信号処理 100 本ノック

Yuma Kinoshita

目次

1 Unix コマンドの基礎

2　線形代数の基礎

問 1　連立方程式

(i)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & -3 \\ 3 & 3 & -4 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -29 \\ 12 \\ -17 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \tag{1}$$

とする．このとき，方程式 $\mathrm{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ を解け．

(ii)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2 \tag{2}$$

とする．

- このとき，方程式 $\mathrm{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ を解け．
- n 次元ベクトル $\boldsymbol{v} = (v_1, \cdots, v_n)^\top$ のノルム $\|\boldsymbol{v}\|$ を $\|\boldsymbol{v}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}$ とする．$\|\mathrm{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b}\|$ が最小となる $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(iii)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4 \tag{3}$$

とする．

- このとき，方程式 $\mathrm{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ を解け．
- n 次元ベクトル $\boldsymbol{v} = (v_1, \cdots, v_n)^\top$ のノルム $\|\boldsymbol{v}\|$ を $\|\boldsymbol{v}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}$ とする．$\mathrm{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ の解 $\boldsymbol{x}$ のうち，$\|\boldsymbol{x}\|$ が最小となるものを求めよ．

問 2　線形変換

$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ を互いに線形独立な縦ベクトルとする．いま $\boldsymbol{y}$ を，

$$\boldsymbol{y} = a\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_\perp \tag{4}$$

のように表したい．ここで，a はスカラー，$\boldsymbol{x}_\perp$ は $\boldsymbol{x}$ と直交するベクトルを表す．すなわち，$\boldsymbol{x}^\top\boldsymbol{x}_\perp = 0$ である．

(i) a を求めよ．

(ii) $\boldsymbol{y}$ から $a\boldsymbol{x}$ を得る演算は，ある行列 A を用いて，$\mathrm{A}\boldsymbol{y} = a\boldsymbol{x}$ とかくことができる．A を求めよ．

問 3　行列のランク

2 つの行列 A，B の積として，$\mathrm{C} = \mathrm{AB}$ で表される行列 C のランクについて考える．ただし，行列 C のサイズは 5×4 である．

(i) 行列 A，B として，それぞれ 5×1，1×4 の適当な行列を自分で考え，C を計算しなさい．ただし，A，B は零行列（すべての要素が 0 の行列）ではないものとします．

(ii) (i) のとき、行列 C のランクを求めなさい．理由をつけて答えても，(i) の答えを階段化するなどして答えても結構です．

(iii) 行列 A，B として，それぞれ 5×2，2×4 の適当な行列を自分で考え，C を計算しなさい．ただし，A，B はフルランクの行列（$m\times n$ 行列のランクが m と n の小さいほうに等しいとき，この行列をフルランクであるという）であるものとします．

(iv) (iii) のとき、行列 C のランクを求めなさい．理由をつけて答えても，(iii) の答えを階段化するなどして答えても結構です．

(v) 行列 A，B が，それぞれ $5\times N$，$N\times4$ のサイズであったとき，行列 C のランクがいくつになるか答えなさい．証明なしでも結構です．ただし，$N\in\mathbb{N}$ で，A，B はフルランクの行列であるとします．必要であれば、N で場合分けしてください．

問 4　行列式と逆行列の存在条件

$i,j\in\mathbb{N}, a_{ij}\in\mathbb{C}$ のとき，行列

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{5}$$

の行列式を $\det(\mathrm{A})$ と表す．ここで，$i\in\mathbb{N}$ とし，$x_i\in\mathbb{R}$ の冪からなる行列

$$\mathrm{V}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 \end{pmatrix} \tag{6}$$

を考える．

(i) $\det(\mathrm{V})$ を計算せよ．

(ii) V の逆行列，すなわち，$\mathrm{V}\mathrm{V}^{-1}=\mathrm{V}^{-1}\mathrm{V}=\mathrm{I}$ （I は単位行列）を満たす行列 V^{-1} が存在するための条件を示せ．

