

(F6) Kap2 Faktorisering s. 46-47

Faktorisera:

$$a) 4x^2 - 8x = 4x(x-2)$$

$$b) 4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$c) 81 - x^4 = 9^2 - (x^2)^2 = (9+x^2)(9-x^2) = (9+x^2)(3+x)(3-x)$$

$$d) x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$e) 4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x-3)^2$$

$$f) x^4 - 10x^3 + 25x^2 = x^2(x^2 - 10x + 25) = x^2(x-5)^2$$

2047c) Förenkla så långt som möjligt $\frac{x^3 - 4x}{5x - 10}$

$$\frac{x^3 - 4x}{5x - 10} = \frac{x(x^2 - 4)}{5(x-2)} = \frac{x(x+2)(x-2)}{5(x-2)} = \underline{\frac{x(x+2)}{5}}$$

2048d) Förenkla så långt som möjligt $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - 1\right)$

parentes!

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - 1\right) = \left(\frac{a \cdot a}{a \cdot b} - \frac{b \cdot b}{a \cdot b}\right)\left(\frac{2a+b}{a+b} - \frac{a+b}{a+b}\right) = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{2a+b - (a+b)}{a+b} =$$

mgn: ab mgn: (a+b)

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{ab} \cdot \frac{a}{(a+b)} = \underline{\frac{a-b}{b}}$$

2050b) Förenkla så långt som möjligt $\frac{x-6}{x-3} - \frac{x}{3-x}$

$$(a-b) = -(b-a)$$

$$\frac{x-6}{x-3} - \frac{x}{3-x} = \frac{x-6}{x-3} + \frac{x}{-(3-x)} = \frac{x-6}{x-3} + \frac{x}{x-3} = \frac{x-6+x}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} = \frac{2(x-3)}{(x-3)} = \underline{2}$$

Ex) Faktorisera $x^2 + 6x + 9$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 3^2 = (x + 3)^2$$

2054b) Bestäm talet b så att uttrycket blir en jämn kvadrat. $x^2 - 9x + b$

$$x^2 - 9x + b = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{9}{2} + \underbrace{\left(\frac{9}{2}\right)^2}_b \quad \text{dvs } b = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} \quad \left(x - \frac{9}{2}\right)^2$$

$x^2 - 2xy + y^2$

$b = y^2$

2055b) Skriv uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater. $x^2 - 7x$

$$x^2 - 7x = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{2} + \underbrace{\left(\frac{7}{2}\right)^2}_{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$x^2 - 2xy + y^2$

Kvadratkomplettering

$$x^2 + 6x + 7 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 7$$

borde vara 3^2

Går alltså inte att skriva om direkt till en kvadrat

Vi måste kvadratkomplettera

$$x^2 + 6x + 7 = \underbrace{x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2}_{(x+3)^2} - 3^2 + 7 = (x+3)^2 - 9 + 7 = (x+3)^2 - 2$$

Kvadratkompletterat

$$x^2 + px + q = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

$$x^2 + 6x + 7 = x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7 = (x+3)^2 - 9 + 7 = (x+3)^2 - 2$$

$(x+3)^2$

Ex) Kvadratkomplettera $x^2 + 5x$

$$x^2 + 5x = x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

$(x + \frac{5}{2})^2$

2057a) Faktorisera uttrycket $x^2 + 2x - 3$

$$x^2 + 2x - 3 = \underbrace{x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2}_{\text{kvadratkomplettera}} - \underbrace{\left(\frac{2}{2}\right)^2}_{-1-3} - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x+1)^2 - 2^2 = (x+1+2)(x+1-2) = \underline{(x+3)(x-1)}$$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Kap 3. Förstegradslikvationer s. 56-60

3001g) Lös ekvationen $7 = 1 - 2x$

utförlig lösning

$$\begin{aligned} 7 &= 1 - 2x \\ 7 + 2x &= 1 - 2x + 2x \\ 7 + 2x &= 1 \\ 7 - 7 + 2x &= 1 - 7 \\ 2x &= -6 \\ \frac{2x}{2} &= -\frac{6}{2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

OK lösning

$$\begin{aligned} 7 &= 1 - 2x \\ 2x &= 1 - 7 \\ 2x &= -6 \\ x &= -\frac{6}{2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

NEJ!

$$\frac{2x = -6}{2}$$

3007c) Lös ekvationen $\frac{5x}{6} - \frac{(x+2)}{9} = \frac{1}{2}$

Börja med att multiplicera båda sidor med mgn

$$\left. \begin{aligned} 6 &= 2 \cdot 3 \\ 9 &= 3 \cdot 3 \\ 2 &= 2 \end{aligned} \right\} \text{mgn} = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 5x}{6} - \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} (x+2)}{9} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 1}{2}$$

$$15x - 2(x+2) = 9$$

$$15x - 2x - 4 = 9$$

$$13x = 9 + 4$$

$$x = \frac{13}{13}$$

$$\underline{x = 1}$$

3013)

Ett företag som ska hyra en kopieringsapparat har två offerter att välja mellan.

(1) 5000 kr/månad för upp till 10000 kopior och därefter 12 öre per kopia

(2) 2000 kr/månad för upp till 8000 kopior och därefter 25 öre per kopia

För vilket antal kopior per månad blir kostnaden lika för de båda alternativen?

Antal kopior: x st

1) 5000 kr/månad för max 10000 kopior sedan 12 öre/kopia = 0,12 kr/kopia

2) 2000 kr/månad för max 8000 kopior sedan 25 öre/kopia = 0,25 kr/kopia

1) Kostnad: $5000 + (x - 10000) \cdot 0,12$ $x > 10000$

2) Kostnad: $2000 + (x - 8000) \cdot 0,25$

$$5000 + 0,12(x - 10000) = 2000 + 0,25(x - 8000)$$

$$5000 + 0,12x - 1200 = 2000 + 0,25x - 2000$$

$$3800 = 0,25x - 0,12x$$

$$3800 = 0,13x$$

$$\frac{3800}{0,13} = x$$

$$x = \frac{3800 \cdot 100}{0,13 \cdot 100}$$

$$x = \frac{380000}{13} \text{ kopior}$$

$$(x = 29231 \text{ st}) \text{ miniräknare}$$