

F6

## Kap2 Faktorisering

s. 46-47

Faktorisera:

a)  $4x^2 - 8x = 4x(x-2)$

b)  $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$   $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

c)  $81 - x^4 = 9^2 - (x^2)^2 = (9+x^2)(9-x^2) = (9+x^2)(3+x)(3-x)$

d)  $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$   $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

e)  $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x-3)^2$

f)  $x^4 - 10x^3 + 25x^2 = x^2(x^2 - 10x + 25) = x^2(x-5)^2$

2047 c) Förenkla så långt som möjligt  $\frac{x^3 - 4x}{5x - 10}$

$$\frac{x^3 - 4x}{5x - 10} = \frac{x(x^2 - 4)}{5(x-2)} = \frac{x(x+2)(x-2)}{5(x-2)} = \frac{x(x+2)}{5}$$

2048 d) Förenkla så långt som möjligt  $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - 1\right)$  parentes!

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - 1\right) = \left(\frac{a \cdot a}{a \cdot b} - \frac{b \cdot b}{a \cdot b}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - \frac{a+b}{a+b}\right) = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{2a+b-(a+b)}{a+b} =$$
  
mgn: ab mgn: (a+b)

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{ab} \cdot \frac{a}{(a+b)} = \frac{a-b}{b}$$

2050 b) Förenkla så långt som möjligt  $\frac{x-6}{x-3} - \frac{x}{3-x}$   $(a-b) = -(b-a)$

$$\frac{x-6}{x-3} - \frac{x}{3-x} = \frac{x-6}{x-3} + \frac{x}{-(3-x)} = \frac{x-6}{x-3} + \frac{x}{x-3} = \frac{x-6+x}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} = \frac{2(x-3)}{(x-3)} = 2$$

Ex) Faktorisera  $x^2 + 6x + 9$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 3^2 = (x+3)^2$$

2054b) Bestäm talet b så att uttrycket blir en jämn kvadrat.  $x^2 - 9x + b$

$$x^2 - 9x + b = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{9}{2} + \underbrace{\left(\frac{9}{2}\right)^2}_b \quad \text{dvs } b = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} \quad \left(x - \frac{9}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 \quad b = y^2$$

2055b) Skriv uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater.  $x^2 - 7x$

$$x^2 - 7x = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{2} + \underbrace{\left(\frac{7}{2}\right)^2}_{(x-\frac{7}{2})^2} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

kvadratkomplettering

$$x^2 + 6x + 7 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 7 \quad \begin{matrix} \text{Går alltså inte att skriva om direkt till en kvadrat} \\ \text{borde vara } 3^2 \end{matrix}$$

Vi måste kvadratkomplettera

$$x^2 + 6x + 7 = \underbrace{x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 - 3^2 + 7}_{(x+3)^2} = (x+3)^2 - 9 + 7 = (x+3)^2 - 2 \quad \begin{matrix} \text{kvadratkompletterat} \end{matrix}$$

$$x^2 + px + q = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = \underbrace{(x + \frac{p}{2})^2}_{\text{kvadratkompletterat}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

$$x^2 + 6x + 7 = x^2 + 6x + \underbrace{\left(\frac{6}{2}\right)^2}_{(x+3)^2} - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7 = (x+3)^2 - 9 + 7 = (x+3)^2 - 2$$

Ex) Kvadratkomplettera  $x^2 + 5x$

$$x^2 + 5x = x^2 + 5x + \underbrace{\left(\frac{5}{2}\right)^2}_{(x+\frac{5}{2})^2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \underbrace{(x + \frac{5}{2})^2}_{\text{kvadratkompletterat}} - \frac{25}{4}$$

2057a) Faktorisera uttrycket  $x^2 + 2x - 3$

$$x^2 + 2x - 3 = \underbrace{x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2}_{-1-3} - \left(\frac{2}{2}\right)^2 - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x+1)^2 - 2^2 = (x+1+2)(x+1-2) = (x+3)(x-1)$$

Kvadrat komplettera  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

### Kap 3. Förstagradsekvationer s. 56-60

3001g) Lös ekvationen  $7 = 1 - 2x$

utförlig lösning

$$7 = 1 - 2x$$

$$7 + 2x = 1 - 2x + 2x$$

$$7 + 2x = 1$$

$$7 - 7 + 2x = 1 - 7$$

$$2x = -6$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{6}{2}$$

$$x = -3$$

OK lösning

$$7 = 1 - 2x$$

$$2x = 1 - 7$$

$$2x = -6$$

$$x = -\frac{6}{2}$$

$$x = -3$$

NEJ!

$$\frac{2x = -6}{2}$$

3007c) Lös ekvationen  $\frac{5x}{6} - \frac{(x+2)}{9} = \frac{1}{2}$

Börja med att multiplicera båda sidor med mgn

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 9 = 3 \cdot 3 \\ 2 = 2 \end{array} \right\} \text{mgn} = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5x}{6} - \frac{2 \cdot 3 \cdot 3(x+2)}{9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1}{2}$$

$$15x - 2(x+2) = 9$$

$$15x - 2x - 4 = 9$$

$$13x = 9 + 4$$

$$x = \frac{13}{13}$$

$$x = 1$$

3013)

- Ett företag som ska hyra en kopieringsapparat har två offerter att välja mellan.
- (1) 5000 kr/månad för upp till 10000 kopior och därefter 12 öre per kopia
  - (2) 2000 kr/månad för upp till 8000 kopior och därefter 25 öre per kopia
- För vilket antal kopior per månad blir kostnaden lika för de båda alternativen?

Antal kopior:  $x$  st

- 1) 5000 kr/månad för max 10000 kopior sedan 12 öre/kopia = 0,12 kr/kopia  
 2) 2000 kr/månad för max 8000 kopier sedan 25 öre/kopia = 0,25 kr/kopia

1) Kostnad:  $5000 + (x - 10\ 000) \cdot 0,12 \quad x > 10\ 000$

2) Kostnad:  $2000 + (x - 8000) \cdot 0,25$

$$5000 + 0,12(x - 10\ 000) = 2000 + 0,25(x - 8000)$$

$$5000 + 0,12x - 1200 = 2000 + 0,25x - 2000$$

$$3800 = 0,25x - 0,12x$$

$$3800 = 0,13x$$

$$\frac{3800}{0,13} = x$$

$$x = \frac{3800 \cdot 100}{0,13 \cdot 100}$$

$$x = \frac{380000}{13} \text{ kopior}$$

$$(x = 29231 \text{ st}) \text{ miniräknare}$$