問 5　逆行列

$$\mathrm{H}=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \tag{7}$$

とする．

(i) H の逆行列 H^{-1} をコンピュータで（MATLAB なら inv(), Python なら numpy.linalg.inv() 等の関数を用いて）計算せよ．

(ii) H の逆行列 H^{-1} を手計算せよ．

問 6　回転行列

$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．

(i) $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ をそれぞれ原点中心に θ[rad] だけ（反時計回りに）回転させたベクトル $\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2$ を求めよ．

(ii) ベクトル $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を原点中心に θ[rad] だけ回転させたベクトル $\boldsymbol{v}'$ は，行列 R_θ を用いて $\boldsymbol{v}' = \mathrm{R}_\theta \boldsymbol{v}$ と与えられる．R_θ を求めよ．

(iii) $\boldsymbol{e}_1$ を θ[rad] だけ回転させた後に，ϕ[rad] だけ回転させて得られるベクトル $\boldsymbol{\nu}$ は，$\boldsymbol{\nu} = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) \end{pmatrix}$ と書ける．R_θ と R_ϕ を $\boldsymbol{e}_1$ に施すことで，$\sin(\theta+\phi), \cos(\theta+\phi)$ を求めよ．

(iv) R_θ の逆行列を求めよ．

問 7　エルミート行列

$\mathrm{A} = \mathrm{A}^{\mathrm{H}}$ を満たす行列 A をエルミート行列 A と呼ぶ．ここで，$\cdot^{\mathrm{H}}$ はエルミート転置を表す．また，エルミート行列 A の固有値分解を $\mathrm{A} = \mathrm{U}\Lambda\mathrm{U}^{-1}$ と置く．以下の問いに答えよ．

(i) 任意の $n \times m$ 行列 $\mathrm{M} \in \mathbb{C}^{n\times m}$ について，MM^{H} と $\mathrm{M}^{\mathrm{H}}\mathrm{M}$ がそれぞれエルミート行列となることを示せ．

(ii) エルミート行列の固有値 λ が実数になることを証明せよ．

(iii) 行列 U がユニタリ行列になることを示せ．

上の問いが難しい場合には，代わりに以下の問いに解答すること．

(i′) ある行列 $\mathrm{M} \in \mathbb{C}^{n\times m}$ を定め，MM^{H} と $\mathrm{M}^{\mathrm{H}}\mathrm{M}$ がそれぞれエルミート行列となることを確かめよ．ただし，$n, m \geq 2$ かつ $n \neq m$ とし，行列 M には実数でない要素を含むものとする．

(ii′) MM^{H} の固有値 λ が実数になることを確かめよ．

(iii′) MM^{H} がユニタリ行列 U を用いて対角化されることを確かめよ．

問 8　特異値分解

任意の行列 A は，$\mathrm{A} = \mathrm{U}\Sigma\mathrm{V}^{\mathrm{H}}$ の形に分解できる．これを特異値分解と呼ぶ．ここで，$\cdot^{\mathrm{H}}$ はエルミート転置を表す．また，U と V はユニタリ行列であり，Σ は対角行列である．

(i) U が，AA^{H} の固有ベクトルを並べた行列と一致することを示せ．

(ii) V が，$\mathrm{A}^{\mathrm{H}}\mathrm{A}$ の固有ベクトルを並べた行列と一致することを示せ．

(iii) Σ が，AA^{H}（または $\mathrm{A}^{\mathrm{H}}\mathrm{A}$）の固有値の平方根を対角に持つ行列であることを示せ．

(iv)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

の特異値分解を求めよ．

(v)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} \tag{9}$$

の特異値分解を求めよ．ただし，(v) に限り，プログラム等を用いて解答してもよい．

問 9　Moore-Penrose の擬似逆行列

行列 A について，以下の 4 条件

- $\mathrm{AA}^\dagger\mathrm{A} = \mathrm{A}$,
- $\mathrm{A}^\dagger\mathrm{AA}^\dagger = \mathrm{A}^\dagger$,
- $(\mathrm{AA}^\dagger)^{\mathrm{H}} = \mathrm{AA}^\dagger$,
- $(\mathrm{A}^\dagger\mathrm{A})^{\mathrm{H}} = \mathrm{A}^\dagger\mathrm{A}$

