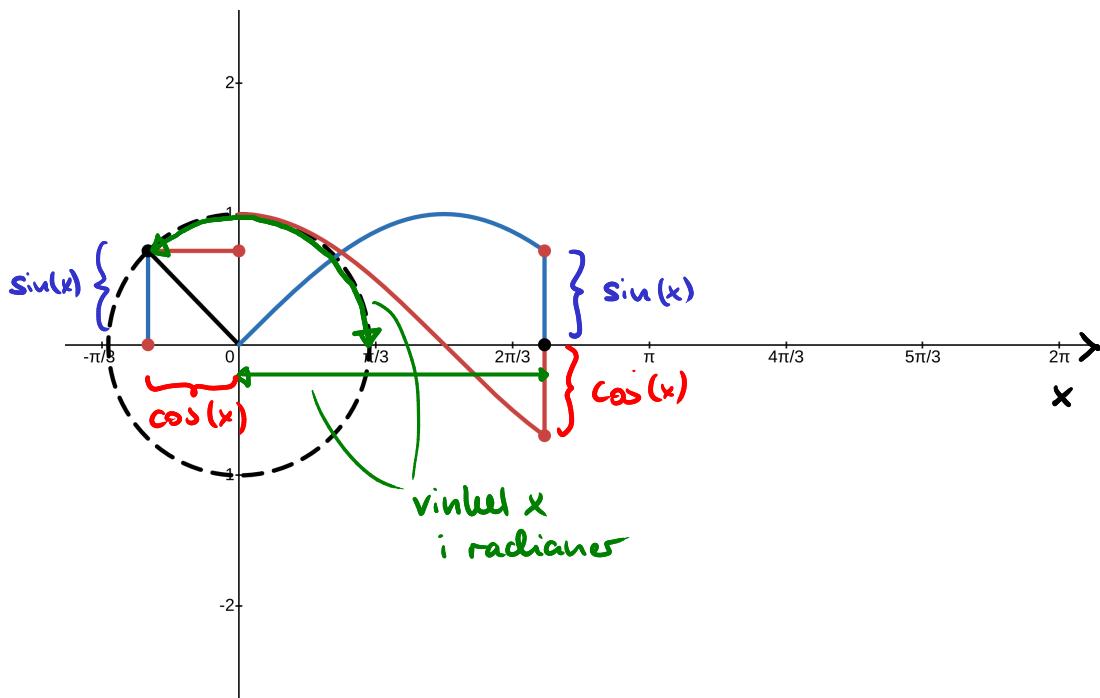


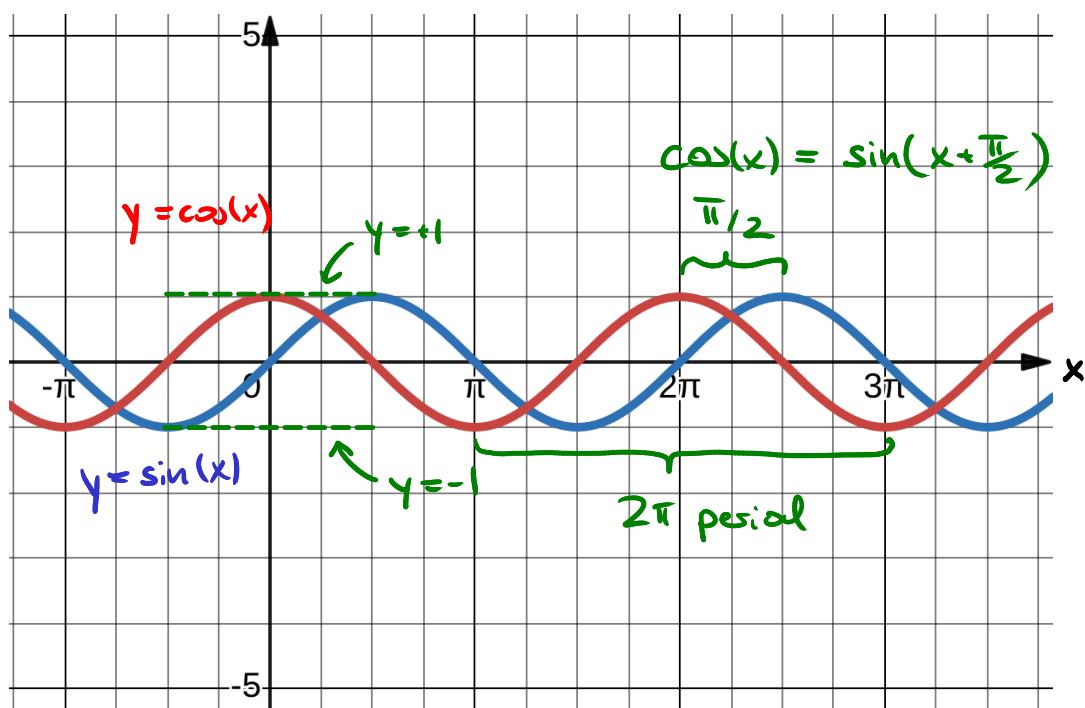
# TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER (Kap 8.4)

## Sinus och Cosinus

→ För visualisering  $\sin(x)$  och  $\cos(x)$  se länke till Desmos!



→ Funktionsgrader av  $\sin(x)$  och  $\cos(x)$



## Funktionsegenskaper

→ Sinus är udda, cosinus är jämn.

$$\sin(-x) = -\sin(x) \quad \cos(-x) = \cos(x)$$

→ Sinus och cosinus är begränsade.

$$-1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1$$

→ Sinus och cosinus är periodiska med period  $2\pi$

$$\sin(x+2\pi) = \sin(x) \quad \cos(x+2\pi) = \cos(x)$$

och de byter förtecknen varje halv period

$$\sin(x+\pi) = -\sin(x) \quad \cos(x+\pi) = -\cos(x)$$

OBS som en följd är  $\sin(x+k \cdot 2\pi) = \sin(x)$  för  $k \in \mathbb{Z}$   
 $\cos(x+k \cdot 2\pi) = \cos(x)$

→ "Trigettan"  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

→ Nollställen vid

$$\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z} \quad x = \dots, -3\pi, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

$$\cos(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z} \quad x = \dots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

Där den ena funktionen har nollställen, har den andra maxima eller minima ( $\pm 1$ ) (på grund av Trigettan).

→ Grafen av cosinus fås genom att flytta grafen av sinus till vänster.

$$\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$$

↑ flytt till höger

LÄR DIG DESSA TVÅ SIDOR UTANTILL !