信号処理のための数学 365 本ノック

Yuma Kinoshita

問 1. てすと

(1) フィルタのインパルス応答が $h[0]=1, h[1]=-0.97$ であることより，周波数応答 $H(\omega)$(インパルス応答の離散時間フーリエ変換) は

$$
\begin{aligned}
H(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n} && (1)\\
&= 1-0.97e^{-j\omega} && (2)
\end{aligned}
$$

となる．ここで，j は虚数単位，ω は正規化角周波数をそれぞれ表す．このフィルタの振幅特性 $|H(\omega)|$ は，

$$
\begin{aligned}
|H(\omega)| &= |1-0.97e^{-j\omega}| && (3)\\
&= |1-0.97(\cos\omega - j\sin\omega)| && (4)\\
&= \sqrt{(1-0.97\cos\omega)^2+(0.97j\sin\omega)^2} && (5)\\
&= \sqrt{1-2\times 0.97\cos\omega+0.97^2\cos^2\omega+0.97^2\sin^2\omega} && (6)\\
&= \sqrt{(1+0.97^2)-2\times 0.97\cos\omega} && (7)
\end{aligned}
$$

である．$H(\omega)$ は周期 2π を持ち，$|H(\omega)|$ は偶対象である．よって，$0\leq\omega<\pi$ の範囲のみを考える．$|H(\omega)|$ は $0\leq\omega\pi$ の範囲で単調増加し，$\omega=97/200<\pi$ のとき $|H(\omega)=1|$ となる．したがって，このフィルタ h は，$\omega>97/200$ の周波数成分を強調し $\omega<97/200$ の周波数成分を減衰させる高域強調フィルタである．