を満たす行列 $\mathrm{A}^\dagger$ を Moore-Penrose の擬似逆行列と呼ぶ．ここで，A が正則行列ならば，$\mathrm{A}^\dagger = \mathrm{A}^{-1}$ を満たす．また，A の特異値分解が $\mathrm{A} = \mathrm{U}\Sigma\mathrm{V}^{\mathrm{H}}$ として与えられるとき，$\mathrm{A}^\dagger = \mathrm{V}\Sigma^\dagger\mathrm{U}^{\mathrm{H}}$ が成り立つ．問 8 の結果を用いて以下の問いに答えよ．

(i)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

について，$\mathrm{A}^\dagger$ を求めよ．また，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ のとき，$\mathrm{A}^\dagger\boldsymbol{b}$ を計算し，その結果を問 1(ii) で計算した $\boldsymbol{x}$ と比較せよ．

(ii)

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} \tag{11}$$

について，$\mathrm{A}^\dagger$ を求めよ．また，$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ のとき，$\mathrm{A}^\dagger b$ を計算し，その結果を問 1(iii) で計算した $\boldsymbol{x}$ と比較せよ．ただし，この計算に限り，プログラム等を利用して解答してもよい．

問 10　トレース

i 行 j 列要素が a_{ij} である n 次正方行列 $\mathrm{A} = (a_{ij})$ のトレース trace(A)（跡，対角和）を $\mathrm{trace}(\mathrm{A}) = \sum_i^n a_{ii}$ と定義する．

(i) n 次正方行列 A と，それに相似な行列 $\mathrm{D} = \mathrm{P}^{-1}\mathrm{AP}$ （ただし，P は n 次正則行列）について，$\mathrm{trace}(\mathrm{A}) = \mathrm{trace}(\mathrm{D})$ が成り立つことを証明せよ．

(ii) n 次正方行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値を λ_i $(i = 1, \ldots, n)$ とすると，$\mathrm{trace}(\mathrm{A}) = \sum_i \lambda_i$ が成り立つことを証明せよ．

(iii) n 次正方行列 A，B に対し，$\mathrm{trace}(\mathrm{AB}) = \mathrm{trace}(\mathrm{BA})$ が成り立つことを証明せよ．

問 11　離散畳み込みと DFT

離散領域での畳み込みの式 $y_n = \sum_{k=0}^{K-1} a_k x_{n-k}$ の行列表現について以下の問いに答えよ．ただし，以後は $K = 4$ であり，

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \tag{12}$$

とする．

(i) $x_n = 0, (n \leq 1)$ であるとき，$\boldsymbol{y} = \mathrm{L}\boldsymbol{x}$ となるような 4×4 の行列 L を，$a_k (k = 0, 1, 2, 3)$ を用いて表せ．

(ii) 任意の n に対して $x_n = x_{n+4}$ であるとき，$\boldsymbol{y} = \mathrm{C}\boldsymbol{x}$ となるような 4×4 の行列 C を，$a_k (k = 0, 1, 2, 3)$ を用いて表せ．

(iii) 行列 F を以下のように定義する．ただし，j は虚数単位を表す．

$$\mathrm{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}. \tag{13}$$

このとき $a_k, (k = 0, 1, 2, 3)$ によらず，FCF^{-1} が対角行列になることを示せ．ただし，$\mathrm{F}^{-1} = \frac{1}{4}\mathrm{F}^{\mathrm{H}}$ であることを用いてよい．ここで，$^{\mathrm{H}}$ はエルミート転置を表す．

補足：計算が大変であれば，適当な a_k を自分で定め，その場合について示すのでも可とする．ただし，全部 0，1 のような簡単すぎるものは不可とする．せめてどれも 0 でない値を選ぶこと．

