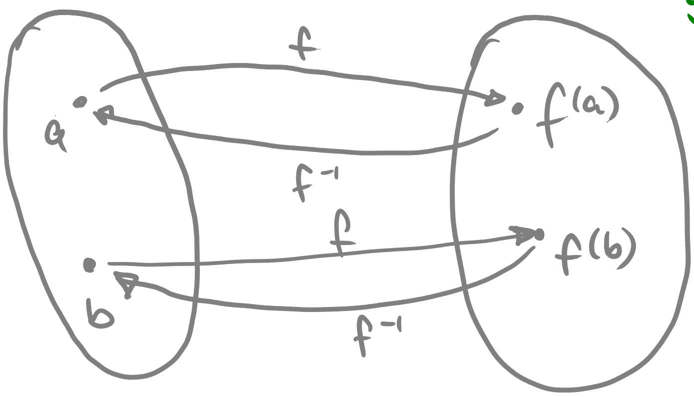
Def Låt $f: D_f \to C_f$ och $g: D_g \to C_g$ vara funktioner med $V_f \subset D_g$.

Då definieras vi den sammansatta funktionen

$$
\begin{aligned}
(g\circ f): D_f &\to C_g \\
x &\mapsto g(f(x))
\end{aligned}
$$

"g efter f"

"g komponerad med f"



→ Både

$$
\begin{aligned}
(f^{-1}\circ f): D_f &\to D_f \\
x &\mapsto f^{-1}(f(x)) = x
\end{aligned}
$$

och

$$
\begin{aligned}
(f\circ f^{-1}): V_f &\to V_f \\
z &\mapsto f(f^{-1}(z)) = z
\end{aligned}
$$

är funktioner där input och output är identiskt!

En sådan funktion kallas <u>identitetsfunktion</u>.