(iv) $\boldsymbol{X} = \mathrm{F}\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{Y} = \mathrm{F}\boldsymbol{y}$ を定義すると，(ii) のように $\boldsymbol{y} = \mathrm{C}\boldsymbol{x}$ であるとき，Y を X，F，C で表せ．Y の第 n 成分 Y_n は，X の第 n 成分 X_n を用いて $Y_n = D_n X_n$，と表すことができることを示せ．また，D_1, D_2, D_3, D_4 を求めよ．

補足：(iii) のように適当な X_k，Y_k を自身で定めることも可とする．

問 12　深層学習？

$k \in \mathbb{N}$ 層の全結合ニューラルネットワーク f は，

$$f(\boldsymbol{x}) = f_k(\mathrm{W}_k f_{k-1}(\mathrm{W}_{k-1} f_{k-2}(\cdots \mathrm{W}_2 f_1(\mathrm{W}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}_1) + \boldsymbol{b}_2) \cdots) + \boldsymbol{b}_{k-1}) + \boldsymbol{b}_k) \tag{14}$$

として与えられる．ここで，$\mathrm{W}_n(1 \leq n \leq k)$ は実行列，$\boldsymbol{b}_n, \boldsymbol{x}$ はそれぞれ実列ベクトルとし，積や和が定義できるサイズを持つものとする．また，$f_n(\boldsymbol{x})$ は，与えられたベクトルと同じ次元を持つベクトルを返す微分可能な関数である．

関数 $f_n(\boldsymbol{x})$ が $f_n(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}$ として与えられるとき，k 層のニューラルネットワークと等価な 1 層のニューラルネットワークが存在することを示せ

3　微積分

問 1　勾配ベクトル

関数 $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に関する微分（勾配）を，

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^\top \tag{15}$$

と定義します．また，関数 $g:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に関する微分（勾配）を，

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_1}{\partial x_n} & \cdots & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}^\top \tag{16}$$

と定義します．ベクトル

$$a, x \in \mathbb{R}^n$$

を縦ベクトルとし，行列 $\mathrm{A}, \mathrm{E} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ をそれぞれ対称行列，単位行列とするとき，以下の等式を証明してください．

(i) $\frac{\partial}{\partial x} x^\top = \mathrm{E}$
(ii) $\frac{\partial}{\partial x} x^\top a = a$
(iii) $\frac{\partial}{\partial x} a^\top x = a$
(iv) $\frac{\partial}{\partial x} x^\top \mathrm{A} x = 2\mathrm{A}x$

問 2　勾配，行列

実数のスカラー関数 $g(\mathbf{X})$ の行列 $\mathbf{X}$ についての偏微分が

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial g}{\partial x_{11}} & \cdots & \dfrac{\partial g}{\partial x_{1N}} \\ \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial g}{\partial x_{M1}} & \cdots & \dfrac{\partial g}{\partial x_{MN}} \end{bmatrix} \tag{17}$$

で定義されるとき，以下の等式を証明せよ．

(i) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \mathrm{tr}(\mathbf{X}) = \mathbf{I}$
(ii) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \mathrm{tr}(\mathbf{AX}) = \mathbf{A}^\top$
(iii) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \mathrm{tr}(\mathbf{AX}^\top) = \mathbf{A}$
(iv) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \mathrm{tr}(\mathbf{AXB}) = \mathbf{A}^\top\mathbf{B}^\top$

ただし，$\mathbf{A}$ は各行列積が定義できるサイズとする．

問 3　微分の連鎖律

$f = f_2(\mathrm{W}_2 f_1(\mathrm{W}_1 x + b_1) + b_2)$ とします．

(i) $\frac{\partial f}{\partial A_2}, \frac{\partial f}{\partial b_2}$ を計算してください．
(ii) $\frac{\partial f}{\partial A_1}, \frac{\partial f}{\partial b_1}$ を計算してください．
(iii) $\frac{\partial f}{\partial x}$ を計算してください

問 4　最急降下法

$x \in \mathbb{R}$ とし，関数 $f(x) = \frac{1}{6}x^6 - \frac{3}{5}x^5 - x^4 + 4x^3$ を，最急降下法を用いて最小化することを考える．最急降下法を用いたパラメータの更新式は，$x_n = x_{n-1} - \alpha f'(x_{n-1})$ である．以下の問いに答えよ．ただし，解答にはプログラムを用いてよい（プログラムも提出すること）．

(i) $x_0 = \frac{1}{2}, \alpha = 0.2$ として，$f(x)$ を最小化せよ．
(ii) $x_0 = 4, \alpha = 0.002$ として，$f(x)$ を最小化せよ．
(iii) $x_0 = -3, \alpha = 0.01$ として，$f(x)$ を最小化せよ．
(iv) $x_0 = -3, \alpha = 0.02$ として，$f(x)$ を最小化せよ．
(v) $f(x)$ の増減を手計算で調べ，上記の結果を考察せよ．

4　確率統計の基礎

問 1　確率モーメント

確率変数 X が，それぞれ $1/6$ の確率で，$-3, -2, -1, 1, 2, 3$ のいずれかの値をとるものとします．

(i) 期待値 $E[X], E[X^2]$ をそれぞれ求めてください．
(ii) $E[aX+b] = aE[X]+b$ であることを示してください．
(iii) 確率変数 X の分散は $\mathrm{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2$ であることを証明してください．

問 2　確率分布

問 3　分散共分散行列

(i) エルミート行列
(ii) 半正定値

問 4　最小二乗法

問 5　最尤推定

問 6　主成分分析

5　連続信号と離散信号

問 1　正弦波

問 2　時間シフト

問 3　サンプリング

6　フーリエ変換

問 1　離散時間フーリエ変換

問 2　離散フーリエ変換

問 3　窓関数

7　線形時不変システム

問 1　線形性

問 2　時不変性

問 3　線形時不変システム

問 4　線形時不変システムの差分方程式表現

問 5　インパルス応答

問 6　周波数応答

問 7　因果性

問 8　FIR フィルタ

問 9　IIR フィルタ

問 10　フィルタの周波数応答

(i) フィルタのインパルス応答が $h[0] = 1, h[1] = -0.97$ であることより，周波数応答 $H(\omega)$(インパルス応答の離散時間フーリエ変換) は

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n} \tag{18}$$

$$= 1 - 0.97e^{-j\omega} \tag{19}$$

となる．ここで，j は虚数単位，ω は正規化角周波数をそれぞれ表す．このフィルタの振幅特性 $|H(\omega)|$ は,

$$|H(\omega)| = |1 - 0.97e^{-j\omega}| \tag{20}$$

$$= |1 - 0.97(\cos\omega - j\sin\omega)| \tag{21}$$

$$= \sqrt{(1 - 0.97\cos\omega)^2 + (0.97j\sin\omega)^2} \tag{22}$$

$$= \sqrt{1 - 2\times 0.97\cos\omega + 0.97^2\cos^2\omega + 0.97^2\sin^2\omega} \tag{23}$$

$$= \sqrt{(1 + 0.97^2) - 2\times 0.97\cos\omega} \tag{24}$$

である．$H(\omega)$ は周期 2π を持ち，$|H(\omega)|$ は偶対象である．よって，$0 \leq \omega < \pi$ の範囲のみを考える．$|H(\omega)|$ は $0 \leq \omega\pi$ の範囲で単調増加し，$\omega = 97/200 < \pi$ のとき $|H(\omega) = 1|$ となる．したがって，このフィルタ h は，$\omega > 97/200$ の周波数成分を強調し $\omega < 97/200$ の周波数成分を減衰させる高域強調フィルタである．

問 11　IIR フィルタの安定性

8　マルチレートシステム

問 1　ダウンサンプリング

問 2　デシメータ

問 3　アップサンプリング

問 4　インターポレータ

問 5　フィルタバンク

問 6　完全再構成フィルタバンク

問 7　短時間フーリエ変換

問 8　ウェーブレット変換

9　音信号

問 1　音信号の表現

10　画像信号

問 1　画像信号の表現